ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

қашықтықтан оқыту бағдарламаларын ұсынады және бизнес пен IT мамандарын дайындайды [6]. Stepik платформасы онлайн түрде математикадан бастап, шет тілдеріне дейін курстар өткізеді [7] .

Соңғы жылдары бүкіл әлем бойынша студенттер арасында тегін жаппай ашық онлайн курстар (MOOCs) танымал бола бастады. MOOC географиялық орналасуына немесе білім деңгейіне тәуелсіз, интернет арқылы кез-келген адамға қолжетімді. MOOC әдетте жетекші университеттер мен колледждер ұсынады және информатика, гуманитарлық ғылымдар, әлеуметтік ғылымдар және бизнес секілді көптеген пәндерді қамтиды. MOOC-тің бірегей аспектілерінің бірі – ресми мерзімдер немесе емтихандар жоқ, яғни студенттер нақты академиялық талаптарды орындауға тырыспай, материалды үйренуге және түсінуге назар аудара алады [8].

Қорытындылай келсек қашықтықтан оқыту қазіргі таңда тез дамып келе жатқан білім беру жүйесінің маңызды құрамдас бөлігіне айналды. Енді пайда болған жүйе болғандықтан оның кемшіліктері де жоқ емес. Дегенмен, жоғары сапалы онлайн курстар мен дипломдық бағдарламалардың қолжетімділігі артып келе жатқандықтан, қашықтан оқытудың танымалдылығы артуы мүмкін. Технологиялар алға жылжып, инновациялық платформалар мен құралдар қолжетімді болған сайын, білім беру саласын өзгерту үшін қашықтан оқытудың әлеуеті зор.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Джубатканов Қ. Дипломдық жұмыс. «Математика курсынан қашықтықтан оқыту технологияларын әзірлеу». 2022.
2. Полат Е. С., Бухаркина М. Ю., Моисеева М. В. Теория и практика дистанционного обучения: Учеб. пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / Под ред. Е. С. Полат. М.: Издательский центр «Академия», 2020.
3. Liyanagunawardena, T., Adams, A. A., & Williams, S. A. (2013). MOOCs: A systematic study of the published literature 2008-2012. The International Review of Research in Open and Distributed Learning, 14(3), 202-227.
4. https://www.ispringsolutions.com/blog/best-online-learning-platforms#skillshare
5. https://skillbox.ru/
6. https://geekkbrains.ru/
7. https://astanait.edu.kz/
8. https://stepik.org/catalog
9. https://drive.google.com/drive/my-drive

УДК 371

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ»

Дулатова Асем Кайратовна

technical.information@mail.ru

Магистрант механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Жубанышева Аксауле Жанбыршиевна

«Предел функции» относится к одной из основополагающих тем математики, на базе которой определяются такие фундаментальные понятия как «Непрерывность», «Производная», «Интеграл», «Ряды» и другие.

Педагогический опыт руководителя показывает, что студенты сталкиваются с трудностями в усвоении данной темы.

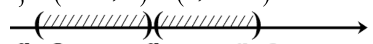
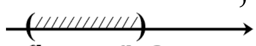
В статье автором предлагаются теоретические и методические аспекты изучения темы «Предел функции» на языке окрестностей $("\varepsilon-\delta")$ и на языке последовательностей, в большинстве опирающиеся на методологию учебника [1].

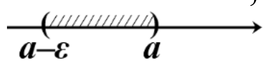
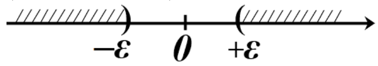
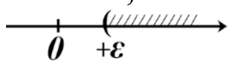
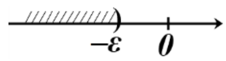
Всюду ниже через p и q будем обозначать соответственно значения $a,\, a+0,\, a-0, +\infty, -\infty,\, \infty$ и $b,\, b+0,\, b-0, +\infty, -\infty,\, \infty$.

Имеется 6 видов окрестностей в зависимости от значений p. Так, например, для действительного числа a и положительного числа ε под ε-окрестностью точки a называется множество всех действительных чисел x, удовлетворяющих неравенствам $a-\varepsilon<x<a+\varepsilon$ и обозначается как $V_\varepsilon(a)$. Таким образом, $V_\varepsilon(a)=\{x\in R\colon a-\varepsilon<x<a+\varepsilon\}=(a-\varepsilon,\, a+\varepsilon)$. Множество $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a)=\{x\in R,\; 0<|x-a|<\varepsilon\}=(a-\varepsilon; a)\cup(a; a+\varepsilon)$ является проколотой ε-окрестностью точки a.

В таблице 1 представлены все виды проколотых окрестностей, их названия, обозначения, определяющие их неравенства, определения и геометрические иллюстрации.

Таблица 1

№	p	Обозначение и название	Определяющее неравенство	Определение и геометрическая иллюстрация $(a\in R,\ \varepsilon>0)$
1	a	$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a)$ – проколотая ε-окрестность точки а	$0<\|x-a\|<\varepsilon$	Проколотой ε-окрестностью точки а называется множество всех действительных чисел х, удовлетворяющих неравенствам $0<\|x-a\|<\varepsilon$ (или, что то же самое, $a-\varepsilon<x<a$ или $a<x<a+\varepsilon$) и обозначается как $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a)$. Таким образом, $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a)=\{x\in R,\ 0<\|x-a\|<\varepsilon\}=\{x\in R\colon a-\varepsilon<x<a$ или $a<x<a+\varepsilon\}=(a-\varepsilon;\, a)\cup(a;\, a+\varepsilon)$. 
2	$a+0$	$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a+0)$ – правосторонняя проколотая ε-окрестность точки а	$a<x<a+\varepsilon$	Проколотой правосторонней ε-окрестностью точки а называется множество всех действительных чисел х, удовлетворяющих неравенствам $a<x<a+\varepsilon$ и обозначается как $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a+0)$. Таким образом, $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a+0)=\{x\in R\colon a<x<a+\varepsilon\}=(a;\, a+\varepsilon)$. 
3	$a-0$	$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a-0)$ – левосторонняя проколотая ε-окрестность точки а	$a-\varepsilon<x<a$	Проколотой левосторонней ε-окрестностью точки а называется множество всех действительных чисел х, удовлетворяющих неравенствам $a-\varepsilon<x<a$ и обозначается как $\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a-0)$. Таким образом,

				$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a-0)=\{x\in R:\ a-\varepsilon<x<a\}=(a-\varepsilon;\ a).$ 
4	∞	$V_\varepsilon(\infty)$ – ε-окрестность ∞	$\lvert x\rvert>\varepsilon$	ε-окрестностью ∞ называется множество всех действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $\lvert x\rvert>\varepsilon$ и обозначается как $V_\varepsilon(\infty)$. Таким образом, $V_\varepsilon(\infty)=\{x\in R: \lvert x\rvert>\varepsilon\}$. 
5	$+\infty$	$V_\varepsilon(+\infty)$ – ε-окрестность $+\infty$	$x>\varepsilon$	ε-окрестностью $+\infty$ называется множество всех действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $x>\varepsilon$ и обозначается как $V_\varepsilon(+\infty)$. Таким образом, $V_\varepsilon(+\infty)=\{x\in R: x>\varepsilon\}$. 
6	$-\infty$	$V_\varepsilon(-\infty)$ – ε-окрестность - ∞	$x<-\varepsilon$	Правосторонней ε-окрестностью $-\infty$ называется множество всех действительных чисел x, удовлетворяющих неравенству $x<-\varepsilon$ и обозначается как $V_\varepsilon(-\infty)$. Таким образом, $V_\varepsilon(-\infty)=\{x\in R: x<-\infty\}$. 

Для *p=a, a+0, a–0* проколотая окрестность получается из окрестности путем удаления точки a . Следовательно:

$$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a)=V_\varepsilon(a)\setminus\{a\}=(a-\varepsilon;a+\varepsilon)\setminus\{a\}=(a-\varepsilon;a)\cup(a;a+\varepsilon),$$

$$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a+0)=V_\varepsilon(a+0)\setminus\{a\}=[a;a+\varepsilon)\setminus\{a\}=(a;a+\varepsilon),$$

$$\overset{\circ}{V}_\varepsilon(a-0)=V_\varepsilon(a-0)\setminus\{a\}=(a-\varepsilon;a]\setminus\{a\}=(a-\varepsilon;a).$$

В случае бесконечных значений $p=\infty,+\infty,-\infty$ окрестности и соответствующие проколотые окрестности совпадают:

$$V_\varepsilon(\infty)=\overset{\circ}{V}_\varepsilon(\infty)=(-\infty;-\varepsilon)\cup(\varepsilon;+\infty),\ V_\varepsilon(+\infty)=\overset{\circ}{V}_\varepsilon(+\infty)=(\varepsilon;+\infty),\ V_\varepsilon(-\infty)=\overset{\circ}{V}_\varepsilon(-\infty)=(-\infty;-\varepsilon).$$

Приведем примеры окрестностей и проколотых окрестностей:

$V_{\frac{1}{2}}(7)$ - $\frac{1}{2}$**-окрестность точки 7.** Здесь $\frac{1}{2}$-окрестностью точки 7 называется множество всех действительных чисел *x*, удовлетворяющих неравенствам $7-\frac{1}{2}<x<7+\frac{1}{2}$ и обозначается как $V_{\frac{1}{2}}(7)=\left\{x\in R:\ 7-\frac{1}{2}<x<7+\frac{1}{2}\right\}=(6{,}5;7{,}5)$.

$\overset{\circ}{V}_{0,3}(9)$– **проколотая 0,3-окрестность точки 9.** Проколотой 0,3-окрестностью точки 9 называется множество всех действительных чисел *x*, удовлетворяющих неравенствам $0<\lvert x-9\rvert<0{,}3$ и обозначается как $\overset{\circ}{V}_{0,3}(9)=\{x\in R: 0<\lvert x-9\rvert<0{,}3\}=$

$=\left\{x\in R: 9-0,3<x<9 \text{ или } 9<x<9+\varepsilon\right\}=\left(8,7;9\right)\cup\left(9;9,3\right).$

Далее, без формулировок определений приведем примеры для остальных 5 случаев:

$$V_{\sqrt{2}}\left(-5+0\right)=\left\{x\in R:\ -5\le x<-5+\sqrt{2}\right\}=\left[-5;-5+\sqrt{2}\right)-$$

правосторонняя $\sqrt{2}$ - окрестность точки -5.

$$\overset{\circ}{V}_{\sqrt{5}}\left(24+0\right)=\left\{x\in R: 24<x<24+\sqrt{5}\right\}=\left(24;\ 24+\sqrt{5}\right)-$$

проколотая правосторонняя $\sqrt{5}$-окрестность точки 24.

$$V_1\left(\pi-0\right)=\left\{x\in R:\ \pi-1<x\le\pi\right\}=\left(\pi-1;\pi\right]-$$

левосторонняя 1-окрестность точки π.

$$\overset{\circ}{V}_{\frac{2}{3}}\left(\frac{5}{9}-0\right)=\left\{x\in R:\ \frac{5}{9}-\frac{2}{3}<x<\frac{5}{9}\right\}=\left(-\frac{1}{9};\frac{5}{9}\right)-$$

проколотая левосторонняя $\frac{2}{3}$ - окрестность точки $\frac{5}{9}$.

$V_{15}(\infty)=\left\{x\in R:\ |x|>15\right\}=\left(-\infty;-15\right)\cup\left(15;+\infty\right)-$ 15-окрестность ∞.

$V_{10}\left(+\infty\right)=\left\{x\in R:\ x>10\right\}=\left(10;+\infty\right)-$ 10-окрестность $+\infty$.

$V_3\left(-\infty\right)=\left\{x\in R:\ x<-3\right\}=\left(-\infty;-3\right)-$ 3-окрестность $-\infty$.

Теперь приведем определения предела функции на языке окрестностей и на языке последовательностей.

Всюду ниже функция *f(x)* определена на множестве *E* и *p* предельная точка множества *E*, то есть в любой проколотой окрестности точки *p* имеются элементы множества *E*. Например, множество целых положительных чисел *E=N* имеет только одну предельную точку $+\infty$. Действительно, $\forall\varepsilon>0\ \ \exists n_\varepsilon\in N:\ n_\varepsilon\in V_\varepsilon\left(+\infty\right)$. Здесь в качестве n_ε можно взять $n_\varepsilon=\left[\varepsilon\right]+1$, тогда $n_\varepsilon\in N$ и $n_\varepsilon=\left[\varepsilon\right]+1>\varepsilon$, то есть $n_\varepsilon\in V_\varepsilon\left(+\infty\right)$.

Для $a,b\in R,\ a<b$ множество $E=\left(a,b\right)$ имеет бесконечное множество (континуум) предельных точек, именно все точки интервала $\left(a,b\right)$ являются предельными точками множества $E=\left(a,b\right)$. Например, докажем, что *a* является предельной точкой множества $E=\left(a,b\right)$, то есть $\forall\varepsilon>0\ \exists x_\varepsilon\in\left(a;b\right):\ x_\varepsilon\in\overset{\circ}{V}_\varepsilon\left(a\right)$. Если $\varepsilon<2\left(b-a\right)$, тогда в качестве x_ε можно взять $x_\varepsilon=\dfrac{a+a+\varepsilon}{2}=a+\dfrac{\varepsilon}{2}$, в силу условия на ε имеем $a<x_\varepsilon=a+\dfrac{\varepsilon}{2}<a+\dfrac{2\left(b-a\right)}{2}=a+b-a=b$, то есть $x_\varepsilon\in\left(a,b\right)$ и $x_\varepsilon\in\overset{\circ}{V}_\varepsilon\left(a\right)$. Если $\varepsilon\ge2\left(b-a\right)$, то в качестве x_ε можно выбрать любое число, принадлежащее интервалу $\left(a,b\right)$, например $x_\varepsilon=\dfrac{a+b}{2}$.

Определение 1. Точка *q* называется пределом функции *f (x)* при *x*, стремещемся к *p*, если для любого положительного числа *ε* существует положительное число δ_ε, зависящее от *ε,* такое, что для любого *x* (также принадлежащего *E*) из проколотой δ_ε-окрестности точки *p* соответсвующее значение функции *f(x)* в точке *x* принадлежит *ε*-окрестности точки *q*. Данный предел обозначается как $\lim\limits_{x\to p}f\left(x\right)=q$.

Запишем данное определение предела на языке кванторов:

$$\lim_{x\to p}f(x)=q:\Leftrightarrow\forall\boldsymbol{\varepsilon}>0\ \exists\boldsymbol{\delta}_\varepsilon>0\ \forall x\in\overset{\circ}{V}_{\delta_\varepsilon}\left(p\right)\cap E:\ f\left(x\right)\in V_\varepsilon\left(q\right).$$

Определение 2. Точка *q* не является пределом функции *f (x)* при *x*, стремещемся к *p*, если существует положительное число ε, что для любого положительного δ существует действительное число $x_\delta \in E$, зависящее от δ, принадлежащее проколотой δ-окрестности точки p такое, что соответствующее значение $f(x_\delta)$ не принадлежит ε-окрестности точки q. Это обозначается как $\lim\limits_{x\to p} f(x) \neq q$.

Представим данное определение на языке кванторов:

$$\lim_{x\to p} f(x) \neq q :\Leftrightarrow \exists \varepsilon > 0 \ \forall \delta > 0 \ \exists x_\delta \in \mathring{V}_\delta(p) \cap E : f(x_\delta) \notin V_\varepsilon(q)$$

Приведем общее определение предела функций на языке последовательностей

Определение 3. q называется пределом функции $f(x)$ в точке p, если для любой последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset E$ такой, что $\forall n \in N: x_n \neq p$ (в случае конечного p), $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = p$, соответствующая последовательность значений функции $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ сходится к q. Данный предел обозначается через $\lim\limits_{x\to p} f(x) = q$. На языке кванторов:

$\lim\limits_{x\to p} f(x) = q :\Leftrightarrow \forall \{x_n\}_{n=1}^{\infty} : \forall n \in N: x_n \in E,\ x_n \neq p$ (в случае конечного p),

$x_n \underset{n\to\infty}{\to} p \Rightarrow f(x_n) \underset{n\to\infty}{\to} q.$

Определение 4. q не является пределом функции f в точке p, если существует последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset E$ такая, что $\forall n \in N: x_n \neq p$ (в случае конечного p), $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = p$, что соответствующая последовательность значений функции $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ не сходится к q. Данное определение обозначается через $\lim\limits_{x\to p} f(x) \neq q$. На языке кванторов:

$\lim\limits_{x\to p} f(x) \neq q :\Leftrightarrow \exists \{x_n\}_{n=1}^{\infty} : \forall n \in N: x_n \in E,\ x_n \neq p$ (в случае конечного p), $x_n \underset{n\to\infty}{\to} p \Rightarrow f(x_n) \underset{n\to\infty}{\not\to} q.$

Учитывая 6 различных возможных значений $p\,(a, a+0, a-0, +\infty, -\infty, \infty)$ и 6 возможных различных значений q $(b, b+0, b-0, +\infty, -\infty, \infty)$, по основному правилу комбинаторики имеем 36 конкретизаций каждого из Определений 1-4.

На конкретном примере покажем, как работать с Определениями 1-4.

Выберем случай $p=+\infty$, $q=b+0=1+0$, $f(x) = \dfrac{x^2+4}{x^2}$, тогда $E = R/\{0\}$.

Работа с определением 1. По определению предела функций на языке окрестностей доказать равенство $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} = 1+0$. Согласно Определению 1 необходимо доказать, что

$$\forall \varepsilon > 0 \ \ \exists \delta_\varepsilon > 0 \ \ \forall x \in R/\{0\},\ x > \delta_\varepsilon:\ 1 \le \frac{x^2+4}{x^2} < 1+\varepsilon.$$

Пусть дано $\varepsilon > 0$. Найдем положительное δ_ε, зависящее от ε такое, что $\forall x \in R/\{0\}$, удовлетворяющего неравенству $x > \delta_\varepsilon$, выполнены неравенства $1 \le \dfrac{x^2+4}{x^2} < 1+\varepsilon.$

Рассмотрим $0 \le \dfrac{x^2+4}{x^2} - 1 = \dfrac{x^2+4-x^2}{x^2} = \dfrac{4}{x^2} \overset{x>\delta_\varepsilon}{<} \dfrac{4}{\delta_\varepsilon^2}$. Далее, приравнивая $\dfrac{4}{\delta_\varepsilon^2} = \varepsilon$

получаем, что $\delta_\varepsilon = \left(\dfrac{4}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{4}{\sqrt{\varepsilon}}$. Тогда, имеем, что $\forall \varepsilon > 0 \ \ \exists \delta_\varepsilon = \dfrac{4}{\sqrt{\varepsilon}} \ \ \forall x \in R / \{0\},\ x > \delta_\varepsilon$: $1 \le \dfrac{x^2+4}{x^2} < 1+\varepsilon$, что есть $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} = 1+0$.

При доказательстве мы работали с фиксированным $\varepsilon > 0$, но так как кроме положительности никаких других условий на ε не было наложено, то доказанное утверждение справедливо для любого положительного ε.

Работа с Определением 2. По определению предела функций на языке окрестностей доказать, что $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} \ne 5+0$.

Согласно Определению 2 необходимо доказать, что $\exists \varepsilon > 0\, \forall \delta > 0\, \exists x_\delta \in R / \{0\},\ x_\delta > \delta$: $\dfrac{x_\delta^2+4}{x_\delta^2} < 5$ или $\dfrac{x_\delta^2+4}{x_\delta^2} \ge 5+\varepsilon$.

Возьмем $\delta > 0$. Выберем $x_\delta = \max\{\delta, 2\}$, тогда $\dfrac{x_\delta^2+4}{x_\delta^2} = 1 + \dfrac{4}{x_\delta^2} \overset{x_\delta \ge 2}{\le} 1 + \dfrac{4}{2^2} = 1+1 = 2 < 5$.

Здесь в качестве ε можно выбрать любое положительное действительное число, например $\varepsilon = 3$. В итоге имеем

$$\exists \varepsilon = 3 > 0 \quad \forall \delta > 0 \ \ \exists x_\delta = \max\{\delta, 2\}: \ \ \frac{x_\delta^2+4}{x_\delta^2} < 5 \ \text{ или } \ \frac{x_\delta^2+4}{x_\delta^2} \ge 5+\varepsilon,$$

что означает $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} \ne 5+0$.

Работа с Определением 3. По определению предела функции на языке последовательностей доказать равенство $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} = 1+0$, что на языке кванторов

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+4}{x^2} = 1+0 :\Leftrightarrow \forall \{x_n\}_{n=1}^{\infty}: \forall n \in N,\ x_n \in R / \{0\},\ x_n \underset{n\to\infty}{\to} +\infty \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{x_n^2+4}{x_n^2} = 1+0$$

(1)

Пусть дана последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ такая, что

$$\forall n \in N:\ x_n \in R / \{0\},\ x_n \to +\infty\ (n \to \infty). \tag{2}$$

Согласно свойству сходящихся последовательностей о том, что предел суммы двух сходящихся последовательностей равен сумме пределов, имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n^2+4}{x_n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{4}{x_n^2}\right) = \lim_{n\to\infty} 1 + \lim_{n\to\infty} \frac{4}{x_n^2} = 1+0 = 1, \text{ поскольку } \lim_{n\to\infty} x_n = +\infty.$$

Так как на последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ кроме условий (2) никаких других условий не было наложено, то утверждение справедливо для любой последовательности, удовлетворяющей условиям (2), что доказывает выполнение (1).

Работа с Определением 4. По определению предела функции на языке последовательностей доказать, что $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+4}{x^2} \ne 5+0$. На языке кванторов:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+4}{x^2} \ne 5+0 :\Leftrightarrow \exists \{x_n\}_{n=1}^{\infty}: \forall n \in N,\ x_n \in R / \{0\},\ x_n \underset{n\to\infty}{\to} +\infty:$$

$$\lim_{n\to\infty} f\left(x_n\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{x_n^2+4}{x_n^2} \neq 5+0.$$

Пусть последовательность $\left\{x_n\right\}_{n=1}^{\infty}$ такая, что $\forall n{:}\, x_n = n$. Данная последовательность удовлетворяет всем необходимым требованиям (1):

$$\forall n \in N{:}\; x_n = n \in \left(-\infty;0\right) \cup \left(0;+\infty\right),\; \lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} n = +\infty\,.$$

Имеем

$$\lim_{n\to\infty} f\left(x_n\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{x_n^2+4}{x_n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{4}{x_n^2}\right) = \lim_{n\to\infty} 1 + \lim_{n\to\infty} \frac{4}{x_n^2} = 1 + \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n^2} = 1+0 = 1 \neq 5 = 5+0,$$

то есть $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+4}{x^2} \neq 5+0$, что и требовалось доказать.

Таким образом, в статье на основании одного примера автором проведен разбор Определений 1-4 предела функции.

Список использованных источников

1. Темірғалиев Н. Математикалық анализ: оқу құралы.— Алматы: Мектеп, 1987.– 288 бет

ӘОЖ 371

ОҚУШЫЛАРДЫҢ САБАҚТАН ТЫС ІС-ӘРЕКЕТІНДЕ STEM БІЛІМ БЕРУ ТҰЖЫРЫМДАМАСЫН ІСКЕ АСЫРУ

Егизбай Бахытжан
bakhitjan.yegizbay@mail.ru
Астана Халықаралық Университетінің математика пәні магистранты
Ғылыми жетекші – к.ф.–м.н. Анияров Альмир Аскарович

Заманауи цифрлық технологияларды дамыту және адам қызметінің барлық салаларын цифрландырудың жылдам қарқынмен өтуіне байланысты «STEM» білім беру маңызды және өзекті мәселе болып табылады.

Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2020-2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында білім беру ұйымдарының цифрлық инфрақұрылымын (сымсыз коммуникациялар, бұлтты технологиялар, микросерверлер, компьютерлер мен перифериялық жабдықтар, жергілікті желі, кеңжолақты интернетке қол жеткізу және т.б.) дамыту жұмы-сы жалғастырылады. Мектептер химия, биология, физика пәндері кабинеттері-мен, STEM-кабинеттермен жарақтандырылады – деп атап көрсетілген[1].

STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) - ғылым, технологиялар, инженерия және математика ұғымын білдіреді. STEM негізінде бұл түсініктің жаңа нұсқалары пайда болды, солардың ішінде анағұрлым кең таралғаны STEAM (ғылым, технологиялар, инженерия, өнер және математика) және STREM (ғылым, технологиялар, робототехника, инженерия және математика) болды. Қазіргі уақытта STEM әлемдік білім берудің басты трендтерінің бірі болып табылады [2].

STEM – оқытудың біріктірілген тәсілі, оның шеңберінде академиялық ғылыми-техникалық тұжырымдамалар шынайы өмір контексінде зерттеледі. Мұндай тәсілдің мақсаты – мектеп, қоғам, жұмыс және бүкіл әлем арасында STEM-сауаттылықты дамытуға және әлемдік экономикадағы бәсекеге қабілеттілікке ықпал ететін нық байланыстарды орнату (Tsupros, 2009).