УДК 517.946

БЕСІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ КОЭРЦИТИВТІ ШЕШІЛУІ

Мұқашева Тоғжан Дидарқызы

togjan.95.08@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 8D05401-математика мамандығының 1-курс докторанты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Ахметкалиева Р.Д.

Бұл жұмыста бесінші ретті жоғары коэффиценттері айнымалы сингулярлы дифференциалдық теңдеудің $L_p = L_p(-\infty,+\infty)$, $1 < p < \infty$ кеңістігінде бірмәнді шешілуі мен сол шешім үшін коэрцитивті бағалаудың орындалу шарттары алынады. Дербес жағдайда $p = 2$ кезінде қарастыратын теңдеуге сәйкес дифференциалдық оператор жартылай шенелмеген, сондықтан шешімнің және оның туындыларын бағалау есебінде біраз қиындықтар туындайды.

Тақ ретті сызықты және сызықты емес дифференциалдық операторлардың бөліктенуі, спектрлік және аппроксимативтік қасиеттері Ж.Ж Айтқожа, М.Б. Мұратбеков [1], М.Б. Мұратбеков, М.М. Мұратбеков, К.Н. Оспанов [2], А. Біргебаев, М. Өтелбаев [3], А.Ж. Тогучуев [4], Л. Шустер және М. Сапенов [5], Р.Д. Ахметкалиева [6] және т.б. жұмыстарында зерттелген.

Дегенмен, бұл жұмыстардың [1-3], [5] жұмыстарында Гильберт кеңістігі жағдайы қарастырылады. Ал жоғары коэффиценттері айнымалы үшінші ретті дифференциалдық теңдеулер үшін шешімдерінің бар, жалғыз болуы және сол шешім үшін коэрцитивті бағалаудың орындалу шарттары [6, 7] жұмыстарында алынған. Коэффициенттері комплексмәнді тақ ретті сингулярлы дифференциалдық теңдеулер банах кеңістігінде жүйелі түрде әлі зерттелген жоқ. Мұндай теңдеулер проекциялық әдістерді, соның ішінде Фурьенің айнымалыларды ажырату әдісін пайдаланып көп өлшемді кеңістіктегі теңдеулерді шешу кезінде пайда болады.

Жұмыста келесі түрдегі жоғары коэффициенттері айнымалы бесінші ретті

$$(L+\lambda E) \equiv -m_1(x)\left(m_2(x)\left(m_3(x)\left(m_4(x)\left(m_5 y'\right)'\right)'\right)'\right)' + \left(r(x)+is(x)+\lambda\right)y = f(x), \tag{1}$$

теңдеуін қарастырамыз. Мұндағы $f \in L_p(R)$, $\lambda \geq 0$.

Анықтама 1. Егер $y(x) \in L_p(R)$ функциясы үшін $n \to \infty$ ұмтылғанда $\|y_n - y\|_p \to 0$, $\|(L+\lambda E)y_n - f\|_p \to 0$ болатындай бес рет үзіліссіз дифференциалданатын және финитті фукнциялардың $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ тізбегі табылса, онда $y(x)$ функциясы (1) теңдеуінің шешімі деп аталады.

$C^{(k)}(R)$ $(k = 1,2,...)$ арқылы $\sum_{i=0}^{k} \sup\left|\psi^{(i)}(x)\right|$ шамасы ақырлы болатын және k рет үзіліссіз дифференциалданатын $\psi(x)$ функциялар жиынын белгілейік.

Алынған негізгі нәтижелер келесі екі теорема түрінде келтірілген.

Теорема 1. Айталық, $s(x)$, $q(x)$, $m_1(x)$ функциялары R - де үзіліссіз, $m_2(x)\in C_{loc}^{(1)}(R)$, $m_3(x)\in C_{loc}^{(2)}(R)$, $m_4(x)\in C_{loc}^{(3)}(R)$, $m_5(x)\in C_{loc}^{(4)}(R)$ болсын және төмендегі шарттар орындалсын

$$m_i(x)\geq 1 \quad (i=\overline{1,5}),\quad \frac{r(x)}{\prod_{k=1}^{5} m_k(x)}\geq 1,\quad s(x)\geq 1, \tag{2}$$

$$c^{-1}\leq \frac{m_k(x)}{m_k(\tau)},\frac{r(x)}{r(\tau)},\frac{s(x)}{s(\tau)}\leq c \quad (k=\overline{1,5})\quad x,\tau\in R,\quad |x-\tau|\leq 1, \tag{3}$$

$$|m_2'(x)|\leq cm_2(x),\ |m_3^{(i)}(x)|\leq cm_3(x)\quad (i=1,2),$$

$$|m_4^{(i)}(x)|\leq cm_4(x)\quad (i=1,2,3),\ |m_5^{(i)}(x)|\leq cm_5(x)\quad (i=\overline{1,4}),\ x\in R \tag{4}$$

$$\sup_{|x-\tau\leq 1|}\frac{|V_\lambda(x)-V_\lambda(\tau)|}{|V_\lambda(x)|^{\nu}|x-\tau|^{\mu}}<+\infty,\quad 0<\nu<\frac{\mu}{5}+1,\quad \mu\in(0,1],\quad \lambda\geq 0, \tag{5}$$

