

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2023**

Симметрия генераторы осылайша сипатталады

$$X_2 = -24\alpha_0 a^{-1/3} G^{\mu_2} \frac{\partial}{\partial a} - 8\alpha_0 a^{v_0} \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} - 8\alpha_0 \varphi^{\delta_1} G \frac{\partial}{\partial G}, \quad (35)$$

және сәйкес тұрақты шама [5],

$$I_2 = 64\alpha_0 (a^{-1/3} \dot{a}^2 \dot{\varphi} G^{\mu_2} + \dot{a} a^{v_0} \varphi) f'(G) + 64\alpha_0 \dot{a}^2 (a^{-1/3} \varphi G^{\mu_2} \dot{G} + \dot{\varphi} \varphi^{\delta_1} G) f''(G) - 8\alpha_0 a^3 a^{v_0} \varphi \dot{\varphi}. \quad (36)$$

Ғаламды зерттеу әрқашан қызықты болды, өйткені оның генезисі және компоненттері әлі толық түсінілмеген. Оны сипаттайтын модельдерді зерттеудің әдісіне эволюция кванттық өріс теориясының теориялық әдістерін жатқызуға болады. Олардың бірі – Нетер теоремасы болып табылады, ол модельдің тұрақты токтарын анықтауға және олар арқылы зерттелетін модельге енгізілген космологиялық ерекшеліктерді зерттеуге мүмкіндік береді.

Бұл мақалада минималды емес скаляр өрісі бар  $f(G)$  гравитация теориясының космологиялық шешімдерінің қасиеттері қарастырылып, Фридман теңдеулері табылды. Сонымен қатар, Нетер теоремасы қолданылып, Нетер теңдеулер жүйесіндегі айнымалыларды бөлу және қуат заңдарының әдісі үшін  $f(G)$  функциясы мен тұрақты тоқ шамасы анықталды.

*Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырады (Грант №. AP14869238).*

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. García N.M., Francisco S. N., Lobo, Jose P. Mimoso.  $f(G)$  modified gravity and the energy conditions // Journal of Physics: Conference Series. – 2011. – Vol. 47. - № 9. – P. 3.
2. Shamir M.F., Naz T. Stellar Structures in  $f(G)$  Gravity Admitting Noether Symmetries // Physics Letters B. – Vol. 806, № 13. – P. 6.
3. Bhatti M.Z., Yousaf Z., Khadim A. Dynamical Analysis of Self-gravitating Stars in Modified Gauss-Bonnet Gravity // Chinese Journal of Physics. – 2021. – Vol. 13, № 20. – P. 7
4. Venikoudis S.A., Fasoulakos K.V., Fronimos F.P. Late-time Cosmology of scalar field assisted  $f(G)$  gravity // International Journal of Modern Physics D. – 2022. – Vol. 62, № 6. – P. 74.
5. Sharif M., Fatima I.H. Noether Symmetries in  $f(G)$  Gravity // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2016. – Vol. 122, № 1. – P. 4.

УДК 834

#### КЕЙІНГІ ҒАЛАМНЫҢ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛДЕРІН ҚАЙТА ҚҰРУ ӘДІСІ

**Анас Аңсар Рахметоллаұлы**

[Ansar.anas@bk.ru](mailto:Ansar.anas@bk.ru)

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-ің 4 курс студенті «Физика» мамандығы бойынша

Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекші: Цыба П.Ю.

Бұл мақалада біз Риччи скалярының, R және Гаусс–Боннет топологиялық мүшесінің, G. тіркесімін қамтитын гравитациялық әрекетті қарастырамыз. Атап айтқанда, біз симметрия мақсатында таңдалған өзгертілген гравитациялық теорияларының белгілі бір классының космологиялық ерекшеліктерін зерттейміз, атап айтқанда  $f(G) = AG^n$  моделі. Кеңістіктік жазықтық контекстінде, біртекті және изотропты фонда біз қазіргі уақытта байқалған ғаламның үдеуін геометрия арқылы қарастыруға болатындығын көрсетеміз, осылайша космологиялық тұрақтының кемшіліктерін болдырмаймыз. Осылайша, біз қысымсыз заттың

