$$+\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{m_1}-1,2^{m_2}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_2=m_2}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{m_3-1}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{m_3-1}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{m_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{m_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{m_3}-1,}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_2=m_2}^{\infty}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{m_1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{m_2-1},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{m_2}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_2=m_2}^{k_2}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}$$

$$+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}$$

$$+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p)^{\frac{1}{\theta}}.$$

Список использованных источников

1. S.M. Nikolskii, Approximation of Functions of Many Variables and Imbedding Theorems. Nauka, M.,1969. English translation: S.M. Nikolskii, Approximation of Functions of Several Variables and Imbedding Theorems, Springer-Verlag, New York, 1975.
2. A. Jumabayeva, Liouville-Weyl derivatives, best approximations, and moduli of smoothness, Acta Math.Hungar., 145 (2) (2015), 369–391.
3. B. Simonov, S. Tikhonov, Embedings theorems in constructive approximation. Sbornik: Mathematics 199:9(2008), 1367–1407.

УДК 517.5

ФУНКЦИЯНЫ ЖУЫҚТАУДЫҢ К(Е)Д ЗЕРТЕУЛЕРІ

Жоламанова Айнагүл Жақсылыққызы

ainagul_zholamanova@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – PhD Ғ.Е.Тауғынбаева

T, F, Y, D_N берілген (анықтаулары төменде көрсетілген) үшін:

К(Е)Д-1: $\succ\prec \inf_{(l^{(N)},\varphi_N)\in D_N} \sup_{f\in F,} \|Tf(\cdot)-\varphi_N(l_1(f),...,l_N(f);\cdot)\|_Y \equiv \equiv \delta_N(0;T;F;D_N)_Y \equiv \delta_N(0;D_N)_Y -$

$D_N \equiv D_N(F)_Y$ - есептеу агрегаттар жиынының мәліметтік қуаты анықталады;

К(Е)Д-2: $D_N \equiv D_N(F)_Y$ агрегаттар жиынынан $\succ\prec \delta_N(0;D_N)_Y$ ретін сақтайтын, $(\bar{l}^{(N)}, \bar{\varphi}_N)$ есептеу агрегаты құрылып, сол есептеу агрегаты үшін

$$\delta_N(0;Tf;F;D_N)_Y \succ\prec \delta_N\left(\bar{\varepsilon}_N;Tf;F;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \equiv \sup\left\{\|Tf(\cdot)-\bar{\varphi}_N(z_1(f),...,z_N(f);\cdot)\|_Y : \ f\in F, \left|\bar{l}_\tau(f)-z_\tau(f)\right| \le \bar{\varepsilon}_N^{(\tau)}(\tau=1,...,N)\right\},$$

орындалатын, сонымен қатар шектік қателігі

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N \to +\infty): \overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\eta_N\bar{\varepsilon}_N;Tf;F;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}\right)\right)_Y}{\delta_N(0;Tf;F;D_N)_Y} = +\infty$$

болатын $\bar{\varepsilon}_N \equiv \bar{\varepsilon}_N\left(D_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y$ тізбегінің бар және жалғыз болуын беретін КЕД-2 есебі зерттеледі.

К(Е)Д-3: $\bar{\varepsilon}_N \equiv \bar{\varepsilon}_N\left(D_N,\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)$ шектік қателігінің жалпылығы: барлық мүмкін болатын (сызықты болуы міндетті емес) $l_1,\ldots,l_N$ функционалдары бойынша $(l^{(N)},\varphi_N) \equiv \varphi_N(l_1(f),...,l_N(f);\cdot)$ есептеу агрегаттарынан құрылған әрқайсысы үшін

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N \to +\infty): \overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\eta_N\bar{\varepsilon}_N;Tf;F;\left(l^{(N)},\varphi\right)\right)_Y}{\delta_N(0;Tf;F;D_N)_Y} = +\infty.$$

қатынасы орындалатын неғұрлым үлкен (әдетте берілген $(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N)$ құрылымымен байланысты) $D_N(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N)$ жиыны табылады. Олардың

$\varepsilon_N \equiv 0$ болған жағдайда дәл мәлімет бойынша, ал қалған жағдайда дәл емес мәлімет бойынша жуықтау есебі болады.

