

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2023**

## МОДЕЛЬ ГАЗА ЧАПЛЫГИНА В ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИИ И СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ

Кудайберген Н.С.

E-mail: [kudaibergen.nurjaina@mail.ru](mailto:kudaibergen.nurjaina@mail.ru)

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,  
г. Астана, Казахстан

В последнее десятилетие существует общее мнение что наша вселенная подвергается ускоренному расширению. В настоящее время это стало одним из важнейших проблем для современной космологии. Различными астрофизическими наблюдениями была подтверждена идея ускоренного расширения Вселенной, такими как наблюдения супернова типа Ia (SNIa), космического микроволнового фонового излучения (СВМ) и крупномасштабной структуры. Несмотря на все эти наблюдения стандартная космология не может прояснить что вызывает это космическое ускорение, ведь этот космический эффект несовместим с нынешними уравнениями стандартной общей теории относительности Эйнштейна. Таким образом, чтобы объяснить ускоренное поведение Вселенной в рамках Общей теории относительности в последнее время существует два подхода. Первый подход заключается в добавлении экзотической жидкости с отрицательным давлением, которая называется темной энергией. Однако модель космологической постоянной подвержено нескольким проблемам и для их решения используется различные модели динамической темной энергии с различными видами скалярных полей, такими как квинтэссенция, фантом, квинтом, фермионные поля. Другой альтернативный подход, касающийся проблемы ускорения Вселенной, заключается в изменении геометрической части уравнения поля Эйнштейна. Такими модификациями в Общей теории относительности является  $f(R)$  гравитация в метрике и формализм Палатини  $f(G)$  гравитация [2 3].

Известно что телепараллельная гравитация впервые был введен Эйнштейном для объединения гравитации и электромагнетизма. В этой теории гравитации уравнение движения для любого пространство времени точно такие же как и в Общей теории относительности, но только вместо кривизны, действием телепараллельной гравитации является скалярное кручение  $T$ .

Особый интерес представляет так называемое телепараллель темной энергии, в котором добавили скалярное поле квинтэссенции, неминимально связанное со скаляром кручение в рамках телепараллельной гравитации. Отметим что в случае минимальной связи со скалярном полем это космологическая модель идентична с моделью GR.

В следующем разделе мы выводим уравнение поля из точечного лагранжиана в пространстве-времени Фридмана-Робертсона-Уокера. Мы взяли действие включающее скалярное поле, неминимально связанное со скаляром кручения в рамках телепараллельной гравитации.[2 3]

Рассмотрим общее действие для скалярного поле  $f(T, B)$  гравитации, не минимально связанного со скаляром кручением и граничным членом [2]:

$$S = \int d^4x e \left[ \frac{1}{2k^2} ((f(\phi)T + g(\phi)B)) + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right], \quad (1)$$

здесь  $e$  - определитель поля тетрады  $e_\mu^\alpha$ .  $f(\phi)$  и  $g(\phi)$  являются общими функциями связи описывающий связь между скалярном полем и скалярным и граничным членом кручение.  $T$

является скаляром кручения  $B = \frac{2}{e} \partial_\mu (e T^\mu)$ -граничным членом, а  $V(\phi)$ - потенциал для скалярного поля. Отметим что в решении задачи используем это выражение  $k^2=1$ .

Далее рассмотрим метрику однородного и изотропного модели Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера в виде:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

где  $a(t)$ -масштабным фактор Вселенной. Скаляр кручения и граничный член могут быть выражены с масштабным фактором и его производным по времени следующим образом [4]:

$$e = a^3, \quad T = -6 \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad B = -6 \frac{\ddot{a}}{a} - 12 \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad L_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V \quad (2)$$

где точка обозначает дифференцирование по временной координате.

Вставляя компоненты тетрады для плоской метрики ФРУ в действие (1) и используя уравнение (2) точечный Лагранжиан можно записать так:

$$L = -3fa\dot{a}^2 + 3g'a^2\dot{\phi} + \frac{1}{2}a^3\dot{\phi}^2 - a^3V. \quad (3)$$

Здесь и далее штрих означает производную по  $\phi$ .

