ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

параметрлеріне байланысты екенін көрсеттік. Таза салық кірісін ұлғайту және тексерудің оңтайлы ықтималдығы туралы теоремалар дәлелденді.

Біз сондай-ақ берілген модель параметрлерінде тексерудің оңтайлы ықтималдығын табуға мүмкіндік беретін оңтайландыру мәселесін шешудің сандық әдісін ұсындық. Берілген мысал осы әдісті белгілі бір тапсырмада қолдануды көрсетеді.

Мұндай модельдерді зерттеу мемлекеттер мен салық органдарына салық саясатын оңтайландыруға және салық жинау тиімділігін арттыруға көмектеседі.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Васин А.А., Морозов В.В. Теория игр и модели математической экономики. − М: МАКС Пресс, 2005.
2. А. А. Васин, П. А. Картунова, А. С. Уразов, Модели организации государствен- ных инспекций и борьбы с коррупцией, Матем. моделирование, 2010, том 22, номер 4.

УДК 519

БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД ВНЕКОТОРЫХ ТИПАХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Бикенов Айдар
aidarbikenov@gmail.com
Магистрант ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, г.Астана, Казахстан
Научный руководитель – Сулейменов К.М.

1 Введение и основные предположения

Теория массового обслуживания — хорошо развитый раздел математической науки.

В этой работе рассматриваются такие типы СМО, как $M|G|1$, $M|M|1|0$ и $M|M|1|\infty$. Согласно классификации Кендалла будем понимать эти обозначения следующим образом: первая буква (М) означает, что входящий поток заявок описывается пуассоновским процессом; вторая буква (G или M) означает, что мы рассматриваем либо рекуррентное обслуживание (G), либо показательное распределение (M) времени обслуживания; число в третьей позиции показывает количество обслуживающих приборов; и, наконец, последняя позиция соответствует возможной длине очереди на обслуживание.

С системой типа M|G|1 возникают задачи рандомизации «обычных» характеристик таких систем с учетом априорных распределений входных параметров. Скажем, может приниматься предположение о показательном, равномерном или каком-то другом распределении одной или нескольких из величин λ, μ и σ^2 (которые при таком подходе становятся случайными величинами), об их независимости или зависимости и т. п. Полученные результаты могут применяться, например, для вычисления средних значений, построения доверительных интервалов для тех или иных характеристик рассматриваемого класса СМО «в целом». Такой подход к построению моделей массового обслуживания естественно назвать байесовским.

Как известно [2], коэффициент готовности восстанавливаемого устройства в стационарном режиме может быть вычислен по формуле

$$k = \frac{\lambda^{-1}}{\lambda^{-1} + \mu^{-1}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

где λ^{-1} — среднее время безотказной работы, μ^{-1} — среднее время восстановления.

Пусть параметр обслуживания μ у рассматриваемых систем может принимать только два значения μ_1 и μ_2 с вероятностями соответственно p_1 и p_2, т.е.

$$p\{\mu = \mu_1\} = p_1,\ \ p\{\mu = \mu_2\} = p_2.$$

«Физически» это означает, что среди рассматриваемой серии систем (маршрутизаторов, станков и т. п.) встречаются только две «разновидности» обслуживающих приборов: приборы первой разновидности осуществляют обслуживание с параметром μ_1, приборы второй разновидности — с параметром μ_2. Тогда у «взятой наугад» системы коэффициент загрузки становится случайной величиной, принимающей значения λ/μ_1 с вероятностью p_1 и λ/μ_2 с вероятностью p_2. Стационарная вероятность блокировки «выбранной» системы в связи с вмешательством случайного фактора выбора конкретной системы сама становится «случайной» и принимает значения $\lambda/(\lambda + \mu_1)$ с вероятностью p_1 (это вероятность того, что исследователю «попалась» система первой «разновидности») и $\lambda/(\lambda + \mu_2)$ с вероятностью p_2 («попалась» система второй «разновидности»). Естественно, «усредненная» вероятность блокировки в такой «байесовской» СМО равна

$$p_1\lambda/(\lambda + \mu_1) + p_2\lambda/(\lambda + \mu_2).$$

Как видим, для исследования байесовских СМО нет необходимости проводить анализ системы методами теории массового обслуживания. Байесовская система является «рандомизацией» некоторой «обычной» СМО, и, соответственно, характеристики байесовской СМО вычисляются путем рандомизации последующего усреднения (по априорному распределению параметра или параметров) уже вычисленных ранее методами теории массового обслуживания характеристик «обычной» СМО. То есть математическая часть работы сводится именно к этой рандомизации и усреднению. При этом как с технической, так и с концептуальной точек зрения целесообразно осуществлять рандомизацию стационарных характеристик «обычных» СМО, получая стационарные характеристики байесовских СМО.