қатысуымен Фридман теңдеулерін сандық шешу стратегиясын ұсынамыз және қызыл ығысу кезінде Хаббл кеңею жылдамдығының әрекетін аламыз. Содан кейін модельдің тұрақтылығын тексеру үшін біз кейінгі ғаламдардың бақылауларға қолданылатын Монте-Карлоның Байес әдісі арқылы теорияның еркін параметрлеріне шектеулер қоямыз. Біздің нәтижелеріміз  $f(G)$  моделінің стандартты  $\Lambda$ CDM моделін төмен қызыл ауысу әрекетін имитациялауға қабілетті екенін көрсетеміз, дегенмен үлкен қызыл ауысуларға көшу кезінде айтарлықтай айырмашылықтар бар, бұл материя басым болатын стандартты кезең болмауына әкеледі. Соңында, біз энергия жағдайларын зерттейміз және космографиялық параметрлердің мәндерін дұрыс таңдағанда, олардың барлығы біздің талдауымыздан алынған орташа  $n$  мәнін қарастырған кезде бұзылатынын көрсетеміз, бұл қараңғы сұйықтық жағдайында болады.

Гаусс-Боннеттің өзгертілген гравитациялық күшінің әрекетін қарастырамыз, ол келесі өрнекпен анықталады

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{R}{2k^2} + f(G) \right]. \quad (1)$$

Фридман-Робертсон-Уокер (FRW) метрикасымен бірге

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (2)$$

Мұндағы

$$\sqrt{-g} = a^3, R = 6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right).$$

Мұнда  $a=a(t)$  масштабты фактор болып табылады. Бұл метрикада Гаусс-Бонне инварианты осындай мәнге тең

$$G = 24 \frac{\dot{a}^2 \ddot{a}}{a^3} = 24H^2 \dot{H} + 24H^4, \quad (3)$$

мұндағы  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  Хаббл коэффициенті.

Лагранжанды (1) әрекеттен төрт өлшемді уақыт кеңістігінде аламыз. бөлімдер бойынша интеграциялаудан кейін нүктелік Лагранжан келесі түрге ие

$$L = \frac{1}{k^2} (3\ddot{a}a^2 + 3\dot{a}^2 a) + fa^3 - f_G Ga^3 + 24f_G \dot{a}\ddot{a}^2. \quad (4)$$

Жоғарыда келтірілген Эйлер-Лагранжан теңдеуі Лагранжанның келесі өрнегіне ие болады

$$\frac{1}{k^2} (3H^2 + 2\dot{H}) = -8f_{GGG} \dot{G}^2 H^2 - 8f_{GG} \ddot{G} H^2 - 16f_{GG} \dot{G} (\dot{H} + H^2) H + f_G G - f. \quad (5)$$

Теңдеудің сол жағы  $-p$  тең болады, яғни

$$-p = -8f_{GGG} \dot{G}^2 H^2 - 8f_{GG} \ddot{G} H^2 - 16f_{GG} \dot{G} (\dot{H} + H^2) H + f_G G - f. \quad (6)$$

Лагранжанның (3) толық энергиясы келесі теңдікке ие болады

$$\frac{3}{k^2} H^2 = -24f_{GG} \dot{G} H^3 + f_G G - f. \quad (7)$$

Теңдіктің сол жағы  $\rho$  тең болды

$$\rho = -24f_{GG} \dot{G} H^3 + f_G G - f. \quad (8)$$

$f(G)$  гравитациялық моделінің жеке жағдайын  $f(G) = AG^n$  осындай түрде қарастырамыз. Фридмана-Робертсона -Уокера (FRW) метрикасын (5) және (7) теңдіктерді ескере отырып тығыздық  $\rho$  және қысым  $p$  келесі түрде жазсақ болады

$$\begin{cases} -p = -8f_{GGG}\dot{G}^2H^2 - 8f_{GG}\ddot{G}H^2 - 16f_{GG}\dot{G}(\dot{H} + H^2)H + f_GG - f \\ \rho = -24f_{GG}\dot{G}H^3 + f_GG - f \end{cases} \quad (9)$$

Осыдан

$$-p = -8An(n-1)(n-2)G^{n-3}\dot{G}^2H^2 - 8An(n-1)G^{n-2}\ddot{G}H^2 - 16An(n-1)G^{n-2}\dot{G}(\dot{H} + H^2)H + AnG^{n-1}G - AG^n \quad (10)$$

$$\rho = -24An(n-1)G^{n-2}\dot{G}H^3 + AnG^{n-1}G - AG^n \quad (11)$$

(9) өрнекті қарастыра отырып  $A$  және  $n$  мәң береміз.

