Қорытынды: Бұл жұмыста ортаның кері әсері Зонд-12е сериялы GPR нақты деректері негізінде модельденді. Зерттеу тереңдігіне байланысты көздің кері әсерге пропорционалды екенін көрсетілді. Сигналдың графикалық визуализациясы ұсынылды, кедергілерден және шулардан өңделген сигнал түрі көрсетілді, оның спектрлік талдауы да зерттеледі.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Mukanova B.G. Inverse source problem for wave equation and GPR data interpretation problem /B.G. Mukanova, V.G.Romanov // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. – 2016. – 4 – №3 – P. 15-28.

2. Mathematical modeling of the source and response of environment for the equation of geoelectrics / Iskakov K.T., Mukanova B.G., Berdyshev A.S., Kembay A.S., Tokseit D.K.// Bulletin of the Karaganda Unversity. – 2019. – 2 – №2(94) – P.129-141.

3. К.Т. Искаков, С.А. Боранбаев, Д.К. Токсеит, Б.Б. Шолпанбаев. Экспериментальные исследования для моделирования источника // «Вестник Государственного университета имени Шакарима города Семей». - г. Семей, 2019. – С. 81-85

4. Искаков К.Т., Баранчук К., Кембай А. С., Токсейт Д.К. Изучение свойств отраженных сигналов по данным георадара Зонд-12 // Материалы международной научной конференции «Теоретическая и прикладные вопросы математики, механики и информатики» - г. Караганда, 2019. – С. 135

УДК 517.977.56

ДЕНДРИТТІ АҒАШ-ГРАФТАҒЫ ТЕРІГЕ ЖЕРГІЛІКТІ ТІТІРКЕНДІРГІШТІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

Күзембай Шолпанай Бақытбекқызы, Нұрғали Айнұр Кенжебекқызы
sholpanai23@gmail.com, *ainura.1799@mail.ru*
Л. Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Механика-математика факультеті, Математикалық және компьютерлік модельдеу кафедрасының студенттері, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші – К. Б. Нуртазина

Жүйке жүйесі әртүрлі өзара байланысты құрылымдардың тұтас функционалдық жиынтығы ретінде қарастырылады, ол ағзаның барлық құрылымдарының қызметін өзара байланысты реттеуді, ішкі және сыртқы орта жағдайларының өзгеруіне реакцияны қамтамасыз етеді. Нейрондар басқа нейрондарды жабатын аксон терминалдарынан сигналды жинайды. Олар көптеген басқа нейрондардан синапстармен (байланыстармен) жабылады және олар осы синапстардан алатын сигналдарды біріктіреді.

Терінің құрылымдық модельдері микроқұрылымдық элементтерден тұратын материал болып табылады. Осы құрылымдық элементтердің өзара әрекет ету тәсілі тиісті теңдеулерді жасау арқылы анықталуы мүмкін. Бұл жағдайда алыс тармақталған дендрит ағашы ескеріледі. Барлық тармақтар біртекті пассивті мембранасы бар цилиндрлер болып табылады, сондықтан әрбір тармақтың ұзындығы бойынша мембраналық потенциалды бөлу кабелдік теңдеуге сәйкес келеді.

Ағаш діңіне тогын беру беру кезінде токтың бөлінуі және мембраналық потенциалдың барлық тармақтарға таралуының өзгеруі эквиваленттi цилиндрдегі кабельдік теңдеудің математикалық шешіміне сәйкес келеді.

Осылайша, соңғы ұзындықтағы эквивалентті цилиндр идеализацияланған дендритті ағаштың биофизикалық және биоматематикалық үлгісі болып табылады. Осы арқылы математикалық физиканың бірқатар шеткі нейрофизикалық қызықты есептері үшін аналитикалық шешімдер алуға болады.

Бірінші модель [1] біртекті пассивті жүйке мембранасынан тұратын ақырлы ұзындықтағы цилиндр болды. Бұл кішірейтілген моделінде дендритті ағаш бір цилиндрге бүктелген; нейронды сом $X = 0$ бір ұшында жатыр, ал дендритті терминалдар $X = L$ екінші ұшында жатыр. Пассивті мембрананы қолдану ұсынылғандықтан, цилиндр бойымен мембраналық потенциалдың кеңістіктік-уақытша таралуы параболалық типтегі дифференциалдық теңдеуге сәйкес келуі керек.