2 Необходимые определения и вспомогательные утверждения

В этом разделе приведем ряд технических соотношений и обозначений, которые понадобятся для формулирования и доказательства утверждений главы 1.

Будем использовать стандартные обозначения для бета-функции

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1} dt$$

и для интегральной показательной функции

$$Ei(x) = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt,$$

которая допускает представление в виде ряда

$$Ei(x) = E + \ln|x| + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k \cdot k!}, \tag{1}$$

где постоянная Эйлера $E = 0,577215\ldots$.

Приведем несколько формул (табличных интегралов из [3]). Формула 3.353.5:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^n e^{-\mu x}}{x+\beta} dx = (-1)^{n-1} \beta^n e^{\beta\mu} Ei(-\beta\mu) + \sum_{k=1}^{n} (k-1)!\,(-\beta)^{n-k} \mu^{-k}. \tag{2}$$

Из формулы 2.111.2

$$\int \frac{x^n dx}{(a+bx)^m} = \frac{x^n}{(a+bx)^{m-1}(n-m+1)b} - \frac{na}{(n-m+1)b} \int \frac{x^{n-1} dx}{(a+bx)^m}$$

следует ряд соотношений: для $m \geq 2$

$$\int \frac{x^n dx}{(a+bx)^{n+m}} = -\frac{x^n}{(m-1)b \cdot C_{n+m-1}^{n} (a+bx)^{n+m-1}} \sum_{l=0}^{n} C_{n+m-1}^{n-l} \left(\frac{a}{bx}\right)^l + C, \tag{3}$$

$$\int \frac{x^n dx}{(a+bx)^{n+m}} = -\sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^{n-k}}{(n-k) b^{k+1} (a+bx)^{n-k}} + \frac{\ln(a+bx)}{b^{n+1}} + C, \tag{4}$$

$$\int \frac{x^n dx}{(a+bx)^n} = \frac{x^n}{b(a+bx)^{n-1}} +$$
$$+ \frac{an}{b} \sum_{k=0}^{n-2} \frac{x^{n-k-1}}{(n-k-1) b^{k+1} (a+bx)^{n-k-1}} - \frac{an}{b^{n+1}} \ln(a+bx) + C, \tag{5}$$

где C – некоторая константа. Введем обозначение

$$A(p,q) = \int_0^1 \frac{x^p dx}{(\theta + (a-\theta)x)^q}.$$

Заметим, что из соотношений (3)–(5) следует, что при $m = n, \ldots, n+k-2$

$$A(m, n+k) = -\frac{(k+n-m-1)^{-1}}{C_{n+k-1}^{m} \alpha^{n+k-1}} \sum_{j=0}^{m} \frac{C_{n+k-1}^{m-j} \theta^j}{(\alpha-\theta)^{j+1}} +$$
$$+ \frac{(k+n-m-1)^{-1} \theta^{m-n-k+1}}{C_{n+k-1}^{m} (\alpha-\theta)^{m+1}}, \tag{6}$$

$$A(n+k-1, n+k) = -\sum_{i=0}^{n+k-2} \frac{(n+k-i-1)^{-1}}{\alpha^{n+k-i-1} (\alpha-\theta)^{i+1}} + \frac{\ln\frac{\alpha}{\theta}}{(\alpha-\theta)^{n+k}}, \tag{7}$$

и

$$A(n+k,n+k)=\frac{1}{\alpha^{n+k-1}(\alpha-\theta)}+\frac{(n+k)\theta}{\alpha-\theta}\sum_{j=0}^{n+k-2}\frac{(n+k-j-1)^{-1}}{\alpha^{n+k-j-1}(\alpha-\theta)^{j+1}}-$$
$$-\frac{(n+k)\theta\ ln\frac{\alpha}{\theta}}{(\alpha-\theta)^{n+k+1}}. \qquad (8)$$

