УДК 512.56, 512.57

Использование АФП к свойствам бинарных отношений

А.Т. Шойбасов, С.Б. Сарбатыр
askarbek95@mail.ru, samal.sarbatyr@mail.ru
Магистрант 6М060100, студент 5В0101900,
(Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан)
Научный руководитель - А.О. Башеева

Можно ли определить концепт значения с помощью соответствии? Видно, что для этого нам не нужны все соответствии, а достаточно небольшого подмножества. В работе 1 показано, как эти соответствии могут быть получены из доступного контекста, однако с помощью имеющихся сейчас инструментов мы можем также разработать метод генерации множеств соответствии, которые не будут грамоздки, даже если контекст недоступен или доступен только частично.

Алгоритм определения псевдо-значении позволяет модифицировать, что приводит к интерактивной программе: можно изменить контекст, добавляя новые объекты, даже в то время, когда идет генерация списка соответствии $\mathcal{L}$. Если значения этих объектов учитывают все определенные до сих пор соответствии, то вычисление нового контекста может быть продолжено с полученными до этого результатами. Получаем следующее предложение:

Предложение 1. Пусть $\mathbb{K}$ – будет контестом, и пусть $P_1, P_2, \dots, P_n$ - будет первым n псевдо-значениям в $\mathbb{K}$ с лексическое порядком. Если $\mathbb{K}$ является расширением объекта g, значения объекта g' которого удовлетворяет соответствии $P_i \to P''_i$, где $i \in \{1,2,\dots,n\}$, тогда $P_1, P_2, \dots, P_n$ тоже являются лексически первыми n псевдо-значениями расширенного контекста.

Это может быть доказано, например, индукцией по n.

Поэтому, если мы найдем новые псевдо-значения P, то мы можем остановить алгоритм и спросить, следует ли добавлять соответствию $P \to P''$ в $\mathcal{L}$. Пользователь может ответить на этот вопрос в последующем или добавить контр-пример, который не должен противоречить соответствиям полученным до этого. В крайнем случае, процедура может быть запущена с контекстом, где объектные множества пусты. В этом случае пользователю придется ввести все контрпримеры, тем самым создав концептуальную систему с заданной "атрибутивной логикой".

Вместо того чтобы детально описывать эту программу, мы продемонстрируем ее функционирование на примере. Возьмем список свойств бинарных отношений, которые используются для определения различных типов отношений, см. таблицу 1.

Таблица 1. Свойства бинарных отношений

	Свойста	Определения
r	рефлексивность	xRx для всех $x \in S$

i	иррефлексивность	$\neg xRx$ для всех $x \in S$
s	симметричность	$xRy \Rightarrow yRx$ для всех $x, y \in S$
as	асимметричность	$xRy \Rightarrow \neg yRx$ для всех $x, y \in S$
an	антисимметричность	xRy и $yRx \Rightarrow x = y$ для всех $x, y \in S$
t	транзитивность	xRy и $yRz \Rightarrow xRz$ для всех $x, y, z \in S$
nt	антитранзитивность	$\neg xRy$ и $\neg yRz \Rightarrow \neg xRz$ для всех $x, y, z \in S$
c	связаность	xRy или yRx для всех $x \neq y \in S$
sc	полнота	xRy или yRz для всех $x, y \in S$

Какие соответствия существуют между этими свойствами? Для каждого из этих соответствий легко определить, справедливо ли оно для всех бинарных отношений или нет. Возможно только конечное число таких соответствий (поскольку мы имеем дело с конечным числом атрибутов), но, во всяком случае, существует гораздо большие, чем мы представили. Наш алгоритм должен помочь нам обнаружить "хорошие" соответствия сразу. Соответствия, которые не содержаться во всех бинарных отношениях, опровергаются контр-примерами.

Прежде всего, мы вооружимся небольшим количеством примеров, рассматривая все отношения на одно - или двухэлементном множестве. Существует двенадцать таких отношений см. таблицу 2.