Бұл мақалада біз жергілікті тітіркендіргіштің математикалық моделін сипаттаймыз. Бұл ретте жүйке ұштарының дендритті тарамдарын біз граф-ағаш түрінде қарастырамыз. Біздің жағдайда кабельдік теңдеу келесі түрде болады:

$$\frac{\partial V}{\partial T} = -V + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2}. \qquad (1)$$

Мұндағы $V = V_m - E_r$ мембраналық потенциалды бөлуді ұсынады, V_m одан тыныштықтағы күйі, E_r және V_m жасушааралық кернеу, B_i жасушадан тыс кернеу V_e.

Бұдан бөлек:

$$X = \frac{x}{\lambda}$$

$$\lambda = \sqrt{r_m/r_i} = \sqrt{(R_m/R_i)(d/4)}$$

$$T = t/\tau_m \text{ , с } \tau_m = r_m c_m = R_m C_m.$$

осы формулаларда d – цилиндр диаметрі, ал r_i – цилиндр ұзындығының бірлігіне және c_m және r_m^{-1} мембрананың сыйымдылығына және мембрананың өткізгіштігіне, сәйкесінше, мембраналық цилиндр ұзындығының бірлігіне кедергі; R_m және C_m мембрананың ауданының бірлігіне, ал R_i жасушааралық ортаның көлемдік үлестік кедергісі қолданылады.

Екі шетінен тоқтың жоқ екенін білдіретін қатты бекітілген ұштар үшін шекаралық шарттар $\frac{\partial V}{\partial X}$= 0 екі ұшы үшін X= 0 және X= L.

Белгілі классикалық айнымалы бөлу әдісін пайдалана отырып, біз осы шекаралық есептің жалпы шешімін келесі түрде білдіреміз:

$$V(X,T) = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos(\alpha_n X)\, e^{-(1+\alpha_n^2)T} \tag{2}$$

мұнда n – кез келген оң бүтін сан немесе нөл, және бұл ретте

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L}\,, \tag{3}$$

α_n^2 мәндері шекаралық есептегі меншікті мәндерді білдіреді. (2) формулада B_n коэффициенттері бастапқы шарттармен анықталған тұрақтылар болып табылады.

Содан кейін біз (2) теңдеудегі дәреже көрсеткіші үшін теориялық өрнекке (3)-ті енгіземіз, және уақыт бойынша τ_n тұрақтылар жинағын (жабық ұштары бар пассивті цилиндр үшін) білдіретін келесі түріндегі өрнекті аламыз

$$\frac{\tau_0}{\tau_n} = 1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \tag{4}$$

Одан әрі, $\tau_0 = \tau_m$ біркелкі бөлінген мембрана потенциалының ыдырауын реттейтінін байқаймыз, ал τ_n, $n > 0$ үшін теңдестіру уақыт бойынша тұрақты мәндері деп атаймыз, себебі олар мембрана потенциалының біркелкі бөлінбеген компоненттерінің тез ыдырауын бақылайды.

Енді (4) теңдеуін түрлендіру барысында келесі өрнекті аламыз:

$$L = \frac{n\pi}{\sqrt{\frac{\tau_0}{\tau_n} - 1}}, \qquad (5)$$

Осылайша L мәнін екі уақыт бойынша тұрақтылар арқылы есептей аламыз. Бұл оптикалық ұзындықтың L мәнін тәжірбиелік өтпелі кезеңнің нәтижелерінен бағалауға мүмкіндік береді.

Әлемдік ғылыми әдебиетте белгілі тері рецепторларының барлық математикалық және есептеу модельдерін үш негізгі санатқа бөлуге болады: феноменологиялық, құрылымдық және құрылымдық негізделген феноменологиялық модельдер.

Феноменологиялық модельдер тері біртекті материал болып табылады деген болжамға негізделген, мұндағы микроқұрылым және көптеген фазалар, сондай-ақ олармен байланысты механикалық қасиеттер ескерілмейді. Бұл феноменологиялық модельдер жалпы макроскопиялық, терінің әрекетін, оның элементар құраушыларының жеке әрекеттерін және олардың өзара әрекеттесулерін ескерусіз жалпы қамтуға бағытталған.

