ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

$$f_\pi(x) = \frac{\mu^k\theta^k(1-x)^{k-1}exp\left\{-\mu\theta\frac{1-x}{x}\right\}}{(k-1)!\,x^{k+1}}, \qquad x\in(0,1);$$

$$E\pi = \frac{(-1)^k\mu^k\theta^k}{(k-1)!}\left[e^{\mu\theta}Ei(-\mu\theta)+\sum_{n=1}^{k-1}\frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{\mu^n\theta^n}\right];$$

$$E\pi^2 = \mu\theta - \mu\theta E\pi \quad (\text{для } k=1), \tag{9}$$

$$E\pi^2 = \frac{(-1)^k\mu^k\theta^k}{(k-2)!}\left[e^{\mu\theta}Ei(-\mu\theta)+\sum_{n=1}^{k-2}\frac{(-1)^n(n-1)!}{\mu^n\theta^n}\right]- -\mu\theta E\pi \quad (\text{для } k=1). \tag{10}$$

Список использованных источников

1. А. А. Кудрявцев, С. Я. Шоргин БАЙЕСОВСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И НАДЕЖНОСТИ: Учебное пособие. – М.: ФИЦ ИУ РАН, 2015. – 76 с.
2. Шоргин С.Я. О байесовских моделях массового обслуживания // II Научная сессия Института проблем информатики РАН: Тезисы докладов. – М.: ИПИ РАН, 2005. С. 120–121.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.

УДК 530.182.1

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НЕЛОКАЛЬНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ШРЁДИНГЕРА И ИХ СОЛИТОННЫХ РЕШЕНИЙ

Елеусизов Мухаммед
a5muhammed@mail.ru
Магистрант ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан
Научный руководитель – Г. Нугманова

В работе исследуются нелинейные уравнения Шредингера, а также применимая к ним стандартная редукция. Также рассматривается метод Хироты для решения уравнений Шрёдингера и их солитонные решения.

Когда пара Лакса состоит из sl(2, R)-мерной матрицы и полинома от спектрального параметра второго порядка, в результате получим два нелинейных уравнений Шредингера

$$aq_t = \frac{1}{2}q_{xx} - q^2r, \tag{1}$$

$$ar_t = -\frac{1}{2}r_{xx} + r^2q, \tag{2}$$

где q(t, x) r(t, x) - комплексные переменные (изменяемые по t, x), a – комплексное число. Если положить, что

$$r(t,x) = k\bar{q}(x,t)\,, \tag{3}$$

где k действительная постоянная и $\bar{q}$ - комплексное сопряжение функции q. Когда состояние динамических переменных q и r используются в (1) и (2), эта система приводится к единственному уравнению НУШ:

$$aq_t = \frac{1}{2}q_{xx} - kq^2\bar{q}\,. \tag{4}$$

Чтобы найти солитонные решения, мы используем метод Хироты для (1) и (2). Для этого, представим функции q и r в виде

$$q = \frac{F}{f},\ \ r = \frac{G}{f}\ \ . \tag{5}$$

Уравнение (1) после применения (5) становится как

$$2aF_tf^{\,2} - 2aFf_tf - F_{xx}f^{\,2} + 2F_xf_xf - 2Ff^{\,2} + Ff_{xx}f + 2GF^2 = 0, \tag{6}$$

которое эквивалентно выражению

$$f\,(2aD_t - D_x^2)Ff + F(D_x^2ff + 2GF) = 0 \tag{7}$$

Аналогично, уравнение (2) примет вид

$$2aG_tf^{\,2} - 2aGf_tf + G_{xx}f^{\,2} - 2G_xf_xf + 2Gf_x^2 - Gf_{xx}f - 2G^2F = 0\,, \tag{8}$$

которое эквивалентно выражению

$$f\,(2aD_t + D_x^2)G\cdot f - G(D_x^2f\cdot f + 2GF) = 0. \tag{9}$$

Билинейную Хирота-форму связной системы НУШ (1) и (2) получим в виде

$$P_1(D)\{F\cdot f\} \equiv (2aD_t - D_x^2 + \alpha)\{F\cdot f\} = 0\,, \tag{10}$$

$$P_2(D)\{G\cdot f\} \equiv (2aD_t + D_x^2 - \alpha)\{G\cdot f\} = 0\,, \tag{11}$$

$$P_3(D)\{f\cdot f\} \equiv (D_x^2 - \alpha)\{f\cdot f\} = -2GF\,, \tag{12}$$

где α произвольная постоянная.

