ӘОЖ 514.1

ПЛАНИМЕТРИЯ ЕСЕПТЕРІН ҚОСЫМША САЛУЛАР АРҚЫЛЫ ШЕШУ

Байғоныс Айжан Ғалижанқызы
Abaigonys@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «7М01509-математика» мамандығының 1 курс магистранты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Т.Туканаев

Геометриялық есептерді шешу кезінде дәстүрлі әдістерді қолдану кейде үлкен шешімдерге алып келеді, сондықтан геометриялық есептерді шешу әдістерінің ішіндегі маңызды құрамдас бөлігі ретінде қосымша салуларды атап өтуге болады.

Жалпы қосымша салулар төмендегілер үшін қолданылады:

- жаңа фигуралардың пайда болуы және оларға байланысты формулаларды, қасиеттерді және теоремаларды пайдалану мүмкіндігі;
- ұқсас немесе тепе-тең фигуралардың пайда болуы;
- пропорционалды кесінділердің пайда болуы .

Есептерді шығару барысында ең жиі кездесетін қосымша салуларды қарастырайық:

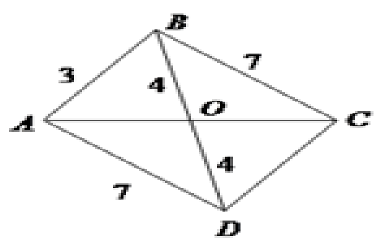
Егер үшбұрыштың медианасы берілген болса, онда медианы дәл сондай қашықтыққа дейін жалғастыру арқылы параллелограмм салуға болады.

1-мысал. Бір төбеден шығатын, ұзындықтары 3 см, 7 см және 4 см болатын екі қабырғасы және медианасы бойынша берілген үшбұрыштың ауданын анықтаңыз.

Берілгені: ΔABC, $AB=3$, $BC=7$ және $BO=4$ – медиана.

Табу керек: $S_{\Delta BAC}=?$

Шешуі: ΔABC үшбұрышын $ABCD$ параллелограммына дейін саламыз (1-сурет).



1-сурет

Герон формуласы бойынша ΔABD ауданын табымыз:

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, мұндағы $\frac{1}{2}P_{\Delta ABD}=9$, $S_{\Delta ABD}=\sqrt{9\cdot 6\cdot 1\cdot 2}=6\sqrt{3}$.

$\Delta ABD=\Delta BAC$ тең болғандықтан, онда $S_{\Delta BAC}=\sqrt{9\cdot 6\cdot 1\cdot 2}=6\sqrt{3}$. Яғни $S_{\Delta ABD}=S_{\Delta BAC}=6\sqrt{3}$.

Жауабы: $6\sqrt{3}$.

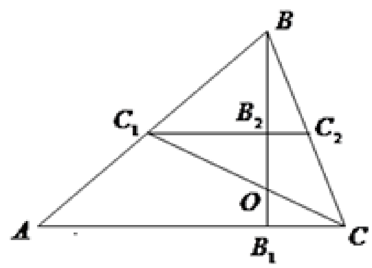
Егер үшбұрышта төбесі арқылы үшбұрыштың ішіне жүргізілген түзу берілсе, онда оның табаны арқылы үшбұрыштың ішіне оның екінші жағымен қиылысқанға дейін параллель сәуле жүргізіледі.

2-мысал. ΔABC үшбұрышында BB_1 биіктігі және CC_1 медианасы жүргізілген. Олардың қиылысу нүктесі болатын O нүктесі AC қабырғасынан 1 см қашықтықта орналасқаны белгілі. Егер $BB_1 = 6$, $CC_1 = 5$ болса, онда AB-ны анықтаңыз.

Берілгені: ΔABC, BB_1 - биіктік, CC_1 - медиана, $BB_1 \cap CC_1 = O$, $OB_1 = 1$ см, $BB_1 = 6$ см, $CC_1 = 5$ см.

Табу керек: $AB = ?$.

Шешуі: $C_1C_2 \parallel AC$ жүргіземіз (2-сурет).



2-сурет

Онда $BB_2 = B_2B_1$, $OB_1 = 1$ болғандықтан, $OB_2 = 2$ болады,

$$\Delta OB_1C \sim \Delta OB_2C_1 \; \frac{OB_1}{OB_2} = \frac{OC}{OC_1} = \frac{1}{2} = \frac{B_1C}{B_2C_1},\; CC_1 = 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3};$$

$$\Delta OB_1C:\; B_1C = \sqrt{\frac{25}{9} - 1} = \frac{4}{3};\; AB_1 = 4B_1C = 4\frac{4}{3} = \frac{16}{3}.$$

$$\Delta ABB_1:\; AB = \sqrt{AB_1^2 + BB_1^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 6^2} = \frac{2}{3}\sqrt{145}.$$

Жауабы: $\frac{2}{3}\sqrt{145}$.

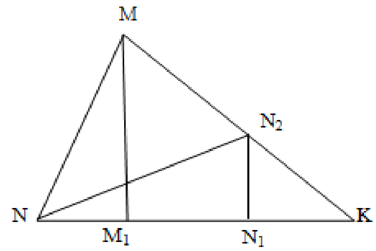
Егер үшбұрышта медиана және биіктік немесе биссектриса немесе әр түрлі биіктерден жүргізілген екінші медиана берілсе, онда медиана түсірілген табаны арқылы үшбұрыштың ішіне осы биіктікке, биссектрисаға немесе медианаға үшбұрыштың қабырғасымен қиылысқанға дейін параллель сәуле жүргізіледі.

