

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023
Астана**

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII
Международная научная конференция студентов и молодых
ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International
Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE
BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2023**

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ УСЛОВНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Сулейменова Алуа Нурлановна

suleymenova.12@gmail.com

Студентка 4 курса механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана,
Казахстан

Научный руководитель –к.ф.-м.н. Исакова А.С.

Характеристической функцией условной вероятности называется функция, которая описывает распределение случайной величины при условии, что другая случайная величина принимает определенное значение. Формально, если X и Y - две случайные величины, то характеристической функцией условной вероятности

$$P(X | Y = y)$$

будет функция

$$\varphi(y, t) = E[\exp(itX) | Y = y],$$

где i - мнимая единица, t - параметр.

Характеристические функции условных вероятностей обладают следующими свойствами:

1. Нормировка:

$$\varphi(y, 0) = 1$$

для любого y .

2. Симметрия:

$$\varphi(y, -t) = \text{conj}(\varphi(y, t)),$$

где $\text{conj}(\bullet)$ обозначает комплексное сопряжение.

3. Ограниченность:

$$|\varphi(y, t)| \leq 1$$

для любых y и t .

4. Условная независимость: если X и Y независимы, то

$$\varphi(y, t) = E[\exp(itX)]$$

для любого y .

5. Следствие свойства 4: если X и Y независимы, то условное распределение

$$P(X | Y = y)$$

равно распределению $P(X)$.

Для более конкретного понимания применения характеристических функций условных вероятностей, рассмотрим несколько примеров:

1. Математическая статистика:

Предположим, что имеются две случайные величины X и Y , где X имеет нормальное распределение с параметрами μ и σ^2 , а Y является наблюдением X , зашумленным случайной ошибкой Z , которая также имеет нормальное распределение с параметрами 0 и τ^2 . Тогда характеристическая функция условной вероятности $P(X | Y = y)$ может быть выражена как:

$$\varphi(y, t) = \exp\left(i\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2\tau^2}\right) \exp\left(\frac{-t^2(y - \mu)^2}{2\tau^2\sigma^2 + \sigma^2}\right)$$

Данная функция может быть использована для оценки параметров распределения X при известном значении Y .

2. Теория информации:

Характеристические функции условных вероятностей применяются для описания свойств случайных процессов, в том числе для описания спектральных характеристик сигналов и шумов.

Например, характеристическая функция условной вероятности может быть использована для описания статистических свойств шумового сигнала в приемнике радиосвязи при известном передаваемом сигнале.

3. Финансы:

Характеристические функции условных вероятностей используются для оценки рисков и построения моделей цен на финансовых рынках.

Например, характеристическая функция условной вероятности может быть использована для моделирования стоимости опционов на акции при известных параметрах цены акции и процентах [1].

4. Биология:

Характеристические функции условных вероятностей используются для описания свойств генетических и биохимических систем.

Например, характеристическая функция условной вероятности может быть использована для описания свойств случайного процесса, описывающего изменение уровня генных выражений при изменении условий внешней среды.

Также характеристические функции условных вероятностей находят применение в решении практических задач, например, в анализе временных рядов, обработке сигналов, анализе экспериментальных данных и т.д.

Для более конкретного представления о применении характеристических функций условных вероятностей, рассмотрим несколько примеров:

1. Оценка параметров распределений.

Пусть имеются две случайные величины X и Y , и требуется оценить параметры распределения

$$P(X | Y = y).$$

Для этого можно использовать метод максимального правдоподобия, который основан на максимизации функции правдоподобия [2]. Характеристическая функция условной вероятности

$$P(X | Y = y)$$

может быть использована для записи функции правдоподобия в более удобной форме.

2. Анализ временных рядов.

Характеристические функции условных вероятностей используются для описания свойств временных рядов, в том числе для оценки автокорреляционной функции, спектральной плотности мощности и других характеристик [3].

Например, в задачах прогнозирования временных рядов характеристическая функция условной вероятности может быть использована для оценки вероятности того, что значения ряда будут находиться в определенном интервале в будущем при условии, что известны значения в прошлом.

3. Обработка сигналов.

Характеристические функции условных вероятностей используются для описания свойств сигналов и шумов, в том числе для оценки спектральных характеристик сигналов и шумов.

Например, характеристическая функция условной вероятности может быть использована для оценки вероятности того, что сигнал будет находиться в определенном диапазоне значений при условии, что известны значения шума.

4. Анализ экспериментальных данных [4].

Характеристические функции условных вероятностей используются для описания свойств экспериментальных данных, в том числе для оценки распределений и зависимостей между различными переменными.

Например, характеристическая функция условной вероятности может быть использована для оценки вероятности того, что экспериментальные данные будут

находиться в определенном диапазоне значений при условии, что известны значения других переменных.

5. Моделирование цен на финансовых рынках.

Характеристические функции условных вероятностей используются для оценки рисков и построения моделей цен на финансовых рынках, например, моделей Гарча-Гуссена или моделей скачков цены.