Мұнды сәйкесінше Ω_F и Ω_Y жиындарында анықталған функциялардың F класы мен Y нормаланған кеңістігі (немесе $Y \equiv C$, мұндағы $C-$ комплекс сандар өрісі), F-тан Y-ке әсер ететін T операторы, $l_1,...,l_N \ -l^{(N)}$ функционалдар жиыны (сызықты болуы міндетті емес), F-тегі әрбір f функциясыны сәйкес келетін $l_1(f),\ldots,l_N(f)$ - f *функциясынының* N *көлемді сандық мәліметі,* f функциясының $l_1(f),\ldots,l_N(f)$ функционалдарынан ε_N дәлдікпен алынған $z_1(f),...,z_N(f)$ *жуық мәліметті өңдеу алгоритмі*, анықтама бойынша, кез келген бекітілген $(z_1,\ldots,z_N)\in C^N$ үшін $\varphi_N(z_1,...,z_N;\cdot)$ сандық функциясы $(\cdot)\in\Omega_Y$ айнымалылы функцияретінде Y жиынына тиісті болады (осындай барлық φ_N-дерден құрылған жиынды $\{\varphi_N\}_Y$ арқылы белгілейік).

$z_1 = z_1(f),...,z_N = z_N(f)$, $\left|l_\tau(f)-z_\tau(f)\right| \le \varepsilon_N(\tau=1,...,N)$ орнына қойғанда $\varphi_N(z_1(f),...,z_N(f);\cdot)$ функциясы $Tf \equiv u(\cdot;f)$ операторын Y метрикасында жуықтауға арналған есептеу агрегатына айналады. Осылайша, әрбір есептеу агрегаты $(l^{(N)};\varphi_N) = (l_1...,l_N;\varphi_N)$ жұбымен анықталады (кей уақытта оның көлемді $\varphi_N(y_1,...,y_N;\cdot)$ жазуынан қысқартылған

$\varphi_N\left(\{y_\tau\}_{\tau=1}^{N};\cdot\right)$ жазуға көшеміз). D_N арқылы $\left(l^{(N)};\varphi_N\right)=\left(l_1...,l_N;\varphi_N\right)$ комплекстер жиынтығын белгілейміз.

Әрине, К(Е)Д-1 есебі өте ертеден бастау алады, ол бойынша алынған нәтижелер де көп [1-7]

Математикалық әдебиетте дәл емес жуықтау тақырыбы бойынша кездесетін әдебиеттерді үш топқа бөлуге болады, бірдей математикалық объекттердің қолданылатын тақырыптары бойынша олар қойылуы бойынша да, қорытындыларының тұжырымдамасы бойынша да әртүрлі.

Бұл тақырыпта Дж.Трауб, Х.Вожняковский, Л.Пласкота және олармен бірлескен авторлар зерттеудің мақсаты ретінде z_τ (ақпараттық "шу") жуық мәнін табуға арналған $c(\varepsilon_N^{(\tau)})$ құны бойынша $c(\varepsilon^{(N)})=\sum_{\tau=1}^{N}c(\varepsilon_N^{(\tau)})$ жалпы құн минимизациялық есебі қойылған бірқатар жұмыстары бар, мұндағы $c(\varepsilon)$ - $\varepsilon(\varepsilon\geq 0)$ бойынша берілген теріс емес функция.

Сонымен бірге, жуықтаудың жалпы есебінің әр түрлі конкретизацияларының байланысына улкен көңіл бөлінуде.

$\left|l_\tau(f)-z_\tau(f)\right|\leq\varepsilon_N^{(\tau)}$ теңсіздігінде z_τ шамасын табудың минимизациясы мағынасында дәл емес жуықтау есебінің қойылуы қатынасында берілген тиімдеу мен К(Е)Д тиімдеуі әр түрлі есепке сай екенін ескеру керек.

Зерттеудің басқа бағыты -$\varepsilon>0$ шамасы кезінде, дәл емес ақпарат бойынша кейбір типті есептердің нақты шешімі берілген В.М.Тихомиров, Г.Г.Магарил-Ильяев, К.Ю.Осипенко, А.Г.Марчук және олармен бірлескен авторлар мен зерттеушілердің жұмыстарында келтірілген.

Ал біз қарастырып отырған профессор Н.Темірғалиев қойған К(Е)Д есебінің К(Е)Д—нің бұндай дәл емес жуықтау есебін зерттеу бағытынан айырмашылығы – $\widetilde{\varepsilon}_N$ шектік қателігі қойылған $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ дәл есептеу агрегатына негізделген. Сондықтан, $\widetilde{\varepsilon}_N$ -ді таңдау тек К(Е)Д-1 есебін шешіп анықтағаннан кейін ғана жүзеге асады, кейін оның шектік қателік екендігі дәлелденеді.