Егер біз тек механикалық әрекетті қарастыратын болсақ, онда феноменологиялық модель деформация функциясы ретінде кернеудің эволюциясын сипаттайтын математикалық қатынастар жиынтығы болып табылады. Егер тұжырымдама орынды болса, онда ол, әдетте, өте қажетті және құрылымдық тұрғыдан маңызды болып табылады.

Алайда, бұл тәсілдің басты кемшілігі – конституциялық параметрлердің көбінесе тікелей физикалық түсіндірілмеуі, ал модель интегралдау және механикалық құрылымдық әсерлерді зерттеу икемділіксіз «қара жәшік» ретінде тиімді әрекет етеді. Бұл тәсілмен жеке негізгі құрылымдардың механикалық қасиеттерін ғана емес, сонымен бірге олардың макроскопиялық теріні қалыптастыра отырып, геометриялық орналасуын және олардың механикалық, термиялық немесе басқа кез келген физикалық түрлерін қалай қолданатындығын анықтау немесе білу қажет.

Терінің жалпы механикалық қасиеттері геометрия мен механика арасындағы осы сызықтық емес қатынастардың нәтижесі болып табылады. Құрылымдық модельдерді феноменологиялық модельдердің геометриялық жинақтары ретінде қарастыруға болады.

Сондықтан, құрылымдық модельдер толығымен құрылымдық болып табылмайды, және құрылымдық немесе феноменологиялық модель ретінде жіктелуі тиісті кеңістіктік масштабталумен ерекшеленетінін айта аламыз.

Дендритті ағаш-графтағы тері рецепторларының математикалық моделінде біз К.Б.Нуртазинаның ғылыми жетекшілігімен бастаған [2] ағаш-графындағы параболалық типтегі кері есептің зерттеуін жалғастырамыз, атап айтқанда $h(x)$ - ты қалпына келтіру есебі:

$$u_t - u_{xx} + q(x)u = p(t)h(x)\,, \qquad E \times (0,T) - \text{да} \tag{6}$$

$$\begin{cases} v \in V \backslash \partial\Omega \ \ \text{әрбір төбесінде} \ \ \sum_{e_j \sim v} \partial u_j(v,t) = 0\ , \ \ t \in [0,T] \\ \quad \text{барлық} \ \ t \in [0,T] \ \text{үшін әр төбесінде} \ u(\cdot\,,t) \ \text{үзіліссіз} \end{cases} \tag{7}$$

$$\partial u = f \qquad \partial\Omega \times [0,T] - \text{ға}, \qquad u|_{t=0} = 0 \qquad \Omega - \text{ға} \tag{8}$$

Шекаралық басқару әдісі (Boundary Control Method) [3] 2-ретті Вольтеррдің интегралды теңдеуін алуға мүмкіндік береді. Бұл теңдеуді сандық түрде шешу үшін тізбекті жуықтау әдісін қолданамыз.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

43. Rall W. Theory of physiological properties of dendrites // Mathematical Theories of Biological Phenomena, 1962, № 96 (4) – P. 1071-1092.
44. Атантаева С.А., Бейсенова Д.Д. Математическая модель активности клетки через рецепторы кожи // Сборник материалов XIV Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование – 2019». – Нур-Султан, 2019. – С. 1372-1375.
45. Avdonin S. and Kurasov P. Inverse problems for quantrum trees // Inverse Problems and Imaging, 2008, № 1. – P. 1-21.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УРОВНЯ МИГРАЦИИ НАСЕЛЕНИЯ МЕТОДАМИ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

Куйкенова Дамегуль Бауыржановна
db.kuikenova@gmail.com

Магистрант 2 курса по специальности
математическое и компьютерное моделирование
Механико-математического факультета
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – К.М. Аканова

Большинство прикладных экономических и технологических задач решаются с помощью методов построения математических моделей. Среди которых следует отметить математические модели, построенные на основе гармонического анализа, так как многие процессы являются периодическими, т.е. воспроизводятся повторно с течением времени. Основой прикладного гармонического анализа являются методы приближенного разложения функции, заданной графически или таблично в ряд или интеграл Фурье.