Далее используем уравнение Эйлера-Лагранжа для динамической системы и определим полевые уравнение для этой модели с условием нулевой энергии.

$$\frac{\partial L}{\partial a} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = 0,$$

$$H = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - L = 0.$$

Используя полевые уравнение к приведенному выше точечному Лагранжиану (3) получаем следующее уравнение

$$2 \frac{\dot{a}}{a} f' \dot{\phi} + \left( 3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2 \frac{\ddot{a}}{a} \right) f - g'' \dot{\phi}^2 - \left( \ddot{\phi} + 4 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\phi} \right) g' - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V = 0, \quad (4)$$

$$\ddot{\phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\phi} + V' + 3g' \left( 2 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} \right) + 3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} f' = 0, \quad (5)$$

$$3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} f - 3 \frac{\dot{a}}{a} g' \dot{\phi} - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V = 0. \quad (6)$$

В уравнениях (7) и (8) плотность энергии и давления для скалярного поле определяется так [2 4]. Здесь

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V + 2fH\dot{\phi} - g'\ddot{\phi} - g''\dot{\phi}^2, \quad (7)$$

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V + 3g'H\dot{\phi}. \quad (8)$$

Здесь параметр уравнения состояния для скалярного поля определяется выражением  $p = -\frac{A}{\rho^\alpha}$ , где отрицательное давление было получено в космологии газа Чаплыгина, которая для нашей модели можно записать как [5]

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V + 2fH\dot{\phi} - g'\ddot{\phi} - g''\dot{\phi}^2 = -\frac{A}{\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V + 3g'H\dot{\phi}\right)^\alpha}, \quad (9)$$

здесь  $A$  положительная постоянная;  $0 < \alpha < 1$ . Используя уравнение газа Чаплыгина и уравнение движение для скалярного поле найденный с помощью уравнение Эйлера-Лагранжа мы распишем его так:

$$2\frac{\dot{a}}{a}f'\dot{\phi} + \left(3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{\ddot{a}}{a}\right)f - g''\dot{\phi}^2 - \left(\ddot{\phi} + 4\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}\right)g' - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V = 0,$$

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + V' + 3g'\left(2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a}\right) + 3\frac{\dot{a}^2}{a^2}f' = 0,$$

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2}f - 3\frac{\dot{a}}{a}g'\dot{\phi} - \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V = 0,$$

$$\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V + 2fH\dot{\phi} - g'\ddot{\phi} - g''\dot{\phi}^2\right)\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V + 3g'H\dot{\phi}\right)^\alpha + A = 0$$

В быстро расширяющейся Вселенной выполняется следующие условия для скалярного поле в режиме медленного скатывания вниз. [5]

$$H\dot{\phi} \gg \ddot{\phi}, \quad V(\phi) \gg \dot{\phi}^2.$$

Тогда уравнение движение в этом пределе принимает следующий вид.

$$2\frac{\dot{a}}{a}f'\dot{\phi} + \left(3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 2\frac{\ddot{a}}{a}\right)f - 4\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}g' + V = 0, \quad (10)$$

$$3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}+V'+3g'\left(2\frac{\dot{a}^2}{a^2}+\frac{\ddot{a}}{a}\right)+3\frac{\dot{a}^2}{a^2}f'=0, \quad (11)$$

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2}f-3\frac{\dot{a}}{a}g'\dot{\phi}-V=0, \quad (12)$$

$$(2fH\dot{\phi}-V)(V+3g'H\dot{\phi})^\alpha=-A. \quad (13)$$

Далее подставив уравнение (12) в (10) получим (14) уравнение и запишем следующим образом:

$$2\frac{\dot{a}}{a}f'\dot{\phi}+\left(6\frac{\dot{a}^2}{a^2}+2\frac{\ddot{a}}{a}\right)f-7\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi}g'=0. \quad (14)$$

Соответственно масштабный фактор можно выразить, чтобы функция связи и потенциал, в терминах новых переменных будет имеет подходящий вид:

$$a(t)=e^{\lambda t}. \quad (15)$$

Это масштабный фактор решение де Ситтера и здесь  $\lambda$  - является константой интегрирования. Подставив уравнение (15) в уравнение (11), (13) и (14) получим следующий вид:

$$2\lambda f'\dot{\phi}+8\lambda^2 f-7\lambda g'\dot{\phi}=0, \quad (16)$$

$$3\lambda\dot{\phi}+V'+9\lambda^2 g'+3\lambda^2 f'=0, \quad (17)$$

$$(2\lambda f'\dot{\phi}-V)(V+3\lambda g'\dot{\phi})^\alpha=-A. \quad (18)$$

$f(\phi)=\chi\phi$ ,  $g(\phi)=\phi$  возьмем эти две функции таким образом тогда из уравнения (16) и (17) найдем следующее решение

$$\phi(t)=\frac{8\lambda^2 f\phi}{7\lambda-2\lambda\chi}+C_1, \quad (19)$$

$$V(\phi)=\left(\frac{8f\phi\lambda^2+7-C_1\lambda-2C_1\lambda\chi}{7\lambda-2\lambda\chi}-4\lambda^2\chi\right)\phi+C_2. \quad (20)$$

Потенциальная энергии  $V(\phi)$  начинает скатываться вниз по параболе и соответственно скалярное поле стремительно снижается с течением времени. Эти результаты описывают современное ускоренное расширение Вселенной.