К(Е)Д-3 есебі неғұрлым көп есептеу агрегаттарын көрсетуден тұрады. Олардың арасында $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ есептеу агрегаты шектік қателік жағынан, яғни есептеуде аз қателік жіберуде жалпы анықтықты жоғалтпау тиімділігіне жатады.

Қорытындылай келе, К(Е)Д есебіндегі жаңалық - шектік қателікпен байланысты соңғы екі есепке негізделген.

Төменде бізге Фурье-Лебег тригонометриялық қатарларының жинақтау операторлары қажет болады:

$$\Lambda_N\left(f;x\right)=\sum_{m=-N}^{N}\lambda_m\hat{f}(m)e^{2\pi imx},\tag{1.1}$$

мұндағы $\{\lambda_m\}_{m=-N}^{N}$, $\lambda_m=\lambda_{-m}$-нақты мәндер тізбегі.

Атап айтқанда, $N=2^{n-1}+1$ болған кезде

$$\lambda_m=\begin{cases}1,\ \ \textit{если}\ |m|\leq 2^{n-2};\\ \dfrac{2^{n-1}+1-|m|}{2^{n-2}},\ \ \textit{если}\ 2^{n-2}<|m|\leq 2^{n-1};\\ 0,\textit{если}\ |m|>2^{n-1}.\end{cases}\tag{1.2}$$

$V_N(f;x)$ Валле Пуссеннің орташасына келеміз (толығырақ [8, 295 бет]). Ш.Ажгалиевтің нақты мәліметтер бойынша жуықтауда алған К(Е)Д -1 нәтижесінің жалғасы ретінде келесі теорема орындалады:

Теорема. $\frac{r-l}{s}-\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)_+ > 0\cdot$

шарты орындалатындай s -оң бүтін саны берілсін, $2 \le p,q \le \infty$, *r- оң бүтін сан, l – теріс емес бүтін сан болсын. Онда*

К(Е)Д-1:

$$\delta_N(0;\mathrm{L}_N(W_p^r(0,1))\times\{\varphi_N\}_{W_q^l(0,1)^s})_{W_q^l(0,1)^s} \equiv$$

$$\inf_{(l^{(N)},\varphi_N)\in \mathrm{L}_N(W_p^r(0,1))\times\{\varphi_N\}_{LW_q^l(0,1)^s}} \sup_{f\in W_p^r(0,1)} \left\| f(x)-\varphi_N(l_0(f),l_1(f),....,l_N(f);x)\right\|_{W_q^l(0,1)^s} \succ\prec$$

$$\succ\prec \sup_{f\in W_p^r(0,1)} \left\| f(x)-V_N\left(z_{-2^{n-1}},..., z_{2^{n-1}};x\right)\right\|_{W_q^l(0,1)^s} \succ\prec N^{-\frac{r-l}{s}+\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)}$$

К(Е)Д-2: *(1.1)-(1.2) тригонометриялық Фурье қатарының* $\overline{\varphi}\left(\left\{\hat f(m)\right\}_{m=-2^{n-1}}^{2^{n-1}};x\right)\equiv V_N(f;x)$ *орташа Валле-Пуссен үшін* $\bar\varepsilon_N\left(V_N(f;x)\right)\equiv\bar\varepsilon_N\left(\mathrm{L}_N(H_p^r(0,1))\times\{\varphi_N\}_{C[0,1]};V_N(f;x)\right)= N^{-r-\left(1-\frac{1}{p}\right)}$ *келесі орындалады*

$$\delta_N(0;\mathrm{L}_N(W_p^r(0,1))\times\{\varphi_N\}_{W_q^l(0,1)^s})_{W_q^l(0,1)^s} \succ\prec \delta_N(\bar\varepsilon_N\left(V_N(f;x)\right)= N^{-\frac{r}{s}-\left(1-\frac{1}{p}\right)};V_N(f;x))_{W_q^l(0,1)^s} \equiv$$

$$=\sup\left\{\left\| f(x)-V_N\left(z_{-2^{n-1}},..., z_{2^{n-1}};x\right)\right\|_{C[0,1]} : f\in W_p^r(0,1)^s, \left|\hat f(m^{(\tau)})-z_\tau\right| < \bar\varepsilon_N\left(V_N(f;x)\right)\left(\tau=-2^{n-1},...,2^{n-1}\right)\right\} \succ\prec N^{-\frac{r-l}{s}+\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)}.$$

