УДК 378

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ АЛГЕБРЫ 8 КЛАССА

Жусупова Гульжихан Бериктасовна, Шарип Риза
jusupovy@mail.ru
магистранты 1 курса специальности «6М010900-Математика»
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

В настоящее время с переходом на обновленное содержание среднего образования школьная программа преподавания математики изменилась, учебный процесс постоянно совершенствуется. Происходит смена ценностей, потребности человека растут как в духовной сфере так и материальной. Исходя из этого подготовка будущих специалистов требует иного подхода. Главными отличительными чертами характера выпускника должны быть креативность, коммуникабельность, мобильность и компетентность. Изучение учебных дисциплин, его эффективность, зависит от познавательной активности самого ученика вкупе с учителем.

В школе одним из самых трудных тем курса математики является решение заданий с параметрами. Изучение многих математических и физических процессов часто приводит к решению задач с параметрами.

Если в уравнении некоторые коэффициенты обозначены буквами, то есть заданы не конкретными числовыми значениями, то они называются параметрами, а само уравнение называется уравнением, содержащим параметры.

Как правило, параметры обозначаются первыми буквами латинского алфавита: a, b, c, d, … a неизвестные – буквами x, y, z.

Решить уравнение с параметрами – значит указать, при каких значениях параметров существуют или не существуют решения и каковы они.

Рассмотрим линейное и квадратное уравнения с параметром.

Линейное уравнение, записанное в общем виде, можно рассматривать как уравнение с параметрами : $ax = b$, где x – неизвестное, a, b – параметры. Для этого уравнения особым значением параметра является то, при котором обращается в нуль коэффициент при неизвестном.

Особым значением параметра а является значение $a = 0$.

1. Если $a \neq 0$, то при любой паре параметров а и b оно имеет единственное решение $x = \frac{b}{a}$

2. Если $a = 0$, то уравнение принимает вид: $0\,x = b$. В этом случае значение $b = 0$ является особым значением параметра b .

2.1. При $b \neq 0$ уравнение решений не имеет.

2.2. При $b = 0$ уравнение примет вид : $0 \times x = 0$. Решением данного уравнения является любое действительное число.

Пример №1 : Решим уравнение $6a \times (a-5) \times x = a-5$

Особым значением параметра будут те значения, при которых коэффициент a при x обращается в 0. Это $a=0$ *и* $a=5$

При этих значениях a невозможно деление обеих частей уравнения на коэффициент при x. В то же время при значениях параметра $a\neq0$, $a\neq5$ это деление возможно.

Рассмотрим эти случаи.

1) При $a = 0$ уравнение принимает вид $0 \times x = -5$. Это уравнение не имеет корней.

2) При $a = 5$ уравнение принимает вид $0 \times x = 0$. Корнем этого уравнения является любое действительное число.

3) При $a \neq 0$, $a \neq 5$ из уравнения получаем, $x = \dfrac{a-5}{6a \times (a-5)}$, откуда $x = \dfrac{1}{6a}$

0 т в е т: 1) если $a = 0$, то корней нет;

2) если $a = 5$, то x — любое действительное число;

3) если $a \neq 0$, $a \neq 5$, то $x = \dfrac{1}{6a}$

Пример №2: Решим квадратное уравнение $(a-1)x^2 + 2(2a+1)x + (4a+3) = 0$

В данном случае особым является значение $a = 1$. Дело в том, что при $a = 1$ уравнение является линейным, а при $a \neq 1$ оно квадратное (в этом и состоит качественное изменение уравнения). Значит, надо рассмотреть уравнение как семейство уравнений, получающихся из него при следующих значениях параметра: 1) $a = 1$; 2) $a \neq 1$.

Рассмотрим эти случаи.

1) При $a = 1$ уравнение примет вид $6x + 7 = 0$. Из этого уравнения находим $x = -\dfrac{7}{6}$

2) Из множества значений параметра $a \neq 1$ выделим те значения, при которых дискриминант уравнения обращается в 0.

Дело в том, что если дискриминант $D=0$ при $a=a_o$, то при переходе значения D через точку a_o дискриминант может изменить знак (например, при $a<a_o$ $D<0$, а при $a>a_o$ $D>0$). Вместе с этим при переходе через точку a_o меняется и число действительных корней квадратного уравнения (в нашем примере при $a<a_o$ корней нет, так как $D<0$, а при $a>a_o$ $D>0$ уравнение имеет два корня). Значит, можно говорить о качественном изменении уравнения. Поэтому значения параметра, при которых обращается в 0 дискриминант квадратного уравнения, также относят к особым значениям.

Составим дискриминант уравнения:

$\dfrac{D}{4} = (2a+1)^2 - (a-1)(4a+3)$. После упрощений получаем $\dfrac{D}{4} = 5a + 4$.

Из уравнения $\dfrac{D}{4} = 0$, находим $a = -\dfrac{4}{5}$ — второе особое значение параметра a.

При этом $\begin{cases} если.a < -\dfrac{4}{5}, & то.D < 0 \\ если.a \geq -\dfrac{4}{5}, & то.D \geq 0 \end{cases}$

Таким образом, осталось решить уравнение в случае, когда $a < -\dfrac{4}{5}$ и в случае, когда $\left\{a \geq -\dfrac{4}{5}, a \neq 1\right\}$.

Если $a < -\dfrac{4}{5}$, то уравнение не имеет действительных корней;

если же $\left\{a \geq -\frac{4}{5}, a \neq 1\right\}$, то находим $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$

Ответ: 1) если $a < -\frac{4}{5}$, то корней нет ;

2) если $a = 1$, то $x = -\frac{7}{6}$;

3)если $a \geq -\frac{4}{5}, a \neq 1$, то $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$

При изучении темы "Квадратные уравнения" , можно встретить следующие задания:

1) При каком p уравнение $x^2 - 2x + 1 = p$ имеет один корень ?

