

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2023**

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \left( \sup_{y \in (0, \infty)} \frac{|f(y)|}{u(x) + u(y)} \right)^q d\nu(x) \\
& \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( \sup_{y \in (0, \infty)} \frac{|f(y)|}{u(x_k) + u(y)} \right) h(x_k) \\
& \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( u^{-1}(x_k) \sup_{x_{k-1} \leq y < x_k} |f(y)| + \sup_{x_k \leq y < x_{k+1}} |f(y)| u(y)^{-1} \right) h(x_k) \\
& \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sup_{x_k \leq y < x_{k+1}} |f(y)|^q u(y)^{-q} h(y).
\end{aligned}$$

*Definition 3[3].* Let  $\{a_k\}$  be a sequence of the positive real numbers. We say that  $\{a_k\}$  is strongly decreasing and write  $a_k \Downarrow\Downarrow$  when  $\sup_{k \in \mathbb{Z}} \frac{a_{k+1}}{a_k} < 1$ .

*Lemma 3[1].* If  $\tau_k \Downarrow\Downarrow$ , then for any  $q > 0$ ,

$$\begin{aligned}
\sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_0^{x_k} h \right)^q \tau_k & \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_{k-1}}^{x_k} h \right)^q \tau_k, \\
\sup_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_0^{x_k} h \right)^q \tau_k & \approx \sup_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_{k-1}}^{x_k} h \right)^q \tau_k, \\
\sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_k}^\infty h \right)^q \tau_k^{-1} & \approx \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_k}^{x_{k+1}} h \right)^q \tau_k^{-1}, \\
\sup_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_k}^\infty h \right)^q \tau_k^{-1} & \approx \sup_{k \in \mathbb{Z}} \left( \int_{x_k}^{x_{k+1}} h \right)^q \tau_k^{-1}.
\end{aligned}$$

### References

1. Gogatishvili A., Mustafayev R.CH., Persson L.E., Some new iterated Hardy-type inequalities, J.Funct.Spaces Appl.30, 134194, 2012, 30c.
2. W.D. Evans, A. Gogatishvili, and B. Opic, The reverse Hardy inequality with measures V.11 (2008), no. 1, 43-74.
3. Gogatishvili A., Pick L. Discretization and anti-discretization of rearrangement-invariant norms. Publ. Mat. 47(2), 311-358 (2003).

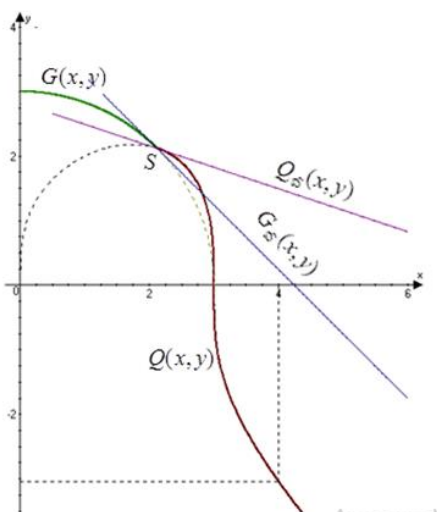
**Кіріспе.** Робототехниканың ең өзекті мәселелерінің бірі - автономды мобильді роботтарды жасау, ал мобильді роботтарға қойылатын негізгі міндет - бөгеттерді соқтығыссыз айналып өтіп, түпкі мақсатқа жету. Қазіргі таңда көптеген кедергілер мен бөгеттерді айналып өту алгоритмдері көптеп саналады. Алгоритмдер бір-бірінен әртүрлі сыртқы жағдайларда жұмыс тиімділігімен ерекшеленеді [1-4].

Белгіленген бекеттерге кіре отырып және алға қойылған статикалық тосқауылдарды айналып өтіп, полигон бойынша автономды мобильді роботтың қажетті қозғалыс траекториясын қалыптастыру мәселесі қарастырылады. Мұндай мәселелер ауруханаларда түскі ас жеткізу, күдікті жарылғыш заттарды тазарту, өрт сөндіру және тағы сол сияқты адам жанының қауіпсіздігі үшін роботтарды пайдалану кезінде туындайды [3-6].

