$$I_2=\sup_{0<t<\infty} t^{(1-\theta)(\lambda_1-\lambda_0)}\sup_{t<s<\infty} s^{-\lambda_1-1}\|f\|_{L_p(G_s)}$$

1.1 Предположим, что $q_0, q_1<\infty$. Если $\lambda_0<\lambda_1$, то применяя неравенство Харди с $\alpha=\theta(\lambda_1-\lambda_0)$, получим

$$I_1\le(\theta(\lambda_1-\lambda_0))^{-1}\sup_{t>0} t^{-\lambda}\|f\|_{L_p(G_s)}=(\theta(\lambda_1-\lambda_0))^{-1}\|f\|_{LM^{\lambda}_{p\infty}(G,\mu)},$$

Аналогично с $\alpha=(1-\theta)(\lambda_0-\lambda_1)$, получим

$$I_2\le=((1-\theta)(\lambda_1-\lambda_0))^{-1}\|f\|_{LM^{\lambda}_{p\infty}(G,\mu)}\quad \text{Следовательно,}$$

$$\|f\|_{(LM^{\lambda_0}_{pq_0}(G,\mu),LM^{\lambda_1}_{pq_1}(G,\mu))_{\theta,\infty}}\le c_5\|f\|_{LM^{\lambda}_{p\infty}(G,\mu)}.$$

Теорема доказана.

Список литературы

1. Буренков В.И, Нурсултанов Е.Д. Описание интерполяционных пространств для локальных пространств типа Морри.Труды МИАН, Т. 269 (2010), С. 52-62.

2. Нурсултанов Е.Д., Чигамбаева Д.К. Интерполяция пространств типа Морри. Учебно-методическое пособие. -Алматы: Эверо. 2017. -138 с.

УДК 517.51; 517.98

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА С ПЕРЕМЕННЫМИ ПРЕДЕЛАМИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ

Гайдаров Ибрагим Айвазович

ibragimgaidarov@mail.ru

Магистрант второго курса Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

Научный руководитель –Ойнаров Р.

В данной работе мы рассматриваем интегральный оператор Харди с переменными пределами интегрирования. В этом направлении существует достаточное количество работ (см. например [1]-[5]). В работе [4] Степанова В.Д. и Ушаковой Е.П. получены необходимые и достаточные условия ограниченности оператора:

$$Kf(x)=\int_{a(x)}^{b(x)} k(y.x)f(y)dy \tag{1}$$

действующего из $L_{p,v}\to L_{q,w}$, а так же уделено внимание на ограниченность интегрального оператора (1) при $k(y,x)=1$, обозначая

$$Hf(x)=\int_{a(x)}^{b(x)} f(y)dy, \qquad (2)$$

где на граничные функции $a(x)$ и $b(x)$ накладываются следующие условия:

(I) $a(x)$ и $b(x)$ непрерывны и строго возрастают на R^+;

(II) $a(x)\le b(x)$ для любых $x\in(0,\infty)$, $a(0)=b(0)=0$, $a(\infty)=b(\infty)=\infty$.

При исследования оператора (2) использовался блочно –диагональный метод Батуева-Степанова [4]:

Для заданных функций $a(x)$ и $b(x)$, удовлетворяющих условиям (I), (II) выберем последовательность точек $\{\xi_k\}_{k\in Z}\subset(0,\infty)$ такую, что (см. рисунок-1)

$$\xi_0=1, \quad \xi_k=(a^{-1}\circ b)^k(1), \qquad k\in Z$$

и положим $\eta_k=a(\xi_k)=b(\xi_{k-1}), \quad \Delta_k=[\eta_k,\eta_{k+1}], \quad k\in Z$

Разбивая полуось $(0,\infty)$ точками последовательности $\{\xi_k\}_{k\in Z}$, получаем представление оператора K в виде суммы

$$K=T+S$$

блочно –диагональных операторов T и S таких, что

$$T=\sum_{k\in Z}T_k, \qquad S=\sum_{k\in Z}S_k,$$

где операторы T_k и S_k являются интегральными операторами с одними переменным пределом, которые в результате преобразований можно привести к оператору Харди с переменным пределом интегрирования. Операторы T_k имеют нижний переменный предел интегрирования, а S_k верхний переменный предел интегрирования. Затем используя выражение:

$\|Kf\|_{q.w}^q=\sum_k\int_{\Delta_k}|Kf|^q w^q \approx\sum_k\int_{\Delta_k}|T_k f|^q w^q+\sum_k\int_{\Delta_k}|S_k f|^q w^q$ с помощью которого можно доказать, что при $1<p\le q<\infty$ получаем:

$$\|K\|\approx\sup_k\|T_k\|+\sup\|S_k\| \qquad (3)$$

Мы рассмотрели интегральный оператор Харди с двумя переменными пределами интегрирования:

$$Hf(x)=\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(s)ds \qquad (4)$$

Получили необходимое и достаточное условие ограниченности данного оператора из $L_p \to L_{q.u}$ в промежутке $I=(0,\infty)$, где $1<p\le q<\infty$ и на граничные функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ накладываются следующие условия:

(i) $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ непрерывны и строго возрастают на R^+;

(ii) $\varphi(x)\le\psi(x) \quad \forall x\in(0,\infty)$;

(iii) $\varphi(x)\le 0, \quad \forall x\in(0,\xi')$

(iv) $\psi(x)\ge 0, \quad \forall x\in(0,\infty)$.