3-мысал. MNK үшбұрышында MM_1 биіктігі MN_1 медианасына тең. N_1NK бұрышын табыңыз.

Берілгені: ΔMNK, MM_1 - биіктік,

NN_1 - медиана, $MM_1 = NN_1$.

Табу керек: $\angle N_1N = ?$.



3-сурет

Шешуі: $N_1N_2 \parallel MM_1$ саламыз (3-сурет). Онда $M_1N_1 = N_1K$, яғни N_1N_2 - орта сызығы.
$\Delta MM_1K \Rightarrow N_1N_2 = \frac{1}{2}MM_1;\ MM_1 = NN_1 \Rightarrow N_1N_2 = \frac{1}{2}NN_1 \Rightarrow \angle N_1NK = 30°$.

Жауабы: $30°$.

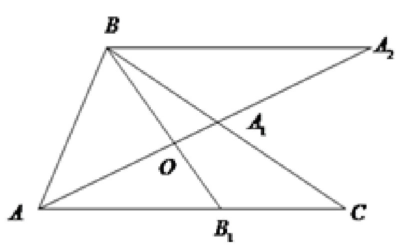
Егер үшбұрышта әр түрлі төбелерінен жүргізілген түзулердің екі бөлігі берілсе ,онда олардың біреуінің басы (үшбұрыштың төбесі) арқылы екінші түзумен қиылысқанға дейін үшбұрыштың қабырғасына параллель түзу жүргізіледі.

4-мысал. ABC үшбұрышының AC қабырғасынан $\frac{AB_1}{AC} = n$ болатындай, B_1 нүктесі алынған. AA_1 медианасы BB_1 кесіндісін қандай қатынаста бөледі?

Берілгені: ΔABC, $B_1 \in AC$, $\frac{AB_1}{AC} = n$.

Табу керек: $\frac{OB}{OB_1} = ?$.

Шешуі: AC -ға параллель BA_2 саламыз (4-сурет).



4-сурет

AA_1 -ді BA_2 қиылысқанға дейін жалғастырайық.

$$\Delta AOB_1 \sim \Delta A_2\text{OB} \Rightarrow \frac{AB_1}{A_2B} = \frac{AB_1}{BA_2} = \frac{OB_1}{OB} \Rightarrow \frac{OB}{OB_1} = \frac{BA_2}{AB_1} = \frac{AC}{AB_1} = \frac{1}{n},$$

$$(BA_2 = AC) \Rightarrow \frac{OB}{OB_1} = \frac{1}{n}.$$

Жауабы: $\frac{1}{n}$.

Көрсетілген мысалдардан планиметрия есептерін шешуде қосымша салулар әдісін қолдану өте тиімді екенін көруге болады.

Бұл мақала «Планиметрия курсында геометриялық есептерді шешуде қосымша салуларды қолдану» диссертациялық тақырыбымның бір бөлігі ретінде ғана жазылды. Болашақта осы диссетрациялық тақырыпты төмендегілер бойынша жан жақты зерттейтін боламын: 1) нақты қосымша салулардан мыналарды қарастыру: шеңбердің радиусы мен хордаларын жүргізу, көмекші үшбұрыштың орта сызығын жүргізу, үшбұрыштың медианын екі еселеу;

2) трапециямен байланысты қосымша салулардың әр түрлі тәсілдерін оқытатын есептер циклі;

3) тапсырма шартында оқушы болжауға тиіс мақсаттылығы мен қажеттілігі туралы айқын нұсқаулар жоқ салуларды қарастыру, яғни бұл жағдайда қосымша салулар зерттеу объектісі емес, геометриялық фактілерді зерттеу әдісі болып табылады;

4) геометрия есептерін шешу кезінде қосымша салуларды қолдану әдістемесін кең көлемде қарастыру.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Иванов М.А. Математика без репетитора. – М.:Вентана – Граф, 2002. –313 с.
2. Шарыгин, И.Ф. Математика для школьников старших классов / И.Ф. Шварыгин.– М.: Дрофа, 1995.– 496 с.

ӘОЖ 511

БІРІНШІ РЕТТІ ДИОФАНТТЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕМЕСІ

Байғоныс Айжан Ғалижанқызы
Арапбай Меруерт Алімбайқызы
abaigonys@gmail.com, meruertarapbay@gmail.com
Қазақстан Республикасы, Нұр-Сұлтан қаласы, Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің
7М01509-«Математика» мамандығының 1 курс магистранттары

Қазіргі уақытта математикамен кәсіби түрде немесе әуесқойлықпен айналысқанның барлығы Диофанттық теңдеу туралы, тіпті Диофанттық анализ туралы естіген болар. Соңғы 15-20 жылдары өзінің алгебралық геометрияға жақындығына байланысты ол «сәнге» айналды. Сонымен қатар анықталмаған анализге атау берген Диофанттың өзі туралы, [1] антикалық заманның қызықты оқымыстыларының бірі туралы ештеңе айтылмаған. Оның еңбектері туралы тарихшылар өздерінің кері көзқарасына ие. Олардың көпшілігінің ойынша, Диофант қу, алайда жекелеген әдістерді пайдалана отырып, анықталмаған теңдеулерге ұқсайтын жекелеген есептерді шешумен айналысқан. Осы бағалар туралы біз дәлірек төменде айтатын боламыз.