

1. . Покорный Ю.В, Пенкин О.М., Прядиев В.Л., Боровских А.В., Лазарев К.П., Шабров С.А. Дифференциальные уравнения на геометрических графах, Физ-матлит, М., 2004.
2. Провоторов В.В. Собственные функции задачи Штурма-Лиувилля на графе-звезде, Матем. сб., 2008, том 199, номер 10, 105-126.
3. Титчмарш Э.Ч. Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальным уравнениям второго порядка, ч. 1, ИЛ, М., 1960.
4. Завгородний М.Г. «Спектральная полнота корневых функций краевой задачи на графе», Докл. РАН, 335:3 (1994), 281-283.

УДК статьи: 519.212

## **ДИСПЕРСИЯЛЫҚ ТАЛДАУДА ГРЕК-ЛАТЫН КВАДРАТТАРЫН ҚОЛДАНУ МЫСАЛЫ**

**МУСАБЕКОВА МАДИНА КУАНЫШБАЕВНА**

[musabekova\\_mk@bk.ru](mailto:musabekova_mk@bk.ru)

Л.Н.Гумилев атындағы математикалық және компьютерлік модельдеу мамандығының төртінші курс студенті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

Ғылыми жетекші – Р. Сергибаев

Бүгінгі күні тәжірибені (экспериментті) жоспарлау тек химия, физика, басқа да жаратылыс ғылымдары пәндерінде ғана емес, сонымен бірге экономика, әлеуметтану, мәдениеттану саласында да қолданылуда.

Тәжірибені дұрыс ұйымдастыру, математикалық статистиканың әдістерін және жоспарлау жолдарын қолдану тәжірибеге жұмсалатын уақытты анағұрлым қысқартуға, еңбек өнімділігі мен алынатын нәтижелердің сенімділігін арттыруға мол мүмкіндік береді.

Тәжірибе деп қандай да бір нысанға оның қажетті сипаттамалары жөнінде ақпарат алу мақсатында жүргізілетін зерттеулерде қолданылатын амалдар жиынын айтады. Зерттелетін құбылыстың, үрдістің не нысанның математикалық моделін құру, тәжірибе нәтижесінде алынған ақпараттарды өңдеу әдістерінің маңызды есебі болып табылады.

Осы тұрғыда, мақалада математика мен статистика әдіс-құралдарын ұштастыра отырып қандайда бір физикалық немесе химиялық үрдіске бірнеше фактор әсер еткенде тәжірибе санын қысқартудың амалы қарастырылды. Зерттеу нысаны ретінде төрт деңгейден тұратын үш факторлы тәжірибе жоспары алынып, оны латын квадраттарын қолдау арқылы дисперсиялық талдау жүргізілді.

Жалпы, дисперсиялық талдаудың міндеттері төмендегідей [1,3]:

- жауап қайтару (лебіздік) функциясына факторлардың әсер етуін бағалау;
- фактор әсеріне шектеу қою (яғни, қандай аралықта фактордың әсері мол).

Тәжірибені жоспарлауда факторлардың зерттеу нысанына әсерлерін толық сипаттау үшін қажетті тәжірибелер саны  $N = n^k$  болады,  $n$  – мұнда факторлардың өзгеру деңгейінің саны,  $k$  – факторлардың саны.

«Грек-латындық квадрат»-төртфакторлы дисперсиялы талдауды жасау үшін грек-латындық квадрат типімен тұрғызылған тәжірибенің жоспары. Бұл жағдайда әжептәуір сынақтар саны азаяды. Толық төртфакторлы дисперсиялық талдау үшін  $N = n^4$  сынақ жасау керек. Ал егерде грек-латындық квадраттар принципін қолданса, онда сынақтар саны  $n^2$  есе, яғни,  $N = n^2$

Төртфакторлы дисперсиялы талдау үшін үш деңгейде грек-латын принципі бойынша тұрғызылған кесте