Чтобы найти односолитонное решение, мы используем следующие расширения для функций F, G и f:

$$F = \varepsilon F_1,\ G = \varepsilon G_1,\ \ f = 1 + \varepsilon^2 f_2, \tag{13}$$

где

$$F_1 = e^{\theta_1}, \qquad G_1 = e^{\theta_2}, \qquad \theta_i = k_i x + \omega_i t + \delta_i, \quad i = 1,2. \tag{14}$$

После подстановки (13) в (10)-(11), для коэффициенты при ε получим

$$P_1(D)\{F_1 \cdot 1\} = (2aF_{1,t} - F_{1,xx} + \alpha F_1) = 0, \tag{15}$$

$$P_2(D)\{G_1 \cdot 1\} = (2aG_{1,t} + G_{1,xx} - \alpha G_1) = 0, \tag{16}$$

что дают следующие дисперсионные отношения:

$$\omega_1 = \frac{(k_1^2 - \alpha)}{2a}, \qquad \omega_2 = \frac{(\alpha - k_2^2)}{2a} \tag{17}$$

Из коэффициентов при ε^2 получим

$$f_{2,xx} - \alpha f_2 = -G_1 F_1. \tag{18}$$

Теперь определим функцию f_2 с учетом (14) как

$$f_2 = \frac{e^{(k_1+k_2)x+(\omega_1+w_2)t+\delta_1+\delta_2}}{\alpha - (k_1 + k_2)^2}. \tag{19}$$

Коэффициенты при ε^3 исчезают в силу дисперсионных соотношений (17). Из коэффициентов при ε^4 имеем

$$(D_x^2 - \alpha)\{f_2 \cdot f_2\} = 2(f_2, f_{2,xx} - f_{2,x}^2) - \alpha f_2^2 = 0 \tag{20}$$

Используя (19), мы получим, что α=0. В дальнейшем мы будем использовать α=0. Пусть ε=1. Тогда пара решений связной системы НУШ (1) и (2) дается в виде (q(t,x), r(t,x)), где

$$q(t,x) = \frac{e^{\theta_1}}{1 + Ae^{\theta_1+\theta_2}}, \qquad r(t,x) = \frac{e^{\theta_2}}{1 + Ae^{\theta_1+\theta_2}}, \tag{21}$$

здесь

$$\theta_i = k_i x + \omega_i t + \delta_i, \quad i = 1,2, \quad \omega_1 = \frac{k_1^2}{2a}, \omega_2 = -\frac{k_2^2}{2a}$$

$$A = -\frac{1}{(k_1 + k_2)^2}$$

k_1, k_2, δ_1 и δ_2 произвольные комплексные числа.

Для двухсолитонного решения мы используем

$$f = 1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4, \quad G = \varepsilon G_1 + \varepsilon^3 G_3, \qquad F = \varepsilon F_1 + \varepsilon^3 F_3, \tag{22}$$

где

$$F_1 = e^{\theta_1} + e^{\theta_2}, \qquad G_1 = e^{\eta_1} + e^{\eta_2} \tag{23}$$

здесь $\theta_i = k_i x + \omega_i t + \delta_i$, $\eta_i = l_i x + m_i t + \alpha_i \quad i = 1,2$.

Дальнейший процесс аналогичен нахождению односолитонного решения. В итоге мы получим двухсолитонное решение системы (1) - (2) в виде

$$q(t,x) = \frac{e^{\theta_1} + e^{\theta_2} + A_1 e^{\theta_1+\theta_2+\eta_1} + A_2 e^{\theta_1+\theta_2+\eta_2}}{1 + e^{\theta_1+\eta_1+\alpha_{11}} + e^{\theta_1+\eta_2+\alpha_{12}} + e^{\theta_2+\eta_1+\alpha_{21}} + e^{\theta_2+\eta_2+\alpha_{22}} + Me^{\theta_1+\theta_2+\eta_1+n_2}} \tag{24}$$

$$r(t,x) = \frac{e^{\eta_1} + e^{\eta_2} + B_1 e^{\theta_1+\eta_2+\eta_1} + B_2 e^{\theta_2+\eta_1+\eta_2}}{1 + e^{\theta_1+\eta_1+\alpha_{11}} + e^{\theta_1+\eta_2+\alpha_{12}} + e^{\theta_2+\eta_1+\alpha_{21}} + e^{\theta_2+\eta_2+\alpha_{22}} + Me^{\theta_1+\theta_2+\eta_1+n_2}} \tag{25}$$

при

$$\theta_i = k_i x + \frac{k_i^2}{2a} t + \delta_i,\ \eta_i = l_i x - \frac{l_i^2}{2a} t + \alpha_i, i = 1,2.$$

Используя стандартное понижение (3), находим решение (4) через условие

$$\bar{a} = -a. \tag{26}$$

Сперва получим условия, удовлетворяющие (3) как

$$\frac{e^{k_2 x - \frac{k_2^2}{2a}t + \delta_2}}{1 + Ae^{(k_1+k_2)x + \frac{(k_1^2 - k_2^2)}{2a}t + \delta_1 + \delta_2}} = k \frac{e^{\bar{k}_1 x + \frac{k_1^2}{2a}t + \bar{\delta}_1}}{1 + \bar{A}e^{(\bar{k}_1+\bar{k}_2)x + \frac{(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2)}{2\bar{a}}t + \bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2}}. \tag{27}$$

Из последнего имеем следующие ссотношения:

$$1)\ k_2 = \bar{k}_1, \qquad 2) -\frac{k_2^2}{2a} = \frac{\bar{k}_1^2}{2a}, \qquad 3)\ e^{\delta_2} = ke^{\delta_1}, \qquad 4)\ A = \bar{A}$$
$$5)\ (k_1 + k_2) = (\bar{k}_1 + \bar{k}_2),\ \ 6) \frac{(k_1^2 - k_2^2)}{2a} = \frac{(\bar{k}_1^2 - \bar{k}_2^2)}{2a},\ \ 7)\ e^{\delta_1+\delta_2} = e^{\delta_1+\delta_2}. \tag{28}$$

Определим условие 2). Учитывая (26), имеем

$$-\frac{k_2^2}{2a} = -\frac{\bar{k}_1}{2a} = \frac{\bar{k}_1^2}{2\bar{a}}. \tag{29}$$

Определим отношения $e^{\delta_2} = ke^{\bar{\delta}_1}$ или $e^{\bar{\delta}_2} = ke^{\delta_1}$ из 3). Учитывая, что k вещественная константа, имеем $\bar{k} = k$. Получим

$$e^{\delta_1+\delta_2} = ke^{\delta_1}e^{\bar{\delta}_1}.$$

Поэтому параметры односолитонного решения уравнения (4) должны иметь следующие свойства

$$\bar{a} = -a,\ \bar{k}_2 = k_1,\ e^{\delta_2} = ke^{\bar{\delta}_1} \tag{30}$$

Используя эти условия, зададим в качестве примера

$$(k_1, k_2, e^{\delta_1}, e^{\delta_2}, k, a) = (1+\frac{i}{2}, 1-\frac{i}{2}, i, i, 1, i+1).$$

Тогда односолитонное решение будет иметь следующий вид:

$$q(t,x) = \frac{ie^{(1+\frac{i}{2})x} e^{(\frac{7}{16}+\frac{i}{16})t}}{1+\frac{e^{2x}e^{(\frac{1}{2}+\frac{i}{2})t}}{4}}. \qquad (31)$$

Для получения компьютерной визуализации решения (31) избавимся от мнимой единицы, вычисляя $|q(t,x)|^2 = q\bar{q}$. Тогда

$$|q(t,x)|^2 = 4\sqrt{\frac{1}{8\cos(\frac{t}{2})e^{2x+\frac{t}{2}}+e^{4x+t}+16}}\, e^{x+\frac{7t}{16}}. \qquad (32)$$

График решения НУШ (4), полученный в виде (32), приведен на риасунке 1.

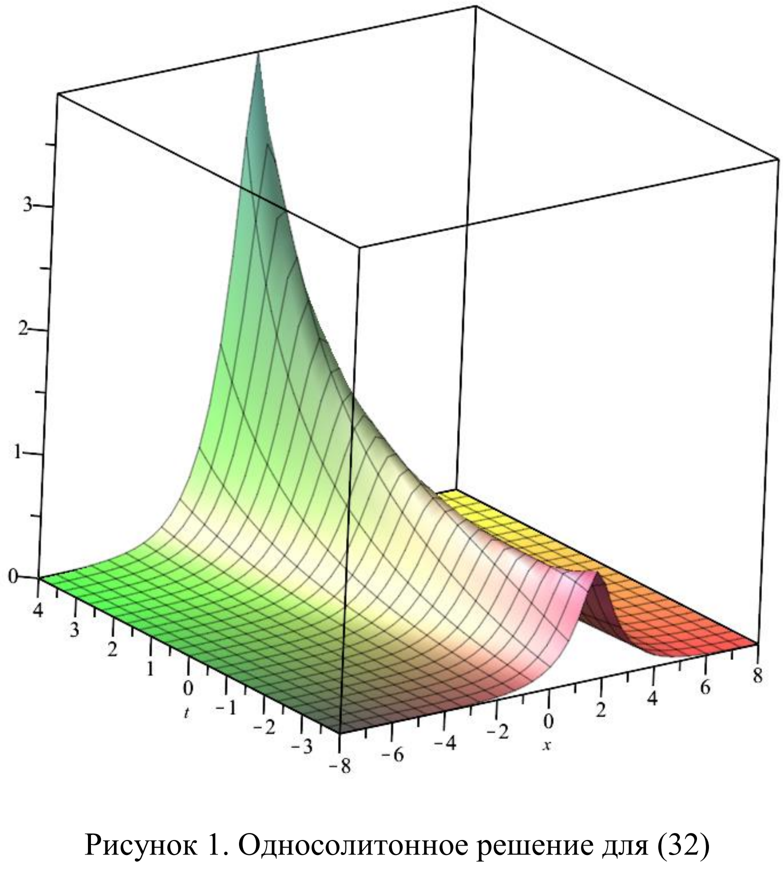

Рисунок 1. Односолитонное решение для (32)

Список использованных источников

1. Metin Gurses и Aslı Pekcan. Нелинейные нелокальные уравнения Шредингера и их солитонные решения // Журнал математической физики. −2018.− №59, 17 с.

2. M. J. Ablowitz and Z. H. Musslimani, “Интегрируемые нелокальные уравнения Шредингера,” Phys. Rev. Lett. 110, 064105 (2013).

ӘОЖ 004.056.5

ТОПТЫҚ ЭЦҚ: КЕЛІСІМДЕР МЕН ТРАНЗАКЦИЯЛАР ҚАУІПСІЗДІГІН АРТТЫРУ

Жанарбекұлы Алмаз
yaphets9705@hotmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің криптология мамандығының 1-курс магистранты
Ғылыми жетекшісі – Танирбергенов А. Ж.

Кіріспе

Топтық ЭЦҚ – бұл бірнеше қатысушыларға транзакцияны орындамас бұрын мақұлдауға мүмкіндік беретін технология. Бұл технология транзакциялардың қауіпсіздігін жақсарту үшін қолданылады, әсіресе криптовалюта саласында. Криптовалюта әлемінде транзакциялардың қауіпсіздігі маңызды фактор болып табылады, өйткені қатысушылардың қауіпсіздікке және алаяқтықтан қорғауға кепілдік беретін орталықтандырылған күші жоқ. Оның орнына транзакциялар орталықтандырылмаған желілер арқылы жүзеге асырылады, мұнда әрбір қатысушы әрбір транзакцияны тексеріп, оның дұрыстығын растай алады[1].

Алайда, бұған қарамастан, шабуылдаушылар алаяқтық операцияларды жасауға тырысатын жағдайлар болуы мүмкін. Бұл жағдайда мультипозиция көмекке келеді. Егер транзакция бірнеше қатысушының қолын талап етсе, онда алаяқ барлық қатысушылардың қолынсыз транзакцияны орындай алмайды, бұл мұндай транзакцияны қауіпсіз және қауіпсіз етеді. Осылайша, топтық ЭЦҚ пайдалану криптовалюта әлеміндегі транзакциялардың қауіпсіздігін арттырудағы маңызды қадам болып табылады. Бұл технологияны қаржы, құқықтану және басқалар сияқты басқа салалардағы транзакциялардың қауіпсіздігін қамтамасыз ету үшін пайдалануға болады[2].

Негізгі бөлім

Топтық ЭЦҚ – бұл бірнеше қатысушылардың электрондық құжатқа қол қою әдісі. Құжатқа қол қою үшін бір адамға сенудің орнына, топтық қолтаңба бірнеше адамнан қол қоюды талап етеді. Бұл қауіпсіздікті арттырады, өйткені әрбір қатысушы екіншісінің қолтаңбасын тексере алады, бұл құжатқа деген сенімділіктің жоғары деңгейін және ықтимал алаяқтық әрекеттерден қорғауды қамтамасыз етеді[3].

Кәдімгі криптографиялық қолтаңбада тек бір адам өзінің жеке кілтін пайдаланып транзакцияға қол қоя алады. Жағдайда топтық қолтаңба, бірнеше пайдаланушылар өздерінің жеке кілттерін пайдаланып транзакцияға бірлесіп қол қоя алады. Бұл қауіпсіз және сенімді транзакциялар жасауға мүмкіндік береді, өйткені бірнеше тараптардың қатысуы қажет, бұл алаяқтықты қиындатады және қаражатты жоғалту қаупін азайтады.

Топтық қолтаңба әдеттегі криптографиялық қолтаңбаларға қарағанда бірнеше артықшылықтарға ие[4]:

- Қауіпсіздік: топтық қолтаңба транзакциялардың қауіпсіздік деңгейін жоғарылатады, өйткені оларды жүзеге асыру үшін бірнеше қолтаңба қажет. Бұл дегеніміз, егер жүйеге қатысушылардың бірі хакерлік шабуылдың құрбаны болса немесе ережелерді әдейі бұзса да, қалған мүшелердің қатысуынсыз транзакция жасалмайды.