Таблица 2. Примеры бинарных отношений

S	R	r	i	s	as	an	t	nt	c	sc	
$\{0\}$	$\emptyset$		x	x	x	x	x	x	x		
$\{0\}$	$\{(0,0)\}$	x		x		x	x	x	x	x	
$\{0,1\}$	$\emptyset$		x	x	x	x	x	x			
$\{0,1\}$	$\{(0,0)\}$			x		x	x				←
$\{0,1\}$	$\{(0,0),(1,1)\}$	x		x		x	x				
$\{0,1\}$	$\{(0,0),(0,1)\}$					x	x	x	x		←
$\{0,1\}$	$\{(0,0),(1,0)\}$					x	x	x	x		←
$\{0,1\}$	$S \times S \backslash \{(0,1)\}$	x				x	x	x	x	x	
$\{0,1\}$	$S \times S \backslash \{(0,0)\}$			x				x	x		←
$\{0,1\}$	$\{(0,1)\}$		x		x	x	x	x	x		
$\{0,1\}$	$\{(0,1),(1,0)\}$		x	x				x	x		

$\{0,1\}$	$S \times S$	x		x			x	x	x	x

Начнем с того, что теперь у нас есть контекст (как правило, этот контекст может быть даже пустым). Конечно, только соответствия которые выполняются в этом контексте, могут выполняться для всех бинарных отношений, но не наоборот. Теперь, обратите внимание, что четыре объекта отмеченные справа таблицы через ← являются лишними, так как их значения являются пересечениями других объект-значений и поэтому удовлетворяют всем соответствиям удовлетворяющим другим объектам. Теперь мы используем алгоритм для вычисления первого псевдо-значения. Лексически наименьшее псевдо-значение в этом контексте является

$$\{sc\}, \text{с } \{sc\}'' = \{r, t, nt, c, sc\}.$$

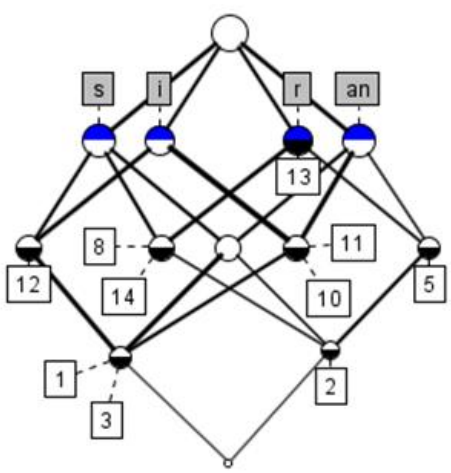
Другими словами, соответствие

$$\{sc\} = \{r, t, nt, c, sc\}$$

выполняется во всех приведенных выше примерах. Справедливо ли это вообще для бинарных отношений? Конечно, нет. Контр-пример для примера $S = \{0,1,2\}$, $R = S \times S \backslash \{(0,1), (1,2), (2,0)\}$. Это отношение рефлексивно, антисимметрично, выполняется связанность и полната и не удовлетворяет ни одному из других свойств. В этом случае решетка концептов выглядит в виде см. рисунок 1.

Добавим этот пример к нашему контексту и снова запросим самый наименьший псевдо-значения. Это будет $\{sc\}$, но теперь $\{sc\}'' = \{r, c, sc\}$, и мы должны проверить, имеет ли эта соответствия $\{sc\} = \{r, c, sc\}$ которую мы сокращаем до $sc \to r, c$, которая выполняется для всех бинарных отношений. На самом деле, каждое отношение полноты является рефлексивным и связанным. Однако мы можем добавить эту соответствию к следующему псевдо-значению $\mathcal{L}$.

Рисунок 1.



Следующее псевдо-значение это $\{\, t, c\}$, где $\{\, t, c\}'' = \{t, nt, c\}$. Оно означает следующее соответствие $t, c \to nt$, которая в действительности выполняется для бинарных отношений и поэтому добавляется в список, так же как и следующий $an, nt \to t$, который получается из псевдо-значения

$$\{an, nt\}, \text{ где } \{an, nt\}'' = \{an, t, nt\}.$$

После этого мы получаем псевдо-значение $\{as\}$, для которого выполняется

$$\{as\}'' = \{i, as, an, t, nt\}$$

в контексте этих примеров. Но соответствия

$$as \to i, as, t, nt$$

не выполняется вообще, смотрите следующий пример: $S := \{0,1,2\}$, $R := \{(0,1), (1,2), (2,0)\}$. Это отношение имеет атрибуты i, as, an, nt, и мы добавляем его в контекст. Поскольку оно явно удовлетворяет всем указанным до сих пор соответствиям, т оно не имеет отношения к выводам для псевдо-значений обнаруженных до этого (см. Предложение 1)