Автономды мобильді роботтың қозғалысын жоспарлаған кезде қозғалыс мақсаты мен полигонның сипаттамасы – айналып өту бекеттері мен айналма жолдар белгілі деп саналады.

Жоспарлау жүйесінде пайдаланылатын алгоритмдерде мобильді роботтың айналма жолдары (траекториялар) қисықтар теориясына негізделген. Атап айтқанда, бұл әдістерде әр түрлі (үшінші, бесінші) ретті көпмүшелер, Безье қисықтары, шеңберлер, сплайндар қолданылады [7]. Бұл әдістедің бәрі жуық әдістер [3,7-9].

Нақты ортада роботтарға әртүрлі статикалық тосқауылдарды айналып өтуге тура келеді және бағыттаушы траектория әртүрлі дәрежедегі қисықтардан жасалып, құрама пішінде болады. Осы траекторияға әртүрлі шектеулер қойылуы мүмкін, мысалы, траекторияның кейбір учаскелеріне тыйым салынуы мүмкін, ал кейбіреулеріне басқалар арқылы өткеннен кейін ғана қол жеткізуге болады. Қозғалыс кезінде траекторияның өзіне де кейбір талаптар қойылуы мүмкін [6, 8, 9-11].



1-сурет Құрама траекторияның сыну нүктесі

траектория бойымен қозғалысын қарастырамыз. Қозғалыс траекториясы  $G(x, y) = x^2 + y^2 - 9 = 0$  теңдеуімен өрнектелетін шеңберлік және  $Q(x, y) = \sqrt[3]{9x - x^3} - y = 0$  жоғары ретті теңдеуімен сипатталатын доғалардан тұрады. Траекторияны құрайтын  $G(x, y)$ ,  $Q(x, y)$  доғалары  $S(2.1213, 2.121)$  нүктесінде түйіседі. Осы  $S$  түйісу нүктесі арқылы жанамалар жүргіземіз (1-сурет).

$$G_s(x, y) = -0.9999x - y + 4.2426 = 0$$

$$Q_s(x, y) = -0.3333x - y + 2.8283 = 0$$

Траектория доғаларының түйісу нүктесіндегі жанамалардың бағыттары әртүрлі.

Робот  $S$  нүктесіне келген кезде траекторияның келесі доғасына өтуі үшін лезде жалт бұрылуы қажет, әйтпесе құрама жолдан шығып кетеді. Демек, бұл нүкте сыну нүктесі болады, тегістік шарты орындалмайды [6,7]. Сыну нүктесі болмайтын,  $G(x, y)$ ,  $Q(x, y)$  доғаларынан тұртын, тегістелген әрі үздіксіз болатын құрама траектория қалыптастыру мәселесі туындайды.

**Материалдар және нәтижені талдау.** Робот қозғалатын құрама траектория бойында сыну нүктесін болдырмайтын өтпелі учаске (қисық) қою әдісін пайдаланамыз. Ол үшін  $S$  сыну нүктесінің екі жағынан  $G(x, y)$ ,  $Q(x, y)$  доғалары бойынан қалаған жерімізден екі  $A$  және  $B$  нүктелерін аламыз да, оларды өтпелі  $L(x, y)$  коника доғасы арқылы қосамыз. Өтпелі  $L(x, y)$  коника доғасы мына шарттарға бағынуы қажет [6, 10,11]:

а) өтпелі коника доғасы  $A$  және  $B$  нүктелері арқылы өтуі керек;

б) өтпелі коника доғасымен түйісетін  $A$  және  $B$  нүктелеріндегі бірінші туындылары бірдей болуы керек. Геометриялық жағдайда бұл шарт сол нүктелерден жүрізілген жанамалардың бірдей екендігін, ал механикалық тұрғыдан жылдамдықтардың бірдей болатындығын көрсетеді.