A	B								
	$b_1$		$b_2$		$b_3$				
$a_1$	$c_1$	$Y_1$	$d_1$	$c_2$	$Y_2$	$d_2$	$c_3$	$Y_3$	$d_3$
$a_2$	$c_2$	$Y_4$	$d_3$	$c_3$	$Y_5$	$d_1$	$c_1$	$Y_6$	$d_2$
$a_3$	$c_3$	$Y_7$	$d_2$	$c_1$	$Y_8$	$d_3$	$c_2$	$Y_9$	$d_1$

Төртфакторлы дисперсиялы талдау үшін үш деңгейде грек-латын принципі бойынша тәжірибелер өткізу жоспары

Тәжірибе №	A	B	C	D	Y
1	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$	$Y_1$
2	$a_1$	$b_2$	$c_2$	$d_2$	$Y_2$
3	$a_1$	$b_3$	$c_3$	$d_3$	$Y_3$
4	$a_2$	$b_1$	$c_2$	$d_3$	$Y_4$
5	$a_2$	$b_2$	$c_3$	$d_1$	$Y_5$
6	$a_2$	$b_3$	$c_1$	$d_2$	$Y_6$
7	$a_3$	$b_1$	$c_3$	$d_2$	$Y_7$
8	$a_3$	$b_2$	$c_1$	$d_3$	$Y_8$
9	$A_3$	$b_3$	$c_2$	$d_1$	$Y_9$

Төртфакторлы дисперсиялы талдау кезіндегі есептеу алгоритмі үшфакторлыдағыдай (2.4.3). Кездейсоқ фактордың дисперсиясын бағалау үшін бостандық деңгейінің саны:

$$f_{\text{ост}} = f_2 = (k-1)(k-3).$$

Төрт факторлық эксперимент үшін тиімді жоспарлар бар. Олардың бірі грек-латын квадратын пайдалануға салынған. Грек-латын квадраты комбинаторикадағы квадратты матрица деп аталады, ол екі топтан тұрады және сәйкесінше белгіленген элементтерден тұрады грек және латын әріптерімен, әрбір жолда және әрбір бағанда әр топтың элементтері тек бір рет кездеседі.

Мысалы,  $a = 5$  және  $a = 3$  :

$A\alpha B\beta C\gamma D\delta E\epsilon$

Cδ Dφ Eα Aβ Bγ

Aδ Bβ Cγ

Eβ Aγ Bδ Cφ Dα

Bγ Cα Aβ

Bφ Cα Dβ Eγ Aδ

Cβ Aγ Bα

Dγ Eδ Aφ Bα Cβ

Грек-латын квадраты деп аталатын төрт факторлы эксперимент барлық деңгейлерді тек екі фактор бойынша іріктеу жолымен түзілетін тәжірибелі тораптық нүктелердің  $a^2$ -нен тұрады, ал келесі екі факторлардың деңгейлері грек-латын квадратының элементтері болып табылады.  $a^4$  орнына ТФЭ үшін қажетті тәжірибелердің тек  $a^2$  тәжірибесі бар,  $a^2$  есе үнемдеу! Мысалы,  $a = 3$  кезінде эксперимент жоспары келесі кестеде берілген 9 нүктені ғана қамтиды. (Кесте 2) Бұл жоспарды алдыңғы (латын кубы, кесте 2) салыстырғанда, мұнда сондай - ақ бірінші жолда толық таңдау принципі бойынша таңдалған алғашқы екі фактор деңгейлерінің нөмірлері және екінші жолда грек-латын квадратын құрайтын басқа екі фактор деңгейлерінің нөмірлері көрсетілген. Әрбір нүктедегі екі тәжірибе кезінде эксперименттегі жалпы тәжірибе саны  $n = a^2$ ,  $n = 18$ , бұл өте қолайлы.