Потом сначала подтверждаем соответствие $as \to i, an$, и $s, c \to nt$, а также $s, an \to t$, затем мы приводим контр-пример для $i, t \to as, an, nt$ и т. д. Полный результат представлен в таблицах 3-4.

Таблица 3. Полный список примеров

No.	S	R
1	$\{0\}$	$\emptyset$
2	$\{0\}$	$\{(0,0)\}$
3	$\{0,1\}$	$\emptyset$
4	$\{0,1\}$	$\{(0,0), (1,1)\}$
5	$\{0,1\}$	$S \times S \backslash \{(0,1)\}$
6	$\{0,1\}$	$\{(0,1)\}$
7	$\{0,1\}$	$\{(0,1), (1,0)\}$
8	$\{0,1\}$	SxS
9	$\{0,1,2\}$	$SxS \backslash \{(0,1), (1,2), (2,0)\}$
10	$\{0,1,2\}$	$\{(0,1), (1,2), (2,0)\}$
11	$\{0,1,2\}$	$\{(0,1)\}$

Таблица 4. Контекст в примерах

	r	i	s	as	an	t	nt	c	sc
1		x	x	x	x	x	x	x	
2	x		x		x	x	x	x	x
3		x	x	x	x	x	x		
4	x		x		x	x			
5	x				x	x	x	x	x
6		x		x	x	x	x	x	
7		x	x				x	x	
8	x		x			x	x	x	x
9	x				x			x	x
10		x		x	x			x	
11		x		x	x	x			

12	$\{0,1,2\}$	$\{(0,1),(1,0)\}$
13	$\{0,1,2\}$	$SxS\backslash\{(0,1)\}$
14	$\{0,1,2\}$	$SxS\backslash\{(0,1),(1,0)\}$

12		x	x						
13	x						x	x	x
14	x		x						

Процедура не гарантирует, что полученный контекст является доминантным (как в приведенном примере). Вновь введенные объекты могут сделать ранее введенные объекты несущественными. В процессе можно “изрядно уменьшить” контекст (т. е. удалить ненужные объекты). Это не влияет на соответствия.

Ввиду ограниченного объема статьи мы описали только часть результатов и не стали рисовать все концепт решетки.

Список использованных источников

5. Ganter B., Wille R. Formal Concept Analysis// Mathematical Foundations. – Berlin: Springer, 1999.
6. Burris S. and Sankappanavar H.P. A course in Universal Algebra, The Millenium Edition, Available at http: //www.math.uwaterloo.ca/
7. G. Birkhoff, *Теория решёток*, М.: Наука, 1984. 380 с.
8. Гретцер Г. Общая теория решеток:Пер. с англ. Под редакцией Смирнова Д.М. – М.: МИР, 1981 – 456с.

УДК 004.386

«CETIN ӘДІСТЕМЕСІН ПАЙДАЛАНЫП, АҚПАРАТТЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІ ЖАСАУДЫҢ БАҒАСЫ МЕН ЕҢБЕК КӨЛЕМІН САНАЙТЫН ЖҮЙЕ ЖАСАУ»

Табыс Қ.

Karakat_tabyskyzy@mail.ru

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі- Габбасов М.Б. физика-математика ғылымдарының кандидаты, математикалық және компьютерлік моделдеу кафедрасының доценті

Диссертация CETIN әдістемесін игеріп ақпараттық жүйелерді жасаудың бағасы мен еңбек көлемін санауға арналған математикалық модель құруға және санау барысын автоматтандыратын клиенттік жүйе жасауға бағытталған.

Кілттік сөздер: ақпараттық жүйе, актор, функционалды өлшем, бағдарламалық қамтамасыз ету, еңбек сыйымдылығы, әзірлеуші, пайдаланылатын варианты