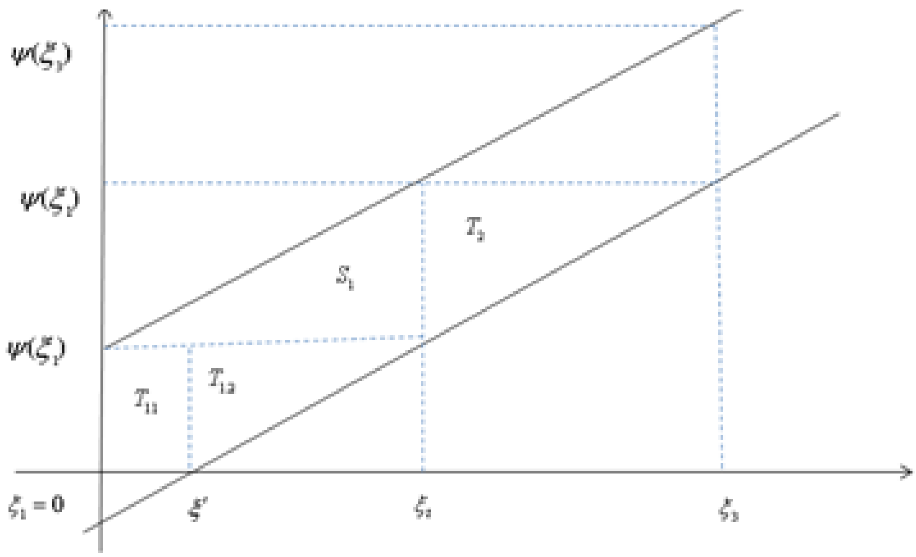

Рисунок-1. На графике показано разбиение оператора с переменными пределами интегрирования блочно –диагональным методом.

В результате исследований было получено необходимое и достаточное условие ограниченности интегрального оператора (4) с граничными функциями удовлетворяющими условиям (i)-(iv) .

Теорема 1. *Пусть* $1<p\le q<\infty$. *Для того, что бы оператор (4) был ограничен из* $L_p \to L_{q.u}$ *на промежутке* $I=(0,\infty)$ *необходимо и достаточно, что бы* $A+B<\infty$. *Кроме того,* $\|H\|\approx A+B$ *, где*

$$A=\sup_{s\in(\xi_2,\infty)}\sup_{s\le\tau\le\varphi^{-1}(\psi(s))}\left(\int_{\varphi(\tau)}^{\psi(s)}ds\right)^{\frac{1}{p'}}\left(\int_s^{\tau}u(x)dx\right)^{\frac{1}{q}};$$

$$B=\sup_{t\in[\xi_1,\xi_2]}\sup_{\xi_1\le\tau\le\xi_2}\left(\int_{\varphi(\tau)}^{\psi(t)}ds\right)^{\frac{1}{p'}}\left(\int_t^{\tau}u(x)dx\right)^{\frac{1}{q}}.$$

Тем самым получили критерий ограниченности интегрального оператора. В дальнейшем можно будет рассмотреть интегральный оператор (1) с ядром, граничные функции которого удовлетворяют условиям (i)-(iv).

Список использованных источников

1. Ойнаров Р., Ограниченность и компактность интегральных операторов вольтеровского типа // Сиб. матем. журн. 2007. Т. 48, № 5. С. 1100–1115.
2. Ойнаров Р., Ограниченность и компактность интегральных операторов с переменными пределами интегрирования в весовых пространствах Лебега // Сиб. матем. журн. 2011. Т. 52, № 6. С. 1313–1328.
3. Ойнаров Р. Весовые неравенства для одного класса интегральных операторов // Докл. АН СССР. 1991. Т. 319, №5. С. 1076-1078.
4. Степанов В.Д, Ушакова Е.П., Об интегральных операторах с переменными пределами интегрирования //Труды математического института им. В.А. Стеклова. 2001. Т. 232. С. 298-317 .
5. Батуев Э.Н., Степанов В.Д. Весовые неравенства типа Харди // Препринт /ВЦДВНЦ АН СССР. Владивосток. 1987. 22 с.

УДК 512

АҚПАРАТ ТАСЫМАЛДАУ ХАТТАМАСЫ ЖАЙЛЫ

Дауыл Ұлан

e-mail: akyik.kz.777@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университетінің докторанты,

Нұр - Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Байсалов Е.Р.

Хаттама сипаттамасы.

Хабарласушы жақтар: Алиса (A) және Боб (B).

Платформа: ақырлы өріс үстіндегі $n \times n$ матрицалардың алгебрасы.

Хаттама мақсаты: X матрицасы түрінде кодталған хабарды A-дан B-ға ашық ақпарат арнасы бойынша тасымалдау және сонымен бірге хабардың құпиялылығын қамтамасыз еті.

Хаттама қадамдары:

1. Алиса кездейсоқ керіленетін U матрицасын таңдап, UX-ты есептеп, шыққан нәтиже-матрицаны Бобқа жібереді.
2. Боб кездейсоқ керіленетін V матрицасын таңдап, UXV-ны есептеп, шыққан нәтиже-матрицаны Алисаға жібереді.
3. Алиса алған матрицаны сол жағынан кері U^{-1} матрицасына көбейтіп, шыққан $U^{-1}UXV = XV$ матрицасын Бобқа қайта жібереді.
4. Боб алған матрицаны оң жағынан кері V^{-1} матрицасына көбейтіп, ең соңында $XVV^{-1} = X$ матрицасын алады.

Ескерту. Кейбір авторлар осындай сипаттамадағы хаттамаларда аралық сипатындағы өрескел шабуылдарға тұрақтылықты сақтау мақсатында хаттама элементтеріне түрлі талаптар қояды.