$A=1$  және  $n=3$

$$p = 48\dot{G}^2H^2 + 48G\ddot{G}H^2 + 96G\dot{G}(\dot{H} + H^2)H - 2G^3, \quad (12)$$

$$\rho = -48\dot{G}H^3 + G^2. \quad (13)$$

Енді осы жерде  $a = e^{\eta}t^{\nu}$  тең болса жоғарыдағы өрнектер келесі түрде болады

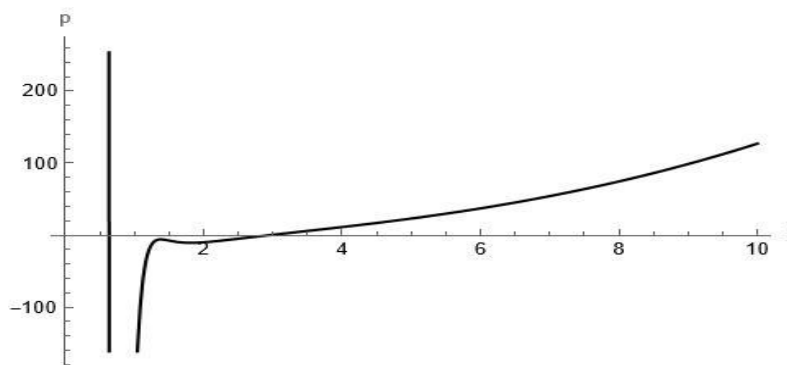
$$\begin{aligned} p = & -48 \left( 24 \left( \frac{\eta\nu^2}{t} + \frac{2\eta\nu^3}{t^3} + \frac{\nu^3}{t^4} - \frac{4\eta^3\nu}{t^2} - \frac{8\eta^2\nu^2}{t^3} - \frac{4\eta\nu^3}{t^4} - \frac{4\nu^4}{t^5} - \frac{(2\eta\nu-1)2\eta\nu^2}{t^3} - \frac{(2\eta-1)\nu^3}{t^4} \right) \right. \\ & * \left( \eta + \frac{\nu}{t} \right)^2 - 48 \left( 24 \left( \left( -\frac{\nu}{t} + \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) * \left( \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) \right) \right. \\ & * 24 \left( -\frac{\eta\nu^2}{t^2} - \frac{6\eta\nu^2}{t^4} - \frac{4\nu^3}{t^4} + \frac{8\eta^3\nu}{t^3} + \frac{24\eta^2\nu^2}{t^4} + \frac{16\eta\nu^3}{t^5} + \frac{20\nu^4}{t^6} + \frac{(2\eta\nu-1)6\eta\nu^2}{t^4} + \frac{(2\eta-1)4\nu^3}{t^5} \right) \left. \right) \\ & * \left( \eta + \frac{\nu}{t} \right)^2 - 96 \left( -\frac{\nu}{t} + \left( \eta + \frac{\nu}{t} \right)^2 \right) + 2 \left( 24 \left( -\frac{\nu}{t} + \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) * \left( \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \rho = & -48 \left( 24 \left( \frac{\eta\nu^2}{t} + \frac{2\eta\nu^3}{t^3} + \frac{\nu^3}{t^4} - \frac{4\eta^3\nu}{t^2} - \frac{8\eta^2\nu^2}{t^3} - \frac{4\eta\nu^3}{t^4} - \frac{4\nu^4}{t^5} - \frac{(2\eta\nu-1)2\eta\nu^2}{t^3} - \frac{(2\eta-1)\nu^3}{t^4} \right) \right) * \left( \eta + \frac{\nu}{t} \right)^3 + \\ & + \left( 24 \left( -\frac{\nu}{t} + \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) * \left( \eta^2 + \frac{2\eta\nu}{t} + \frac{\nu^2}{t^2} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (15)$$