Қойылған а) және б) шарттары тегістікті білдіреді.

Сонда траектория  $G(x, y)$ ,  $L(x, y)$  және  $Q(x, y)$  жоғары ретті қисық доғалары арқылы тегіс әрі үздіксіз түйіскен құрама траектория болады.

Өтпелі коника доғасының қандай түрде болатындығын анықтау үшін қосылатын доғалар бойынан екі нүктені қажеттілікке қарай кез келген жерден аламыз.

$Q(x, y)$  қисығы бойынан  $A(4, -3.0366)$  нүктесін, ал  $G(x, y)$  қисығы бойынан  $B(2.958, -0.5)$

нүктелерін белгілейміз. Ізделініп отырған коника доғасы осы көрсетілген екі жерден өтуі қажет. Белгіленген жерлерден жанамалар жүргіземіз (2-сурет), сонда

$$Q_{A\tau}(x, y) = -1.4098x - y + 2.6028 = 0,$$

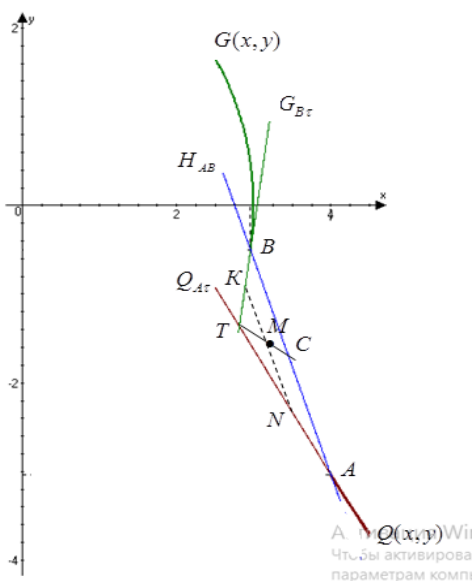
$$G_{B\tau}(x, y) = 5.9132x - y - 18 = 0.$$

Жанамалардың қиылысқан жері –  $T(2.8123, -1.3621)$ .

$A$  және  $B$  нүктелерін қосатын хорданы табамыз:

$$H_{AB}(x, y) = -2.4344x - y + 6.7 = 0$$

Осы жүргізілген амалдар арқылы екі жанамалар мен осы жанамалар жүргізілген нүктелерді қосып, базистік  $\triangle ATB$  үшбұрышын саламыз.



2-сурет Базистік үшбұрыш

Медиана

$$C(x, y) = -0.6093x - y + 0.3513 = 0$$

Өтпелі қисық доғасы  $\triangle ATB$  үшбұрышы ішінде жатады,  $AT$  және  $BT$  қабырғалары оған жанамалар болады және [10] еңбектегі теориялық негіздеме бойынша қисық Лайминг теңдеуімен өрнектеледі:

$$(1-\lambda)Q_{A\tau} \cdot G_{B\tau} + \lambda H_{AB}^2 = 0. \quad (1)$$

Бұл (1) теңдеу – өтпелі қисықты сипаттайтын екінші ретті қисық (коника) теңдеуі және мұндағы  $\lambda$  кониканың толықтығын айқындайды.  $\lambda$  параметрінің мәні үшбұрыш ішінен алынатын  $M(x, y)$  нүктесінің координаталары арқылы табылады:

$$\lambda = \frac{Q(x_M, y_M) \cdot G(x_M, y_M)}{Q(x_M, y_M) \cdot G(x_M, y_M) - G_{AB}^2(x_M, y_M)}. \quad (2)$$