2) При каких значениях параметра p сумма корней квадратного уравнения $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0$ равна нулю ?

Уравнения с параметрами начинают изучать с 8 класса. Именно в этот период вводится понятие "параметр". Основная задача – научить учащихся решать уравнения с одним параметром.

Ученики должны понять, что уравнения с параметром – это семейство уравнений, определяемых параметром. Отсюда и вытекает способ решения: в зависимости от структуры уравнения выделяются подмножества множества допустимых значений параметра и для каждого такого подмножества находится соответствующее множество корней уравнения. Нужно обратить внимание на запись ответа. В нем должно быть указано для каждого значения параметра (или множества его значений), сколько корней имеет это уравнение и какого вида.

Решите уравнение $2x(a+1) = 3a(x+1) + 7$ относительно x.

а) при $a = -2$ корней нет; при $a \neq -2$, $x = \frac{3a+7}{2-a}$;

б) при $a \neq -2$, корней нет; при $a = -2$, $x = \frac{3a+7}{2-a}$;

в) при $a \neq -2$, и $a \neq -\frac{7}{3}$ корней нет; при $a = -2$, $x = \frac{3a+7}{2-a}$

Решите уравнение $(a^2 - 81)x = a^2 + 7a - 18$ относительно x

а) при $a = -9$; при $a = 9$ корней нет; при $a \neq -9$ и $a \neq 9$ $x = \frac{a-2}{a-9}$;

Анализ школьного учебника «Алгебра-8 класс», издательство «Мектеп», 2018, А.Е.Абылкасимова, Т.П.Кучер, В.Е.Корчевский, З.А.Жумагулова.

Можно сделать анализ двух учебников: учебник алгебры, которым мы пользовались при традиционной системе преподавания (Макарычев Ю.Н. и др. «Алгебра-8 класс») и действующий учебник (А.Е.Абылкасимова, Т.П.Кучер, В.Е.Корчевский, З.А.Жумагулова. «Алгебра-8 класс») чтобы выяснить, насколько в них представлены задания, использующие понятие «параметр», и методы решения уравнений, содержащих параметр.

В первом учебнике задания , связанные с параметром предлагаются только при изучении темы «Квадратные уравнения», причем в разделе дополнительных упражнений для более углубленного изучения материала (№№ 645, 646, 660, 663-672), где необходимо найти значение переменной (параметра), если известен корень уравнения или какое-то соотношение корней. Кроме того в упражнениях №№ 661, 662, где необходимо найти значение параметра, если известны знаки корней уравнения.При изучении остальных тем в данном учебнике 8 класса параметр не использовался.

В новом учебнике, в теме «Квадратные уравнения. Виды квадратных уравнений.» имеются задания на нахождение значения параметра в зависимости от данного корня (№№ 6.22, 6.23, 7.19, 7.20, 7.22, 7.27, 7.31,7.33). При решении уравнений по Теореме Виета предлагаются упражнения с параметром, это №№ 8.10, 8.14-8.19, 8.27-8.42. Используется параметр и на уроках по теме «Квадратный трехчлен» (№ 9.310) Не мало заданий мы видим в теме «Дробно-рациональные уравнения». Это №№ 10.41, 10.46, 11.20, 11.27, 11.28. Вместе с тем в данном учебнике на странице 65 имеется объяснение уравнения с параметром.

В итоге можно сказать, что авторы казахстанских учебников уделили достаточно внимания данной теме. Решая упражнения на нахождение параметра, у учащихся формируется логическое мышление, искусное владение математическим аппаратом, критический подход к решению любой задачи. При решении приведенных выше задач с параметрами происходит повторение и, как следствие, более глубокое прочное усвоение программных вопросов. Ученики расширяют свой математический кругозор, тренируют мышцы интеллекта, при этом происходит развитие математического, логического мышления, умения анализировать, сравнивать и обобщать. Происходит формирование таких качеств личности, как трудолюбие, целеустремленность, усидчивость, сила воли и точность.

Данная тема сложная и если учитель видит, как его ученики понимают и решают эту тему, он будет уверен в завтрашнем дне своих детей. Это значит, учащиеся могут самостоятельно мыслить и получать знания, находить свой подход к решению задачи, иметь собственное суждение. Учащимся знания по этой теме помогут успешно сдать ЕНТ, участвовать в интеллектуальных конкурсах «Акбота», «Кенгуру», занимать призовые места в районных, областных олимпиадах по математике.

Список использованных источников:

1. Абылкасимова А.Е.,.Кучер Т.П, Корчевский В.Е., Жумагулова З.А.. учебник «Алгебра-8 класс», издательство «Мектеп», 2018,200 с.
2. С.И. Новоселов. Специальный курс элементарной алгебры. Москва-1962.
3. Е.Ю. Никонов. Параметр. Самара – 1998.

УДК 371

ПРОЕКТНОЕ ОБУЧЕНИЕ КАК МОТИВАЦИОННЫЙ ИНСТРУМЕНТ УЧИТЕЛЯ ШКОЛЫ

Жусупова Гульжихан Бериктасовна
jusupovy@mail.ru
Магистрант 1 курса М010 ЕНУ им. Л.Н.Гумилева,Механико-математический факультет, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Бекенов М.И.

Статья посвящена проблеме проектного обучения, ее необходимости в современной сельской школе. Автор акцентирует внимание на мотивацию учеников в обучении сельской школе. Также описывается личный опыт применения проектной методики.

Ключевые слова: проектное обучение, проектная методика, школа, мотивация.