Кесте 2

1 1	2 1	3 1
1 1	2 2	3 3
1 2	2 2	3 2
2 3	3 1	1 2
1 3	2 3	3 3
3 2	1 3	2 1

Мұндай эксперимент төртфакторлы модельге (57) дисперсиялық талдау жасауға мүмкіндік береді, ол жоғарыда мысалдарда қарастырылған және көрсетілген ережелер бойынша өткізіледі. Тек сомадағы мүшелердің саны және квадрат сомаларын есептеу кезіндегі бөлгіштердің мәні ТФЭ-ке қарағанда 2 есе аз болады.

Латын квадраты схемасын осы есепке қолданайық. Факторлардың өзгеру деңгейі  $A - a_1, a_2, a_3, a_4$ ;  $B - b_1, b_2, b_3, b_4$ ;  $C - c_1, c_2, c_3, c_4$ ; болсын. Әр фактордың тәжірибедегі  $Y$  синтез үрдісіне әсер етуінің мәнділігін анықтайық. Тәжірибенің нәтижесі келесі кестеде берілген болсын (Кесте 3).

Кесте 3. Тәжірибе деректері

A	B				Жол бойынша барлығы
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	
$a_1$	$c_1$ 13,2	$c_2$ 2,7	$c_3$ 49,1	$c_4$ 7,2	72,2
$a_2$	$c_2$ 19,0	$c_3$ 8,0	$c_4$ 15,5	$c_1$ 9,5	52,0
$a_3$	$c_3$ 4,6	$c_4$ 5,9	$c_1$ 31,5	$c_2$ 53,1	95,1

$a_4$	$c_2$ 14,7	$c_1$ 16,3	$c_2$ 60,9	$c_3$ 55,2	147,0
Баған бойынша барлығы	51,5	32,9	157,0	125,0	

Алгоритм бойынша есептеулер жүргізіп [2], нәтижелерін дисперсиялық талдау кестесіне енгізейік (Кесте 4):

Кесте 4. Есептеулер нәтижесі

Есептелген дисперсия көзі	Еркіндік дәрежелер саны	Квадраттар қосындысы	Орташа квадрат
А	3	1259,28	419,75
В	3	2611,60	870,0
С	3	1340,75	446,92
Қателік	6	902,97	150,5
Жалпы қосынды	15	6114,58	—

А, В, С факторлар әсерлерінің мәнділігін Фишер критеріі бойынша тексерейік [1,2,3].

А фактор әсерінің дисперсиялық қатынасы:

$$F = \frac{S_A^2}{S_K^2} = \frac{419,75}{150,5} = 2,64;$$

В факторы үшін:

$$F = \frac{S_B^2}{S_K^2} = \frac{870,0}{150,5} = 5,62;$$

С факторы үшін:

$$F = \frac{S_C^2}{S_K^2} = \frac{446,92}{150,5} = 2,88;$$

Фишер критеріінің мәнділік деңгейі  $p=0,05$  және салыстырып отырған дисперсиялардың еркіндік дәрежелері  $f_1 = 3$ ,  $f_2 = 6$  болғандағы кестедегі мәні  $F_{0,05}(3; 6) = 4,8$ .

А, В, С факторлары үшін есептелген дисперсиялық қатынастарды осы  $F=4,8$  кестедегі санымен салыстырған кезде, А және С факторларының әсерлері мәнді емес болып шығады. Синтез үрдісіне (Y) тек қана В факторының әсері мәнді болып табылады, себебі

$$F = \frac{S_B^2}{S_K^2} > F_{\text{кесте}},$$

теңсіздік орындалады.

Сонымен, латын квадраттары схемасы жалпы тәжірибе санын  $n$  есе кемітіп, көпфакторлы дисперсиялық талдауда тиімді әдістің біруі болып табылды. Көрсетілген мысалда, 64 тәжірибенің орнына бар болғаны 16 тәжірибе жүргізілді.