1)  $\eta = 0.1, \nu = 0.5$  жағдайын қарастырамыз

$$\begin{aligned} p = & 48 \left( 24 \left( \frac{0.025}{t} + \frac{0.025}{t^3} + \frac{0.125}{t^4} - \frac{0.002}{t^2} - \frac{0.02}{t^3} - \frac{0.05}{t^3} - \frac{0.25}{t^4} + \frac{0.09}{t^3} + \frac{0.1}{t^4} \right) \right) * \left( 0.1 + \frac{0.5}{t} \right)^2 \\ & + 48 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) * \left( 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right) * \\ & * 24 \left( -\frac{0.025}{t^2} - \frac{0.15}{t^4} - \frac{0.5}{t^5} + \frac{0.004}{t^4} + \frac{0.06}{t^4} + \frac{0.2}{t^2} + \frac{1.25}{t^6} - \frac{0.24}{t^4} - \frac{0.4}{t^5} \right) * \left( 0.1 + \frac{0.5}{t} \right)^2 + \\ & + 96 \left( -\frac{0.5}{t} + \left( 0.1 + \frac{0.5}{t} \right)^2 \right) - 2 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) * \left( 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

(16)-шы есептеудегі қысым графигы 1-суретте көрсетілген.

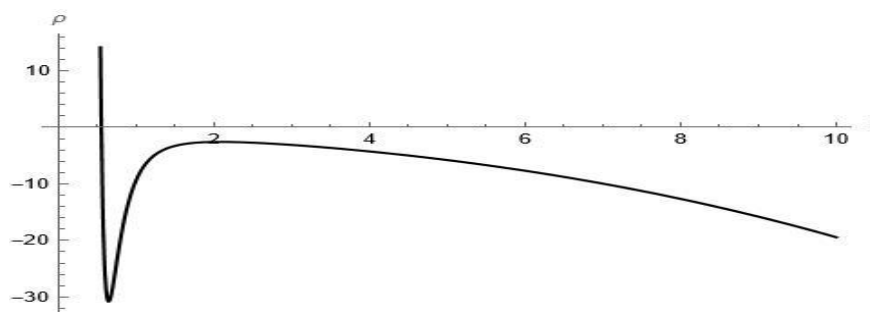


1-сурет.  $\eta = 0.1, \nu = 0.5$  жағдайындағы қысым

$$p = 48 \left( 24 \left( \frac{0.025}{t} + \frac{0.025}{t^3} + \frac{0.125}{t^4} - \frac{0.002}{t^2} - \frac{0.02}{t^3} - \frac{0.05}{t^3} - \frac{0.25}{t^4} + \frac{0.09}{t^3} + \frac{0.1}{t^4} \right) \right) * \left( 0.1 + \frac{0.5}{t} \right)^3, \quad (17)$$

$$+ 48 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) * \left( 0.01 + \frac{0.1}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right)^2$$

(17)-шы есептеудегі тығыздықтың графигы 2-суретте көрсетілген



2-сурет.  $\eta = 0.1, \nu = 0.5$  жағдайындағы тығыздық

2)  $\eta = 0.7, \nu = 0.5$  жағдайын қарастырамыз

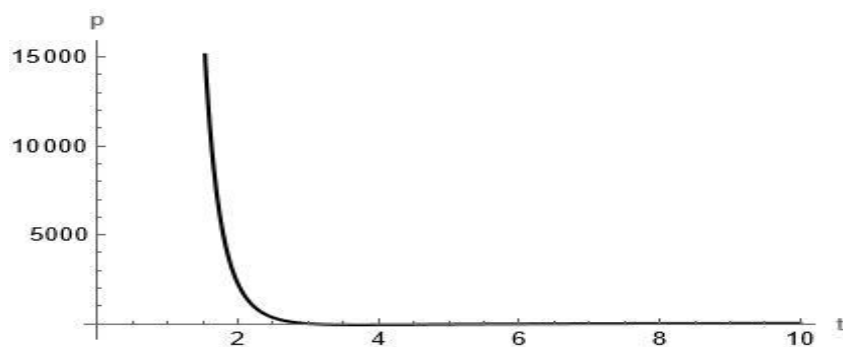
$$p = 48 \left( 24 \left( \frac{0.175}{t} + \frac{0.175}{t^3} + \frac{0.125}{t^4} - \frac{0.686}{t^2} - \frac{0.98}{t^3} - \frac{0.35}{t^3} - \frac{0.25}{t^4} + \frac{0.21}{t^3} + \frac{0.05}{t^4} \right) \right) * \left( 0.7 + \frac{0.5}{t} \right)^2$$