мұндағы $V_\lambda(x):=\frac{|r(x)+\lambda+is(x)|}{\prod_{k=1}^{5} m_k(x)}$. Онда барлық $\lambda\geq\lambda_o$ үшін (1) теңдеудің шешімі бар болатындай $\lambda_o\geq 0$ саны табылады.

Теорема 2. Айталық, $r(x)$, $s(x)$ функциялары R - де үзіліссіз, $m_1(x)\in C_{loc}^{(5)}(R)$, $m_2(x)\in C_{loc}^{(4)}(R)$, $m_3(x)\in C_{loc}^{(4)}(R)$, $m_4(x)\in C_{loc}^{(3)}(R)$, $m_5(x)\in C_{loc}^{(2)}(R)$ болсын, және (2), (3), (5) шарттарымен қатар

$$|m_1^{(i)}(x)|\leq cm_1(x)\quad (i=\overline{1,5}),\ |m_2^{(i)}(x)|\leq cm_2(x)\quad (i=\overline{1,4}),\ |m_3^{(i)}(x)|\leq cm_3(x)\quad (i=\overline{1,4}),$$

$$|m_4^{(i)}(x)|\leq cm_4(x)\quad (i=\overline{1,3}),\ |m_5^{(i)}(x)|\leq cm_5(x)\quad (i=\overline{1,2}),\ x\in R, \tag{7}$$

шарттары орындалсын. Онда (1) теңдеудің шешімі $y(x)$ жалғыз болады және ол үшін

$$\left\| -m_1\left(m_2\left(m_3\left(m_4\left(m_5 y'\right)'\right)'\right)'\right)'\right\|_p^p+\left\|(r+is+\lambda)y\right\|_p^p\leq c_0\|f\|_p^p \tag{8}$$

бағалауы орындалады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Айкожа Ж.Ж., Муратбеков М.Б. О гладкости и аппроксимативных свойствах решений нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка с комплексным потенциалом // Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Теория приближения и вложения функциональных пространств». – Караганда, - 1991. – С. 52.
2. Муратбеков М.Б., Муратбеков М.М., Оспанов К.Н. Коэрцитивная раз-решимость дифференциального уравнения нечетного порядка и ее приложения // Доклады академии наук. – 2010. - Т. 435, № 3. - С. 310-313.
3. Биргебаев А., Отелбаев М. О разделимости нелинейногодифференциального оператора третьего порядка //Известия АН КазССР. Сер.физ.-мат. – 1984. - №3. – С. 11-13
4. Тогочуев А.Ж. О суммируемости решений дифференциальных уравнений нечетного порядка с весом // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. -1985. - №5. – С. 55-58.
5. Сапенов М., Шустер Л.А. О суммируемости с весом решений двучленных дифференциальных уравнений // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. - 1987. - №1. – С. 38-42.
6. Р.Д. Ахметкалиева. Сингулярлы дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің коэрцитивті бағалаулары мен олардың қолданулары. //Дис...PhD. Астана, 2013
7. Р.Д. Ахметкалиева. Коэрцитивные оценки решения одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка// Вестник Карагандинского университета. – 2013. - №2 (70). – С.28-35

УДК 517.951

О ВЛОЖЕНИЯХ ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ $H_p^s(\rho, v_s)$.

Мурат Гулнар
muratgulnar1988@gmail.com
докторант третьего года обучения специальности Математика
ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – проф. Л. К. Кусаинова

Примем обозначения: Ω - область в R^n ($\Omega \subseteq R^n$), $L_{loc}(\Omega)$ - пространство локально суммируемых в Ω функций, $C_0^\infty(\Omega)$ - класс всех бесконечно дифференцируемых и финитных в Ω функций.

Рассматривается весовые пространства $H_p^s(\rho, v_s)$, $s > 0$, $1 < p < \infty$. В основу построение этих пространств берутся пространства H_p^s. Пространство H_p^s есть пополнение класса $C_0^\infty(R^n)$ по норме

$$\left\| f : H_p^s \right\| = \left\| J_s f \right\|_p ,$$