Төменде латын квадраты алгоритмінің принципі (жалпылау үшін) бағдарламасы мысал ретінде келтірілген:

```
// C++ program to print Latin Square
#include<stdio.h>

// Function to print n x n Latin Square
void printLatin(int n)
{
    // A variable to control the rotation
```

```

// point.
int k = n+1;

// Loop to print rows
for (int i=1; i<=n; i++)
{
    // This loops runs only after first
    // iteration of outer loop. It prints
    // numbers from n to k
    int temp = k;
    while (temp <= n)
    {
        printf("%d ", temp);
        temp++;
    }

    // This loop prints numbers from 1 to k-1.
    for (int j=1; j<k; j++)
        printf("%d ", j);

    k--;
    printf("\n");
}
}

// Driver program to test above function
int main(void)
{
    int n = 5;

    // Invoking printLatin function
    printLatin(n);

    return 0;
}

```

Output:

1 2 3 4 5

5 1 2 3 4

4 5 1 2 3

3 4 5 1 2

2 3 4 5 1

Қолданылған әдебиеттер:

1. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных. – Л.: Судостроение, 1980. – 384 с.
2. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке: Методы планирования эксперимента. – М.: Мир, 1981. – 520 с.
3. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. – М.: МИР, 1967, – 407
4. Лунев В. А. Математическое моделирование и планирование эксперимента: Учеб. пособие. СПб., 153 с.

УДК 517.977.56

## **СЕНСОРЛЫҚ ФИЗИОЛОГИЯНЫҢ ЖАДЫЛЫ ДИФФУЗИЯЛЫҚ ПРОЦЕСТЕРДІ МОДЕЛДЕУ ЕСЕБІ**

**Мырзахмет Самат Махсатулы, Турсынмурат Айдос Битореулы**  
[samat1120@yandex.kz](mailto:samat1120@yandex.kz), [aidos\\_1106@mail.ru](mailto:aidos_1106@mail.ru)

Математика және компьютерлік модельдеу кафедрасының магистранттары

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті

Ғылыми жетекші – К.Б. Нуртазина

Диффузиялық процесс бір заттың екіншісі затқа өзара енуімен сипатталады. Онымен қоса молекулалар мен энергетикалық атомдардың біртекті емес концентрациясының өздігінен теңесуі байқалады, олар температураның өзгеру үдірісінде орындарымен алмасады. Осындай бөлшектер алмасуы одан әрі тереңірек қабааттарда жүреді. Ары қарай зат біртекті болғанша бөлшектердің үздіксіз және ретсіз қозғалысы жүреді. Мұндай өзгерістер энергиямен де жүреді.

Біз диффузиялық процестерді сенсорлық физиология тұрғысынан зерттейміз. Бізге белгілі, ауырсыну рецепторлары бос жүйке тармақтары болып табылады. Олар негізінен ұсақ қан және лимфа тамырларының дәнекер тін қабығында және жекелеген жүйке талшықтарының дәнекер тін қабығында орналасады.

Көптеген рецепторлар механикалық, жылулық және химиялық әсерлерге жауап қайтарады. Оларды қозуы сыртқы әсердің агенттің пайда болуынан басталады, агент терінің қалыпты жұмыс істеуін тоқтатуға қауіп төндіреді. Мұндай агенттер буынға кіретін бактериялар немесе жүрек бұлшық етіндегі дұрыс емес қан ағымы болуы мүмкін, онымен қоса күшті механикалық әсер, ыстық немесе суық температуралар болуы мүмкін.

Кейбір жағдайларда агент тікелей рецепторларға әсер етеді, мысалы жылу әсері арқылы. Егер тері қабынған болса, онда болмашы жылу әсері қозу тудырады. Мысалы, күнге күйген терінің әлсіз жылу әсеріне жоғары сезімталдығы. Кейде керісінше жағдай туындайды, рецепторлардың сезімталдығы төмендейді.