$$+ 48 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) * \left( 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right)^2, \quad (18)$$

$$* 24 \left( -\frac{0.175}{t^2} - \frac{1.05}{t^4} - \frac{0.5}{t^5} + \frac{1.372}{t^4} + \frac{2.94}{t^4} + \frac{1.4}{t^2} + \frac{1.25}{t^6} - \frac{0.84}{t^4} - \frac{0.2}{t^5} \right) * \left( 0.7 + \frac{0.5}{t} \right)^2$$

$$+ 96 \left( -\frac{0.5}{t} + \left( 0.7 + \frac{0.5}{t} \right)^2 \right) - 2 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) * \left( 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right)$$

(18)-шы есептеудегі қысым графигы 3-суретте көрсетілген

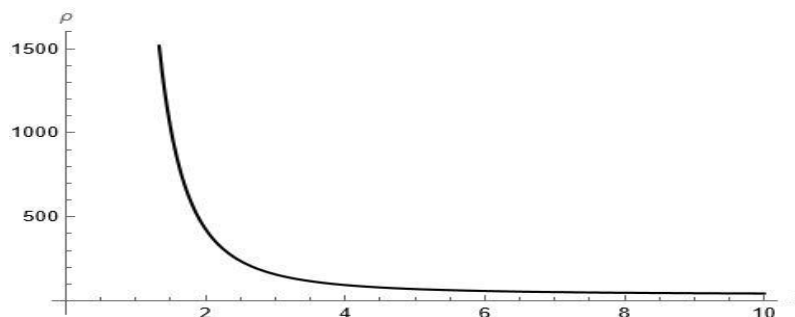


3-сурет.  $\eta = 0.7, \nu = 0.5$  жағдайындағы қысым

$$\rho = -48 \left( 24 \left( \frac{0.175}{t} + \frac{0.175}{t^3} + \frac{0.125}{t^4} - \frac{0.686}{t^2} - \frac{0.98}{t^3} - \frac{0.35}{t^3} - \frac{0.25}{t^4} + \frac{0.21}{t^3} + \frac{0.05}{t^4} \right) \right) \left( 0.7 + \frac{0.5}{t} \right)^3, \quad (19)$$

$$+ 48 \left( 24 \left( -\frac{0.5}{t} + 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right) \right) \left( 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.25}{t^2} \right)^2$$

(19)-шы есептеудегі тығыздықтың графигы 4-суретте көрсетілген



4-сурет.  $\eta = 0.7, \nu = 0.5$  жағдайындағы тығыздық

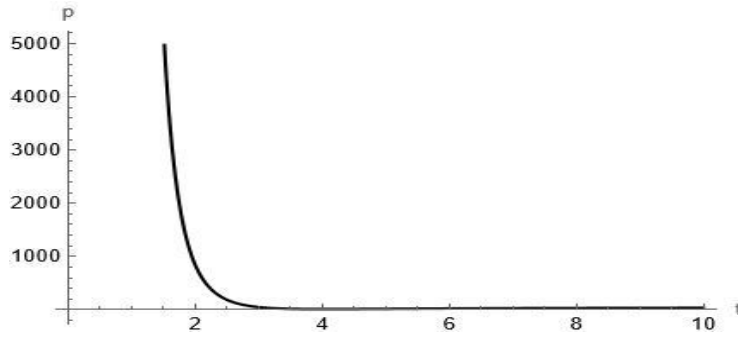
3)  $\eta = 0.7, \nu = 0.35$  жағдайын қарастырамыз