6. Оценка качества классификации.

Характеристические функции условных вероятностей используются для оценки качества классификации, например, для оценки вероятности правильной классификации объекта при условии его признаков.

Некоторые из новейших примеров применения характеристических функций условных вероятностей в теории вероятностей:

1. Изучение свойств случайных матриц: характеристические функции условных вероятностей используются для изучения свойств случайных матриц, таких как симметричность, распределение собственных значений и т.д. Это имеет широкое применение в математической физике, статистической механике и теории информации [5].

2. Криптография: характеристические функции условных вероятностей используются в криптографии для защиты информации. Они используются для построения криптографических протоколов, обеспечивающих безопасность передачи информации в открытых сетях [6].

3. Изучение многомерных случайных величин: характеристические функции условных вероятностей используются для изучения многомерных случайных величин и их зависимостей. Они помогают определить корреляционную структуру случайных величин и изучить их многомерные распределения [7].

4. Стохастическая оптимизация: характеристические функции условных вероятностей используются в стохастической оптимизации для определения оптимальных решений в условиях неопределенности. Они используются для определения оптимальных стратегий в финансовых, логистических и других бизнес-процессах [6].

Таким образом, характеристические функции условных вероятностей - это мощный инструмент для изучения случайных процессов и многомерных случайных величин. Они широко применяются в теории вероятностей, статистике, математической физике, стохастической оптимизации и других областях.

Преимуществом характеристических функций условных вероятностей является то, что они позволяют изучать различные статистические свойства случайных процессов, такие как корреляционная структура, распределение, моменты и т.д. Кроме того, они помогают решать задачи оптимизации и прогнозирования в условиях неопределенности.

Недостатком характеристических функций условных вероятностей может быть сложность их вычисления в некоторых случаях. Кроме того, их применение требует определенных знаний в области теории вероятностей и математической статистики.

В целом, характеристические функции условных вероятностей представляют собой важный инструмент для изучения случайных процессов и многомерных случайных величин. Их применение в различных областях продолжает развиваться и их использование будет сохраняться в будущем.

Список использованных источников

1. Ruppert, D. (2010). *Statistics and Data Analysis for Financial Engineering*. New York: Springer.
2. Schilling, R. L., Song, R., & Vondracek, Z. (2012). *Bernstein Functions: Theory and Applications*. New York: Walter de Gruyter.

3. Shepp, L. A. (1978). Conditional characteristic functions. The Annals of Probability, 6(5), 824-827.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Москва: Наука, 1984.
5. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Основы теории вероятностей. Москва: Наука, 1972.
6. Де Гроот М. Вероятность и статистика. Москва: Наука, 1974.
7. Крамер Г. Математические методы статистики. Москва: Мир, 1975.

УДК. 517.51

ТЕРІС ЕМЕС ФУНКЦИЯЛАР ЖИЫНЫНДА БӨЛШЕК РЕТТІ КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ИНТЕГРАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУ

Тажихан Б.М.

balausa-26@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті

Жетекшісі: ф.-м.ғ.к., PhD, доцент Абылаева А.М.

Айталық, $I = (0; \infty)$ болсын. I аралығында теріс емес, теріс емес және өспейтін, теріс емес және кемімейтін функциялар жиынын сәйкесінше $M+$, $M \downarrow$, $M \uparrow$ арқылы белгілейміз.

$I_0 \subseteq I$ болсын. I_0 аралығында өлшенетін f функциялар жиыны үшін келесі функционал ақырлы болатындай

$$\|f\|_{p,v} = \begin{cases} \left(\int_{I_0} |v(t)f(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}, & 0 < p < \infty; \\ \text{ess sup}_{t \in I_0} |v(t)f(t)|, & p = \infty. \end{cases}$$

өлшенетін функциялар кеңістігін $L_{p,v}(I_0)$ деп белгілейміз, мұндағы $u(x), v(x)$ салмақты функциялар. $W(x)$ теріс емес, кемімейтін және $\frac{dW(x)}{dx} = w(x)$ теңдігі орындалатын функция болсын.

Келесі түрдегі интегралдық оператор үшін

$$(K^- f)(t, x) = \int_t^x \frac{f(s)w(s)}{(W(s) - W(t))^{1-\alpha}} ds, \quad 0 < t < x < \infty,$$

$K(\cdot, \cdot) \geq 0$ ядросымен төмендегі теңсіздікті қарастырамыз

$$\left\| (K^- f)(\cdot, *) \right\|_{r,w,(0,*)} \leq C \|f\|_{p,v},$$

(1.1)

мұндағы "*" және "*" айнымалылары бойынша сәйкесінше ішкі және сыртқы нормалары алынады.

(1.1) теңсіздігінде қарастырылып тұрған оператор

$$K^- f(x) = \left(\int_0^x \left| w(t) \int_t^x \frac{f(s)w(s)}{(W(s) - W(t))^{1-\alpha}} ds \right|^r dt \right)^{\frac{1}{r}},$$