УДК 517.984

ЕКІНШІ РЕТТІ ЖАЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ ВОЛЬТЕРЛІК ҚИСЫНДЫ ТАРЫЛУЫНЫҢ ВОЛЬТЕРЛІК ҚИСЫНДЫ ҰЙЫТҚУЛАРЫ

Икрамова Сымбат Сағатбекқызы

ikramova_ss@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, ММФ факультеті, Математика мамандығының 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

Ғылыми жетекші – Б.Бияров

Кіріспе. $\hat{L}$ максималды операторын қарастырайық:

$$\hat{L}y = -\frac{d^2 y}{dx^2} = f, \ \forall f \in L_2(0,1),$$
$$D(\hat{L}) = W_2^2(0,1).$$

$\hat{L}$ максималды операторының L вольтерлік коррективі тарылуы ретінде Коши есебін аламыз:

$$\hat{L}y = -\frac{d^2 y}{dx^2} = f, \ \forall f \in L_2(0,1),$$

$$D(L) = \{y \in W_2^2(0,1) : \ y(0) = 0, y'(0) = 0\}.$$

$\hat{L}$ максималды операторының барлық мүмкін болатын L_k коррективі тарылулары кері оператор терминінде келесі түрде болады:

$$y = L_k^{-1} f = -\int_0^x (x-t) f(t)dt + \int_0^1 f(t)\sigma_1(t)dt + x\int_0^1 f(t)\sigma_2(t)dt,$$

мұндағы $\mathrm{L}_2(0,1)$-дегі σ_1, σ_2 K операторын бірмәнді анықтайды:

$$Kf = \int_0^1 f(t)\sigma_1(t)dt + x\int_0^1 f(t)\sigma_2(t)dt.$$

Теорема 1-дегі B_k коррективі тарылулар класы L бекітілген оператордың спектріндей спектрі бар сингулярлы ұйытқулы коррективі операторларды қамтиды, яғни олар вольтерлік болады.

Көрнекілік үшін жиі кездесетін жағдайды қарастырайық:

$$\sigma(x) = \sigma_1(x) = \sigma_2(x) = \mathrm{sgn}(x - x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2} + c_1 x + c_2,$$

мұндағы $0 < x_0 < 1$.

Түйіндес оперторын табамыз. $K^* f = \sigma_1(x)\int_0^1 f(t)dt + \sigma_2(x)\int_0^1 tf(t)dt.$

Теорема 1 шарты бойынша K^* операторының мәндер облысы $D(L^*)$ анықталу облысының ішкі жиыны болу керек. Анығы сол

$$D(L^*) = \{y \in W_2^2(0,1): y(1) = 0, y'(1) = 0\}.$$

Онда алатынымыз:

$$\sigma(x) = \operatorname{sgn}(x - x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2} - (1 - x_0)x + \frac{1 - x_0^2}{2},$$

$$\sigma'(x) = \operatorname{sgn}(x - x_0) \cdot (x - x_0) - (1 - x_0)$$

$$\sigma''(x) = \operatorname{sgn}(x - x_0).$$

Теорема 1 бойынша $\overline{KL}$ операторы мынадай түрде болады:

$$\overline{KL}\, f = -\int_0^1 f(t) \operatorname{sgn}(t - x_0) dt.$$

$\overline{D(L_k)} = L_2(0,1)$ шарты $\sigma(0) - \sigma'(0) - 1 \neq 0$ шартына эквивалентті екенін байқаймыз.

Соңғысы $x_0 \neq \sqrt{\frac{3}{2}} - 1$ өрнегімен бірдей. Бұны есептеу үшін біз

$$Kf = (1 + x)\int_0^1 f(t)\sigma(t) dt,$$

$$K^* f = \sigma(x)\int_0^1 (1 + t) f(t) dt$$

екенін және $\overline{D(L_k)} = L_2(0,1)$-ның $\ker(I + L^* K^*) = \{0\}$ шартымен эквиваленттілігін қолданамыз.

Сонымен теорема 1-дің барлық шарттары орындалады. B_k операторы келесі түрде болады:

$$B_k u = -u''(x) - 2(1 + x)u'(x_0) + (1 + x)[u'(0) + u'(1)] = f(x),$$

$$D(B_k) = \left\{ u \in W_2^2(0,1): u(0) = u'(0), u(0) = -\frac{1}{x_0^2 + 2x_0 - \frac{1}{2}} \cdot \int_0^1 u(t) \cdot \operatorname{sgn}(t - x_0) dt \right\}.$$

$L_2(0,1)$ – дегі B_k корректілі операторы теорема 1 бойынша L бекітілген операторы вольтерлік болғандығынан вольтерлік болады. Мұндай есептерді практикада жүктелген теңдеулі есептер деп атайды. B_k берілген операторы L_0 минималды операторының кеңеюі болмайтынын және $\widehat{L}$

максималды оператордың тарылуы болмайтынын ескеру керек. B_k^* түйіндес операторы да вольтерлік болады:

$$L_k^* \upsilon = -\upsilon''(x) + \operatorname{sgn}(x - x_0)\frac{\upsilon'(0) - \upsilon(0)}{x_0^2 + 2x_0 - \frac{1}{2}} = f(x),$$

$$D(L_k^*) = \{\upsilon \in W_2^2(0,1) : \upsilon(1) = 0, \upsilon'(1) = 0\}$$

$$B_k^* \upsilon = L_k^*(I + L^* K^*)\upsilon = g(x).$$

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Бияров Б.Н. О спектральных свойствах корректных сужений и расширений одного класса дифференциальных операторов.// Диссертация-Алматы, 1989.
2. Шыныбеков А.Н. О корректных сужениях и расширениях некоторых дифференциальных операторов.// Диссертация-Алматы, 1983.
3. Бияров Б.Н. О вольтерровых задачах// Хабаршы-Астана, 2010.
4. Вишик М.И. Линейные расширения операторов и краевые условия // Доклады АН СССР,1949.

УДК 52

О ВЗАИМОСВЯЗИ ПОТЕНЦИАЛА РИССА И ОПЕРАТОРА ХАРДИ В ГЛОБАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ

Искакова Гульдинара Шамугутовна, Жулдасов Жанат Максутович

iskakova.guldinar@mail.ru

zhanzhan85@mail.ru

Магистрант, докторант механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.Бокаев

В данной работе приводится оценка нормы потенциала Рисса в глобальльных пространствах типа Морри через норму оператора Харди в весовом пространстве Лебега и приводится условие ограниченности потенциала Рисса в глобальныцх пространствах типа Морри.

Для $x \in R^n$ и $r > 0$, пусть $B(x,r)$обозначает открытый шар с центром в точке x радиуса r и $|B(x,r)|$ – объем шара.

Пусть $f \in L_1^{loc}(R^n)$. Потенциал Рисса I_α определяется следующим образом [1]:

$$I_\alpha f(x) = \int_{R^n} \frac{f(y)dy}{|x-y|^{n-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < n,$$

где $|B(x,t)|$ является мерой Лебега шара $B(x,t)$.