$$\rho = 48 * \left( 24 \left( \frac{0.08575}{t} + \frac{0.060025}{t^3} + \frac{0.04287}{t^4} - \frac{0.4802}{t^2} - \frac{0.4802}{t^3} - \frac{0.12005}{t^3} - \frac{0.060025}{t^4} + \frac{0.087465}{t^3} + \frac{0.01715}{t^4} \right) \right) \left( 0.7 + \frac{0.35}{t} \right)^2 + 48 \left( 24 \left( -\frac{0.35}{t} + 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right) \right) \left( 0.49 + \frac{0.49}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right) * \quad (20)$$

$$* 24 \left( -\frac{0.08575}{t^2} - \frac{0.588}{t^4} - \frac{0.1715}{t^5} + \frac{0.9604}{t^4} + \frac{1.4406}{t^4} + \frac{0.4802}{t^2} + \frac{0.300125}{t^6} + \frac{0.588}{t^4} + \frac{0.20686}{t^5} \right)$$

$$+ \left( 0.7 + \frac{0.35}{t} \right)^2 + 96 \left( -\frac{0.35}{t} + \left( 0.7 + \frac{0.35}{t} \right)^2 \right) - 2 \left( 24 \left( -\frac{0.35}{t} + 0.49 + \frac{0.49}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right) \right) * \left( 0.49 + \frac{0.49}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right)$$

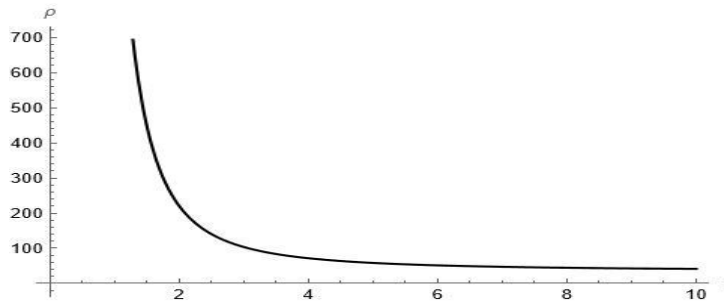
(20)-шы есептеудегі қысым графигы 5-суретте көрсетілген



5-сурет.  $\eta = 0.7, \nu = 0.35$  жағдайындағы қысым

$$\rho = -48 * \left( 24 \left( \frac{0.08575}{t} + \frac{0.060025}{t^3} + \frac{0.04287}{t^4} - \frac{0.4802}{t^2} - \frac{0.4802}{t^3} - \frac{0.12005}{t^3} - \frac{0.060025}{t^4} + \frac{0.087465}{t^3} - \frac{0.01715}{t^4} \right) \left( 0.7 + \frac{0.35}{t} \right)^3 + \left( 24 \left( -\frac{0.35}{t} + 0.49 + \frac{0.7}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right) * \left( 0.49 + \frac{0.49}{t} + \frac{0.1225}{t^2} \right) \right)^2 \right), \quad (21)$$

(21)-шы есептеудегі тығыздықтың графигы 6-суретте көрсетілген



6-сурет.  $\eta = 0.7, \nu = 0.35$  жағдайындағы тығыздық

Бұл жұмыста модификацияланған гравитациялық модельде  $f(G)$ . Хаббл параметрілері фазалық тәуелділік үшін  $\eta, \nu$  өзгерісін байқаймыз және графигтік түрде қарастырамыз. Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылыми комитеті қаржыландырыды АР14869238

#### Пайдаланған әдісбеттер тізімі

1. V.K.Oikonomou, Phys. Rev. D 103 (2021) no.12, 124028 doi:10.1103/PhysRevD.103.124028 [arXiv:2012.01312]
2. S.Capozziello and M.De Laurentis, Phys. Rept. 509 (2011) 167 doi:10.1016/j.physrep.2011.09.003 [arXiv:1108.6266]
3. S. Nojiri and S. D. Odintsov, Phys. Rept. 505 (2011) 59 doi:10.1016/j.physrep.2011.04.001 [arXiv:1011.0544]
4. S. Nojiri and S. D. Odintsov, "Modified Gauss-Bonnet theory as gravitational alternative for dark energy," Phys. Lett. B 631 (2005) 1 [hep-th/0508049].