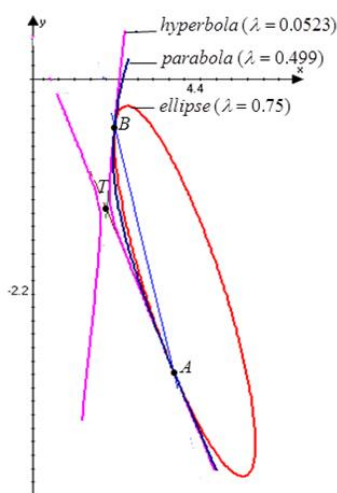
Сонымен, өтпелі қисық төрт нүкте:

- жанасу нүктесі болатын екі түйістіруші  $A$  және  $B$  нүктелері;
- жанамалар қиылысатын  $T$  нүктесі;
- үшбұрыш ішінен кез келген жерден алынатын  $M$  нүктелері бойынша анықталады.

$KN$  сызығы - базистік  $\Delta ATB$  үшбұрышының орта сызығы.  $M$  нүктесінің орта сызыққа қатысты қай жерден алынғанына орай өтпелі қисықтың да түрі анықталады :

- егер  $M$  нүктесі орта сызықтың бойында жатса, онда парабола шығады;
- егер  $M$  нүктесі орта сызықтан  $T$  қиылысу нүктесіне қарай жатса, онда гиперболо алынады;
- егер  $M$  нүктесі орта сызықтан  $AB$  қабырғасына қарай жатса, онда эллипс болады (3-сурет).

Алынған барлық қисық доғалары  $A$  және  $B$  нүктелерінде кинематикалық тегістікті қамтамасыз етеді. Бұл өтпелі қисық доғаларының  $AB$  қабырғасынан ең алыс жатқан нүктелері медиананың бойында жатады. Демек, медиананың бойынан  $M$  нүктесін таңдап, оның координаталарын (2) қатынасқа қойып,  $\lambda$  параметрін анықтап ала аламыз [7,10].



3-сурет Өтпелі қисық түрлері

$G(x, y)$  және  $Q(x, y)$  траекторияларын қосатын өтпелі  $L(x, y)$  қисығы медиана бойындағы  $M(x, y) = M(3.2; -1.5984)$  нүктесі арқылы өтетін болсын делік және оның түрі мен теңдеуін анықтайық.

Берілген нүктеге сәйкес келетін  $\lambda$  параметрін табамыз

$$\lambda = \frac{Q(x_M, y_M) \cdot G(x_M, y_M)}{Q(x_M, y_M) \cdot G(x_M, y_M) - G_{AB}^2(x_M, y_M)} \Bigg|_{\substack{x=3.2 \\ y=-1.5984}} = 0.7516.$$

Есептеме  $M$  нүктесінің орта сызық пен  $AB$  қабырғасы арлығында жатқандығын көрсетеді, демек, өтпелі қисық түрі эллипс болуы керек (4a-сурет). Қисық теңдеуі (1) Лайминг теңдеумен анықталады

$$L(x, y) = (1 - 0.7516)(-1.4098x - y + 2.6028)(5.9132x - y - 18) + 0.7516(-2.4344x - y + 6.7)^2 = 0,$$

немесе

$$L(x, y) = 9.5954x^2 + 10.2295xy + 4.0258y^2 - 57.9373x - 25.1485y + 88.9777 = 0 \quad (3)$$

Теңдеудің инварианттарын табамыз [9]:

$$I_1 = 13.6212,$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} 9.5954 & 5.11475 \\ 5.11475 & 4.0255 \end{vmatrix} = 12.4685,$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} 9.5954 & 5.11475 & -28.9687 \\ 5.11475 & 4.0258 & -12.57425 \\ -28.96865 & -12.57425 & 88.9777 \end{vmatrix} = -59.92.$$

Инварианттар әдісі бойынша  $I_2 > 0$ ,  $I_1 \cdot I_3 < 0$ , демек, (3) теңдеу – эллипс теңдеуі. Жаңа  $Cx_1y_1$  координаталар жүйесінде (3) канондық түрде жазуға болады, мұндағы:

$$C(4.1952, -2.2066); Cx_1: y = 0.5941x - 4.6992; Cy_1: y = -1.6832x + 4.8548.$$

Айқын емес түрде жазылған (3) теңдеу бойынша  $A$  және  $B$  нүктелерінде жүргізілген жанамаларды анықтаймыз. Жанама теңдеуі

$$\frac{\partial L}{\partial x}(X - x) + \frac{\partial L}{\partial y}(Y - y) = 0,$$

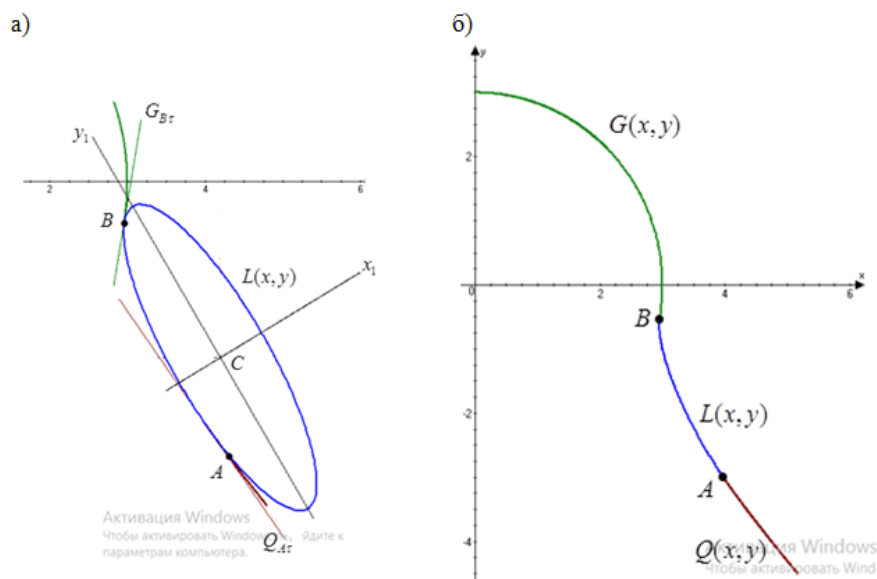
мұндағы  $(X, Y)$  кезектесіп қойылатын  $A$  және  $B$  нүктелерінің координаталарын білдіреді.

Нәтижесінде  $Q(x, y)$  және  $L(x, y)$  траекторияларына ортақ  $A(4, -3.0366)$  нүктесінде жүргізілген жанама теңдеулері бірдей шығады.

$$Q_{Ar}, L_{Ar}: y = -1.4098x + 2.6028$$

Дәл сол секілді  $G(x, y)$  және  $L(x, y)$  траекторияларына ортақ  $B(2.958; -0.5)$  нүктесінде де жанама теңдеулері бірдей болады.

$$G_{Br}, L_{Br}: y = 5.9132x - 18$$



4-сурет. Өтпелі коника және тегістелген траектория

**Қорытынды.** Автономды мобильді роботтың алға қойылған статикалық тосқауылдар бөгеттерді ешбір соқтығысыз айналып өтуі үшін құрама доғалардан тұратын траекториясын қалыптастыруға болады (4б-сурет). Ол траектория жоғары дәрежелі қисық доғаларынан да жасалынады. Робот күрделі траектория бойымен сенімді әрі кинематикалық секіріс туғызбайтындай қозғалыс жасауы үшін кинематикалық тегістеу амалы жүзеге асырылды. Қисық доғаларын бір-біріне түйістіре жалғаған кезде сыну нүктесін болдырмау мақсатында өтпелі коникалық учаске қойылады. Өтпелі коника үздіксіздік және тегіс жанасу талаптарына сай келеді. Өтпелі кониканың түрі анықталып, аналитикалық теңдеуі алынды. Кинематикалық тегістеуші өтпелі коника арқылы мобильді роботтың секіріс болдырмайтын күрделі айналып өту траекториясы жасалынды.