Теорема 1. Рассмотрим систему $M|M|1|0$. Пусть параметр входящего потока λ имеет вырожденное распределение, а параметр обслуживания μ имеет распределение Эрланга с параметрами $n \geq 1$ и $\alpha > 0$. Тогда для загрузки системы ρ математического ожидания не существует, функция $F_p(x)=e^{-\frac{\alpha\lambda}{x}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha\lambda)^k}{x^k k!},\ x>0;$

распределения и плотность соответственно имеют вид

$$f_p(x)=e^{-\frac{\alpha\lambda}{x}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha\lambda)^k(\alpha\lambda-kx)}{k!\,x^{k+2}},\qquad x>0;$$

а для вероятности «непотери» вызова π функция распределения, плотность, математическое ожидание и второй момент имеют вид

$$F_\pi(x)=1-e^{-\frac{\alpha\lambda x}{1-x}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha\lambda)^k x^k}{(1-x)^k k!},\qquad x\in(0,1);$$

$$f_\pi(x)=e^{-\frac{\alpha\lambda x}{1-x}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(\alpha\lambda)^k x^{k-1}(\alpha\lambda x+kx-k)}{k!\,(1-x)^{k+2}},\qquad x\in(0,1);$$

$$E\pi=n+\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-\alpha\lambda)^k(\alpha\lambda+k)}{k!}\left[e^{\alpha\lambda}Ei(-\alpha\lambda)-\sum_{m=1}^{k}\frac{(m-1)!}{(-\alpha\lambda)^m}\right];$$

$$E\pi^2=\alpha\lambda n+\frac{n^2+n}{2}+\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(-\alpha\lambda)^k((\alpha\lambda+k+1)^2-k-1)}{k!}\times$$
$$\times\left[e^{\alpha\lambda}Ei(-\alpha\lambda)-\sum_{m=1}^{k}\frac{(m-1)!}{(-\alpha\lambda)^m}\right];$$

Теорема 2. Рассмотрим систему $M|M|1|0$. Пусть случайная величина λ имеет распределение Эрланга с параметрами $k \geq 1$ и $\theta > 0$, а случайная величина μ имеет вырожденное распределение. Тогда коэффициент загрузки ρ имеет распределение Эрланга с параметрами k и $\mu\theta$, а характеристики вероятности «непотери» вызова π определяются соотношениями

$$f_\pi(x) = \frac{\mu^k\theta^k(1-x)^{k-1}exp\left\{-\mu\theta\frac{1-x}{x}\right\}}{(k-1)!\,x^{k+1}}, \qquad x \in (0,1);$$

$$E\pi = \frac{(-1)^k\mu^k\theta^k}{(k-1)!}\left[e^{\mu\theta}Ei(-\mu\theta) + \sum_{n=1}^{k-1}\frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{\mu^n\theta^n}\right];$$

$$E\pi^2 = \mu\theta - \mu\theta E\pi \quad (\text{для } k = 1), \tag{9}$$

$$E\pi^2 = \frac{(-1)^k\mu^k\theta^k}{(k-2)!}\left[e^{\mu\theta}Ei(-\mu\theta) + \sum_{n=1}^{k-2}\frac{(-1)^n(n-1)!}{\mu^n\theta^n}\right] - \\ -\mu\theta E\pi \quad (\text{для } k = 1). \tag{10}$$

Список использованных источников

1. А. А. Кудрявцев, С. Я. Шоргин БАЙЕСОВСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ: Учебное пособие. – М.: ФИЦ ИУ РАН, 2015. – 76 с.
2. Шоргин С.Я. О байесовских моделях массового обслуживания // II Научная сессия Института проблем информатики РАН: Тезисы докладов. – М.: ИПИ РАН, 2005. С. 120–121.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

УДК 530.182.1

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НЕЛОКАЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЁДИНГЕРА И ИХ СОЛИТОННЫХ РЕШЕНИЙ

Елеусизов Мухаммед
a5muhammed@mail.ru
Магистрант ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан
Научный руководитель – Г. Нугманова

В работе исследуются нелинейные уравнения Шредингера, а также применимая к ним стандартная редукция. Также рассматривается метод Хироты для решения уравнений Шрёдингера и их солитонные решения.

Когда пара Лакса состоит из sl(2, R)-мерной матрицы и полинома от спектрального параметра второго порядка, в результате получим два нелинейных уравнений Шредингера

$$aq_t = \frac{1}{2}q_{xx} - q^2r, \tag{1}$$

$$ar_t = -\frac{1}{2}r_{xx} + r^2q, \tag{2}$$