В данной статье нами было рассмотрено модель включающее скалярное поле, которое неминимально связано с граничным членом и кручением. Это модель важна поскольку это сводится к таким теориям как квинтэссенция, телепараллельная темная энергия и неминимально связанное скалярное поле со скаляром Риччи. А также мы рассмотрели газа Чаплыгина в котором было получено отрицательное давление приводящий к ускоряющему Вселенной с условием его однородности. Масштабный фактор было записано в терминах новых динамических переменных и при этих преобразованиях лагранжиан приняла более простую форму. В статье были получены явные формы функции связи, потенциал скалярного

поле  $V(\phi)$  и зависимость скалярного поле  $\phi(t)$  от времени. Нами было получено решение которое описывает ускоряющее расширение нашей Вселенной.

*Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан АР14972*

### Список использованных литератур

1. Buchdahl H.A. Non-linear Lagrangians and cosmological theory // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. - 1970. - Vol. 150. - P. 1.
2. Gecim G., Kucukakca Y. Scalar-tensor teleparallel gravity with boundary term by Noether symmetries // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. – 2018. – Vol. 15, N9. – P. 1850151.
3. M. Sharif ., Waheed S. Noether Symmetries of Some Homogeneous Universe Models in Curvature Corrected Scalar-Tensor Gravity// Lahore-54590, Pakistan.-2013.
4. Kucukakca Y. Scalar Tensor Teleparallel Dark Gravity via Noether Symmetry// Akdeniz University, 07058 Antalya, Turkey.-2018/-
5. О.В.Разина, Ж.М. Сагидуллаева Газ Чаплыгина и решаемая фермионная космология// Вестник № 6.2013.Р.97.

ӘОЖ 532

## КЕЙБІР ГЕЙЗЕНБЕРГ ТИПТІ ФЕРРОМАГНЕТИКАНЫҢ ДИСКРЕТТІ ТЕНДЕУЛЕРІ

Қурбанияз Меруерт Жарылқасынқызы

[kurbanniyazova09@mail.ru](mailto:kurbanniyazova09@mail.ru)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Ғылыми жетекші – Серикбаев Нуржан Сагиндинович

Дискретті тендеулер – дискретті жүйелердің әрекетін сипаттайтын математикалық тендеулер. Бұл уақыттың немесе кеңістіктің белгілі бір нүктелерінде ғана анықталатын мәндер жиынтығымен сипатталатын тендеулер. Сонымен қатар дискретті тендеулер мәндердің уақыт немесе кеңістіктегі бір нүктеден келесі нүктеге қалай өзгеретінін қарастырады.

Дискретті тендеулердің кең таралған түрлерінің бірі – уақыттың әртүрлі нүктелеріндегі реттілік мәндерін байланыстыратын айырымдық тендеуі. Ол тізбектегі әрбір мүшенің бір немесе бірнеше алдыңғы мүшелерге қалай тәуелді екенін сипаттайды.

Дискретті тендеулер солитондарды зерттеуде де қолданылады, олар пішінін өзгертпей таралатын оқшауланған толқын тәрізді шешімдер арқылы сипатталады. Солитондар әртүрлі физикалық жүйелерде, соның ішінде сұйықтықтарда, плазмада және оптикалық талшықтарда пайда болады.

Солитондар теориясындағы дискретті тендеулердің маңызды қолданыстарының бірі – интегралданатын жүйелерді зерттеу. Интегралданатын жүйелер – дәл шешуге болатын дифференциалдық тендеулер жүйесі және көптеген солитондық тендеулер интегралданады. Дискретті тендеулерді интегралданатын жүйелерді жуықтау үшін қолдануға болады, бұл солитондарды зерттеудің пайдалы құралын қамтамасыз етеді [1].

Дискретті Кортевег-де Фриз тендеуі – нүктелердің дискретті торындағы толқындардың әрекетін сипаттау үшін қолданылатын математикалық модель. Кортевег-де Фриз тендеуінің дискретті нұсқасы төмендегідей түрде жазылады

$$i \frac{d\psi_n}{dt} + \psi_{n+1} + \psi_{n-1} - 2\psi_n + 2\beta |\psi_n|^2 \psi_n = 0, \quad (1)$$