1. Погорелов А.Д. Обзор алгоритмов планирования траектории движения манипуляторов // Молодежный научно-технический вестник. 2016. №8. С. 2-2. Болдырев В.И. Метод кусочнолинейной аппроксимации для решения задач оптимального управления // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2004. – №1.– С. 28-123 [Pogorelov A.D. Obzor algoritmov planirovaniya traektorii dvizheniya manipulyatorov // Molodezhnyj nauchno-tekhnicheskij vestnik. 2016. №8. S. 2-2. Boldyrev V.I. Metod kusochno-linejnoj approksimacii dlya resheniya zadach optimal'nogo upravleniya // Differencial'nye uravneniya i processy upravleniya. 2004. – №1.– S. 28-123]
2. Михайлов, Е.П. Позиционное управление манипуляторами мобильных роботов / Е.П. Михайлов, А.Н. Вудвуд, А.Б. Кнюх, В.С. Онуфриенко // Подъёмно-транспортная техника. – 2014. – №1(41). – С. 82-89.
3. Егунов В. А. Об управлении манипуляционным механизмом мобильного

ӘӨЖ 539.3

### ТІКБҰРЫШТЫ ИЗОТРОПТЫ ПЛАСТИНАНЫҢ КЕРНЕУЛІК- ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙІН ЗЕРТТЕУ

Бақберген Жанэль Мырзабекқызы

[bakbergen.zhan@mail.ru](mailto:bakbergen.zhan@mail.ru)

Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университетінің магистранты, Қарағанды,  
Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – С.Б. Ахажанов

Пластиналардың иілуінің жалпы теориясының дамуына белгілі ресейлік және шетелдік ғалымдар үлкен үлес қосқан: И.Г. Бубнов, Б.Г. Галеркин, С.П. Тимошенко, С.Войновский-Кригер, С.Г. Лехницкий, С.А. Амбарцумян, Д.В. Пештмальджян, Л.А. Агаловян, Б.Я. Лашеников, В.В. Бадагадзе, Ш.Е. Микеладзе, Е.Ф. Бурмистров, Н.М. Маслова, А.А. Галаси, К.А. Китовер, Е.Б. Коренева, И.И. Трянин, Ф.Бадалов, Г.И. Пшеничнов, С.И. Трушин, Н.А. Лобкова, Л.А. Ильин және т.б. Пластиналар мен қабықшалардың сызықтық теориясы туралы В.З. Власов, А.Л. Гольденвайзер, А.И. Лурье, В.В. Новожилов, П.М. Огибалов, К.Ф. Черныхтың бірқатар ғылыми әдебиеттерінде кездеседі [1]. Серпімді жүйелердің тұрақтылығы С.П. Тимошенконың әйгілі монографиясында жанжақты көрсетілген.

Өмірде кездесетін пластиналарды есептеу осы күнге дейін аналитикалық немесе сандық әдістермен жүргізіліп келеді. Бастапқы кезде аналитикалық әдіс [2] көп қолданылған.

Қазіргі заман талабына сәйкес пластинаның иілуінің есептерін шығаратын әмбебап әдіс ақырлы элементтер әдісі болып табылады, себебі бұл әдіс компьютерде бағдарлама құру арқылы оңай жүзеге асырылады және күрделі пластинаның кез келген факторларын ескере алады. Бұл әдістің пайда болуы ғарыштық зерттеу мәселелерін шешумен байланысты болды. Ол алғаш рет Тернер, Клуж, Мартин, Топп шығармаларында жарияланды.

Кейінгі кезде көп қолданылып жүрген ақырлы элементтер әдісі [3] компьютерде бағдарлама құру өте бейім болып табылады. Шешім сандық түрінде алынса да олар арқылы майысу функциясының аналитикалық өрнегін элементтің кез келген нүктесінде қолдануға болады. Осы майысу функциясының координаттық функцияларын алдын ала біле алатын болсақ, онда түйіндер жылжуларының сандық мәндері арқылы пластинаның майысуын анықтауға болады.