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Темірғалиев Н., Жұбанышева А.Ж. К(В)П в контексте общей теории восстановления, 2019, №1
2. Темірғалиев Н., Жұбанышева А.Ж. Жуықтау теориясы, Есептеу математикасы және Сандық анализ Компьютерлік (есептеуіш) Диаметр мәнмәтініндеі жаңа мазмұнда// ЕҰУ хабаршысы, №3 (124)/2018, Астана.
3. Ш.Ажгалиев, Н.Темірғалиев, Информативная мощность всех линейных функционалов при восстановлении функций из классов // Матем. Сборник, 2007
4. Темірғалиев Н., Жұбанышева А.Ж. Информативная мощность тригонометрических коэффициентов Фурье и их предельная погрешность при дискретизации оператора дифференцирования на многомерных классах Соболева, 2015г, том 55, №9.
5. Шерниязов К.Е., Темірғалиев Н., Берикханова Точные порядки К(В)П в задачах воостановления функций и дискретизации решений уравнения Клейна-Гордона по коэффициентам Фурье, 2013, выпуск 2017.

6. Ш.Ажгалиев. Приближенное восстановление по линейной информации функций и решений уравнения теплопроводности с функциями распределения начальных температур из классов W, B, SW и E.
7. Н. Темірғалиев, Ш.К.Абикенова, А.Ж.Жубанышева, Г.Е. Таугынбаева. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и воостановления функций в контексте К(В)П, Изв.вузов. Матем., 2013, №8.
8. С.М.Никольский, Приближение функций многих переменных и теоремы вложения, Наука, Москва, 1977.

УДК 517.986.3

τ -ӨЛШЕМДІ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ МАТРИЦАЛАРЫ ҮШІН СУБМАЖОРИЗАЦИЯ ТЕҢСІЗДІКТЕРІ

Жұмағұлов Қанат Азатұлы, Абатов Ханабил Нурадилулы
qanatjumagulov@gmail.com; xanabil_98_25@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, ММФ магистранттары, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – ф.м.ғ.к., Райхан М.

Аннотация: (M, τ) арқылы жартылай ақырлы фон Нейман алгебрасын белгілейік, $L_0(M)$ барлық τ-өлшемді операторлар жиыны, ал $\mu_t(x)$ дегеніміз $x \in L_0(M)$ -тің жалпыланған сингулярлық саны болсын. Біз бұған дәлелдегеніміздей, егер g : [0, ∞) → [0, ∞) бейнелейтін өспелі үзіліссіз функция болса, онда $L_0(M)$-ден алынған $x_1, x_2, \ldots, x_n$ нормаль операторлары үшін келесі теңсіздік орынды болатынын білеміз:

$$\mu\left(g\left(\left|\sum_{k=1}^{n} x_k\right|\right)\right) \le \mu\left(g\left(\sum_{k=1}^{n} |x_k|\right)\right).$$

Осы теңсіздіктің қолданысы ретінде, егер x-дегеніміз $L_0(M)$-ден алынған x_{ij} нормал операторлардың матрицасы болса және f: [0, ∞) → [0, ∞) бейнелейтін ойыс функция болса, онда $\mu(f|x|)$ функциясы $\mu\left(\sum_{i,j=1}^{n} f\left(\left|x_{ij}\right|\right)\right)$ арқылы мажорланатынын көрсетеміз.

1. Кіріспе

$\mathbb{M}_n$- ақырлы барлық $n \times n$ өлшемді комплекс матрицалар жиынын алайық. Ротфельд [1], егер $x, y \in \mathbb{M}_n$ және f: [0, ∞) → [0, ∞) ойыс функция болса, онда келесі теңсіздік орынды болатынын дәлелдеген:

$$\|f(|x+y|)\|_1 \le \|f(|x|) + f(|y|)\|_1, \tag{1}$$

Мұндағы $\|\cdot\|_1$ дегеніміз Шаттен 1-нормасы. Жартылай анықталған оң $x, y \in \mathbb{M}_n$ және $f(t) = t^p (0 < p < 1)$ үшін жоғарыдағы теңсіздік іздік теңсіздіктен келіп шығады. Жартылай анықталған оң матрицалар үшін жоғарыдағы (1) теңсіздігін Андо мен Жан [2] жұмыста симметриялық нормалардың $\|\cdot\|$ барлық класстарына және операторлық дөңес емес функциялар f:[0, ∞) → [0, ∞) үшін жалпылап, келесі теңсіздік орынды болатынын көрсеткен: