

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII  
Международная научная конференция студентов и молодых  
ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International  
Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE  
BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2023**

функцияның кез келген хордасының ортасы сәйкес нүкте орналасқан доғадан төмен орналасады (1-сурет), ал ойыс функцияның графигінде кез келген хорданың ортасы сәйкес нүкте орналасқан доғадан жоғары орналасады (2-сурет).  $y = f(x)$  функциясында белгілі бір аралықта дөңес те, ойыс та орналасқан жағдайлар да кездеседі. Дөңес бөліктен ойыс бөлік аралығында орналасқан нүкте иілу нүктесі деп аталады. 3-суретте А нүктесі қисықтың иілу нүктесі болып табылады.

Мысалы: Функцияны дөңестік пен ойыстыққа зерттеу:  $y = x^3 + 2x$ .

$x_1, x_2$  – аргументтің тәуелсіз мәндері болсын, таңбалары да бірдей деп қарастырайық. Олай болса

$$f(x_1) = x_1^3 + 2x_1, f(x_2) = x_2^3 + 2x_2,$$

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{(x_1 + x_2)^3 + 8(x_1 + x_2)}{8}.$$

Айырымын қарастырайық

$$\begin{aligned} \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} - f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) &= \frac{x_1^3 + 2x_1 + x_2^3 + 2x_2}{2} - \frac{(x_1 + x_2)^3 + 8(x_1 + x_2)}{8} \\ &= \frac{4(x_1^3 + x_2^3) - (x_1 + x_2)^3}{8} = \frac{(x_1 + x_2)(3x_1^3 + 3x_2^3 - 6x_1x_2)}{8} = \frac{3}{8}(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)^2 \end{aligned}$$

Егер  $x > 0$ ,  $x_1 + x_2 > 0$  және айырымның мәні оң. Ал егер  $x < 0$ ,  $x_1 + x_2 < 0$  қарастырып отырған айырым теріс. Сонымен  $x > 0$  болғанда ойыс,  $x < 0$  болғанда дөңес.

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Сивашинский И.Х. Неравенства в задачах. – М.: Наука, 1967, 304 с.
2. Ибатулин И.Ж., Лепес А.Н. Альтернативные доказательства 100 неравенств: метод отделяющих касательных. – М.: Реноме, 2014, 168 с.
3. Қазақстан пән олимпиадаларында [Электрондық ресурс] доступ режимі: <http://www.matol.kz/>
4. Седракян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. – М.: Физматлит, 2002, 256 с.
5. Manfiro R.B., Gomes Ortega J.A., Delgado R.V. Inequalities. A mathematical Olympiad Approach. – Basel. Boston. Berlin: Birkäuser, 2009.

ӘОЖ 371

### МАТЕМАТИКА САБАҒЫНДАҒЫ ФУНКЦИЯНЫҢ КЕЙБІР ҚАСИЕТТЕРІНЕ АРНАЛҒАН ПРОПЕДЕВТИКАНЫҢ МАҢЫЗДЫЛЫҒЫ

Серикбаева Анилия Ерлановна

[s.aniliya18@gmail.ru](mailto:s.aniliya18@gmail.ru)

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 1-курс магистранты, Астана, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – Н.Д. Мархабатов

Қазіргі заманда ақпараттың көптігінен адамдар артық мәліметтерді қажетіден ажырата алмай жатыр. Ол өз кезегінде санада шиеленістердің орын алуына әкеледі. Сол себепті қажетті мәліметтерді анықтап, оны керек емесінен бөлектеу және қажетсізін алып тастау арқасында жүзеге асатын базалық білімді беру арқылы стардартты-стереотипті

емес ойлау қабілеттерін қалыптастырудың маңызы зор. Яғни заманауи білім беру жүйесінің негізгі функцияларының бірі білім алушыларға жоғары интеллектуалды қабілеттерді қалыптастыруға және оны дамытуға көмектесу болып табылады. Жарқын болашақ жас ұрпақтың қолында. Демек, жан-жақты байланысқан жұмыстар мектеп қабырғасынан басталу керек. Мұғалім шәкірттерге ғылымның жеткен нәтижелерін беріп, олардың есте сақтау жадтарын бос мәліметтермен толтырып емес, ғылыми әдістердің мән-мағынасына сенім ұялату арқылы олардың зияткерлік қабілеттерін дамытуы керек.

«Қалай жүзеге асыруға болады?» деген сұрақ туындайды. Ғалымдардың пікірінше білім беру жүйесінде белсенді түрде метабілімдердің енгізілуі жүруі қажет.

Білімдердің екі түрі бар. Біріншісіне пәнге қатысты ғылыми мағлұматтар, олардың байланысы және қатынастары жайлы оқиғалар мен құбылыстар жатады. Келесі түрде осы білімдерді алудың жолы, әдістері көрініс табады, яғни метабілімдер. Бұл жерде субъектінің интеллектуалды қызметінің ұйымдастырылуы ашылады. И.С. Якиманскаяның айтуы бойынша, мұндағы метабілімдер әдіснамалық білімдер болып табылады.[1]

Болашақта әдістемелік құзыреттілігі бар білім алушы жауапты рационализациялау, содан кейін тез дұрыс шешім қабылдай алады және белгісіздік жағдайында дұрыс таңдау жасай алады, себебі: пәнаралық топта жұмыс істей алады (арнайы коммуникация дағдылары);

базалық білімі бар және әртүрлі салаларда (арнайы пәндік білім, білік) әдіснаманы меңгерген; эксперименттер жүргізуге, сондай-ақ эксперименттік деректерді (эксперименттік және зертханалық дағдылар) сипаттауға, талдауға, жүйелеуге, қорытындылауға, өңдеуге және сыни бағалауға қабілетті; техникалық әдебиеттерді, сондай-ақ кәсіби қызметті ұтымды ету үшін қажетті басқа да ақпарат көздерін (әдебиеттерді іздеу және пайдалану дағдылары) табуға және пайдалануға қабілетті; жобаны жоспарлау, құрылымдарды басқару, сапаны бақылау (менеджмент дағдылары) үшін жауапкершілікті өзіне алады; кәсіптік қызметтің жаңа әдістері, тәсілдері, тәсілдері (өзін-өзі жетілдірудің арнайы дағдылары) туралы ақпарат алу мүмкіндігін пайдаланады; бастамашылық танытуға және үлкен дәрежеде дербестікпен жұмыс істеуге қабілетті (өзін-өзі дамыту дағдылары). [1]

Пропедевтика болса осындай метабілімдерді қалыптастыратын әдістердің бір түрі. Пропедевтика әрдайым пәнді мүмкіндігінше кең қамтитын кіріспе курс болып табылады. Мұндай тәсілдің артықшылықтары болып: пән туралы жалпы көзқарастың пайда болуы; затты көру жүйелілігі; пән ішіндегі логикалық байланыстарды түсіну табылады. Сонымен қатар пропедевтика: білім алушылардың түрлі ойлау дағдаларын: логикалық, математикалық, кеңістіктік, сыни және т. б. дамытады; оқушыларда метабілімдерді қалыптастырып, оларды дамытуға; өздігінше жұмыс істеу дағдыларын арттыруға; күрделі тақырыптарды қажетті деңгейде меңгеруге көмектеседі. Осылайша білім алушыда жаңа көзқарас пайда болады. Ол бұрынғыша тек дайын формула мен теоремаларды жаттаймай, олардың қайдан, не себепті, қалай шығатынын түсінеді. Бұл өз кезегінде сәйкесінше формулаларды практикалық тұрғыда дұрыс таңдап, оларды орынды қолдана білуге, есептің шешіміне тез жетуге және тапсырманы толықтай зерттеуге көсектеседі. Ал өз күшімен жеткен білімдері оқушы үшін қымбат, әрі пайдалы, салыстырмалы түрде есте жақсы, әрі ұзақ сақталады. Белгілі бір нәтижеге өзі қол жеткізген оқушының сабаққа деген ынтасы да артады, өз-өзіне деген сенімділігі көбейеді. Сонымен қоса, бұл тәсіл қателесуден қорықпайтын, психологиялық тұрақты, үйлесімді дамыған тұлға қалыптастыруға мүмкіншілік береді.

Алғаш рет мектеп оқушылары функция ұғымымен және оның кейбір қасиеттерімен орта мектептің 7-сыныбында танысады [2]. Мұнда олар аргументтің мәндері бойынша функцияның мәндерін есептейді, сәйкес кестелер жасайды және координаталық жазықтықта нүктелерді белгілей отырып, алдымен осы нүктелерді тегіс қисықтармен байланыстыра отырып, үздіксіз функциялардың графиктерін салады. Осылайша, көптеген оқшауланған нүктелерде берілген функцияларды зерттеуді өткізіп жібере отырып,

оқушылар бірден күрделі объектілерді – үздіксіз функцияларды зерттеуге көшеді. Оқушылардың білім алу процесін бақылай отырып, алдымен функция ұғымдарын, оның графигін және негізгі қасиеттерін оқшауланған нүктелер жиынтығында берілген функциялармен бекіту ұтымды болар еді. Бастапқы кезеңде мұндай функцияларды олардың графиктері бойынша зерттеуде функциялардың мәндерін есептеудің, функция мәндерінің кестелерін құрудың және олардың графиктерін құрудың қажеті жоқ. Осы операцияларға жұмсалатын уақытты үнемдеп, "дайын" функциялар кестесімен жұмыс істеуге көбірек уақыт бөле отырып, мұғалім осы функциялардың негізгі қасиеттерін тез және тиімді зерттеуге мүмкіндік алады. Бұл тәсіл күрделі объектілерді – үздіксіз функциялар мен олардың графиктерін зерттеуге көшу үшін жақсы пропедевтика болар еді. Сонымен қатар, оларды зерттеуге аз уақыт кетеді, өйткені зерттеу схемасы мен процесінің өзі оқушыларға бұрын зерттелген материал бойынша жақсы таныс болады. Бұл тәсіл әсіресе математиканың қарапайым емес ұғымдарын, функцияның кему және өсу нүктелері, тұрақтылығы, экстремум нүктелері және функцияның ең кіші және ең үлкен мәндерінің нүктелері туралы түсініктерді зерттеуде тиімді.

Теориялық негіз ретінде оқшауланған нүктелер жиынтығында берілген функцияларды зерттеуге ұсынған бұл тәсіл келесі анықтамалық жүйеге сүйенеді.

*Анықтама 1.* Функцияның өсу (кему) облысы деп осы функцияның өсу (кему) нүктелерінің жиыны айтамыз.

*Анықтама 2.*  $x_i$  нүктесін  $y = f(x)$  функциясының өсу нүктесі дейміз, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_{i-1}) < f(x_i) < f(x_{i+1})$ .

Яғни, егер берілген нүктедегі функцияның мәні алдыңғы нүктедегі функцияның мәнінен үлкен болса, бірақ келесі нүктедегі функцияның мәнінен аз болса.

*Анықтама 3.*  $x_i$  нүктесін  $y = f(x)$  функциясының кему нүктесі дейміз, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_{i-1}) > f(x_i) > f(x_{i+1})$ .

Яғни, егер берілген нүктедегі функцияның мәні алдыңғы нүктедегі функцияның мәнінен аз болса, бірақ келесі нүктедегі функцияның мәнінен үлкен болса.

*Анықтама 4.*  $y = f(x)$  функциясының  $a = x_1$  нүктесі сол жақтан кему (өсу) нүктесі деп аталады, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_{i-1}) > f(x_i)$  ( $f(x_i) < f(x_{i+1})$ ).

Яғни, егер оның  $D(f)$  анықтау облысының сол жақ шекарасындағы функцияның мәні келесі нүктедегі функцияның мәнінен үлкен (кіші) болса.

*Анықтама 5.*  $y = f(x)$  функциясының  $b = x_n$  нүктесі оң жақтан кему (өсу) нүктесі деп аталады, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_n) < f(x_{n-1})$  ( $f(x_n) > f(x_{n-1})$ ).

Яғни, егер оның анықтау облысының оң жақ шекарасындағы функцияның мәні алдыңғы нүктедегі функцияның мәнінен аз (үлкен) болса.

*Анықтама 6.*  $x_i$  нүктесін  $y = f(x)$  функциясының минимум нүктесі дейміз, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_i) < f(x_{i-1})$  және  $f(x_i) < f(x_{i+1})$ .

*Анықтама 7.*  $x_i$  нүктесін  $y = f(x)$  функциясының максимум нүктесі дейміз, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_i) > f(x_{i-1})$  және  $f(x_i) > f(x_{i+1})$ .

*Анықтама 8.*  $x_i$  нүктесін  $y = f(x)$  функциясының тұрақтылық нүктесі дейміз, егер келесі теңсіздік орындалса  $f(x_i) = f(x_{i-1})$  және  $f(x_i) = f(x_{i+1})$ .

*Анықтама 9.* Функцияның барлық тұрақтылық нүктелерінің жиынтығы функцияның тұрақтылық облысы деп аталады.

*Анықтама 10.* Функцияның ең үлкен мәнінің нүктесі деп функция өзінің ең үлкен мәніне ие болатын нүктені айтады.

*Анықтама 11.* Функцияның ең кіші мәнінің нүктесі деп функция өзінің ең кіші мәніне ие болатын нүктені айтады.

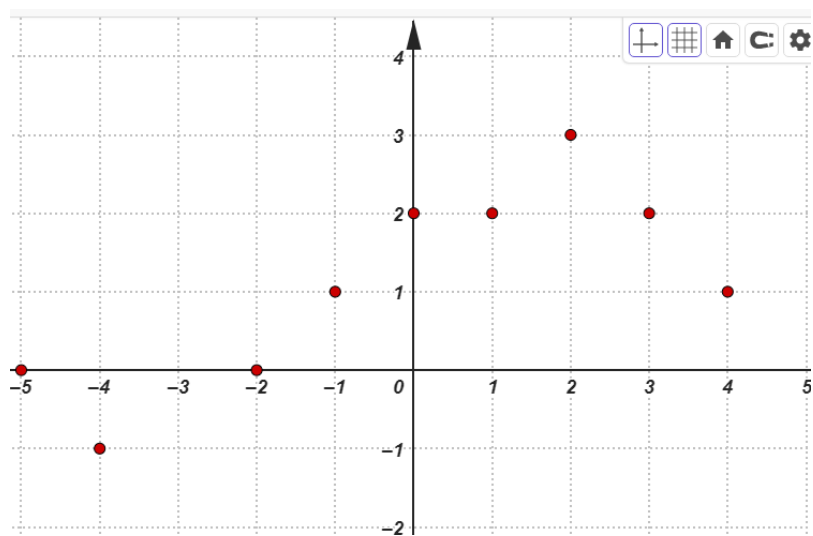
Әрине, оқушыларға бұл анықтамаларды жазып, жаттаудың қажеті жоқ. Мұғалімге барлық түсініктемелерді "алдыңғы нүкте", "кейінгі нүкте", "бірінші нүкте", "соңғы нүкте", "тұрақты нүкте", "минимум нүктесі", "максимум нүктесі" терминдерін қолдану арқылы жүргізген дұрыс.

Келесі мысалды қарастырайық. Бізге анықталу облысы  $D(f) = \{-5; -4; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$  болатын, графигі 1-суретте көрсетілген функцияны зерттеу керек болсын. Бұл функцияның кему және өсу облыстарын, сондай-ақ осы функцияның ең үлкен, ең кіші мәндерін және оның экстремумын және экстремум нүктелерін табу қажет.

*Шешуі.* 1-11 анықтамалық жүйесін қолдана отырып, біз функцияның кему және функцияның өсу облыстарын сәйкес түрде табамыз  $D_{\downarrow} = \{-5; 3; 4\}$ ,  $D_{\uparrow} = \{-2; -1\}$ . Осы сияқты келтірілген анықтамалар бойынша келесі мәліметтерді аламыз:

- 1)  $D(y) = \{-5; -4; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$  – функцияның анықталу облысы;
- 2)  $E(y) = \{0; -1; 1; 2; 3\}$  – функцияның мәндер жиыны;
- 3)  $D_{\downarrow} = \{-5; 3; 4\}$  – функцияның кему облысы;
- 4)  $D_{\uparrow} = \{-2; -1\}$  – функцияның өсу облысы;
- 5)  $D_{min} = \{-4\}$  – функцияның минимумдарының жиыны;
- 6)  $D_{max} = \{2\}$  – функцияның максимумдарының жиыны;
- 7)  $D_{-} = \{0; 1\}$  – функцияның тұрақтылық облысы.

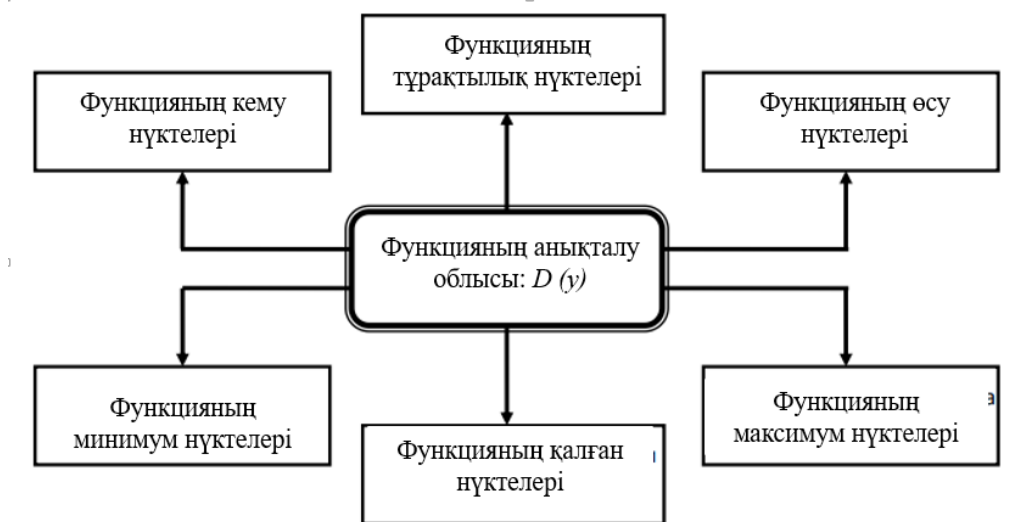
Оқырманның назарын 3) – 7) тармақтарындағы жиындар бір-біріне сәйкес келмейтін кластар болып табылатындығына және олардың бірігуі функцияны анықтау облысына сәйкес келетіндігіне аударамыз.



1-сурет. Оқшауланған нүктелер арқылы берілген функция

1-11 анықтамалық жүйесі функцияны өсу және кему бойынша зерттеу кезінде оның анықталу облысының барлық нүктелерін алты қиылыспайтын нүктелер класына бөлуге мүмкіндік береді: кему облысы, өсу облысы, тұрақтылық облысы, минимум нүктелері, максимум нүктелері және алғашқы бес класқа кірмейтін нүктелер.

Осылайша, біз функцияны өсу және кемуге зерттеуге ұсынған тәсіл тек толыққанды ғана емес, сонымен қатар зерттелетін функцияны анықтау облысының барлық нүктелерін жіктеуге мүмкіндік беретін баламасыз схема болып табылады (2-сурет). Сабақтың басында барлық оқушылар бұл схеманы дәптерлерде бейнелегені жөн, өйткені ол болашақта функцияларды зерттеу және олардың графиктерін құру кезінде тірек ретінде пайдаланылады.



2-сурет. Функцияның анықталу облысын классификациялау схемасы

Функциялардың анықтау облыстарын жіктеуге негізделген зерттеудің дәл осы схемасы, егер зерттеу құралдары ретінде зерттелетін нүктелердің аймақтары пайдаланылса, үздіксіз және жартылай үзік функциялар үшін тамаша жұмыс істейді [3]. Алайда, бұл мақалада біз оқшауланған функциялар жиынтығында берілген функцияларды зерттеу арқылы ерікті функцияларды зерттеудің пропедевтикасымен ғана шектелеміз.

Жаңа функцияны зерттеу материалын жүйелі және берік игеру үшін, біздің ойымызша, ҰДБ (ұлғайтылған дидактикалық бірліктер) технологиясын қолдану пайдалы [4]. Яғни, білім алушыларға 2-суреттегі схемаға сәйкес функцияны зерттеуді ғана қажет ететін тапсырмаларды орындауды ұсыну емес, сонымен қатар кері мәселені шешу, атап айтқанда: 2-суреттегі схеманың берілген компоненттері бойынша сәйкес функцияның графигін салу қажет. Келесі кезең – оқушылардың тура және кері есептерді өз бетінше құрастыруы және шешуі.

Оқушылардың алған білімдерін бекіту үшін келесі есепке ұқсас есептерді беруге болады.

16°							
14°							
12°							
10°							
<i>т/күндер</i>	дүйсенбі	сейсенбі	сәрсенбі	бейсенбі	жұма	сенбі	жексенбі

3-сурет. Функция ұғымын күнделікті өмірмен байланыстырудың мысалы

Бір аптадағы ауа райының температурасы бақыланды. Келесі сұрақтарға жауап бер:

- 1) Қандай күндері ауа райы температурасы кеміді?
- 2) Қай күндері температура артты?
- 3) Қай күндері температура бірқалыпты болды?
- 4) Ең төмен температура болған күнді ата.

5) Ең жоғары температура болған күнді ата.

"Егер білім алушы ұғымды шынымен білсе, онда ол оны қалай қолдануды біледі және керісінше", - дейді Н. А. Менчинская [5]. Біздің ойымызша, бұл пропедевтикалық жұмыстар функция ұғымындағы базалық және басқа да жаңа білімдерді меңгерудің тиімді тәсілдері тұрғысынан басты мағынаға ие.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Г.М. Беспалова. Методологическая пропедевтика: новый взгляд на обучение математике // Вестник ФГОУ ВПО МГАУ № 4'2014, С.144-147.
2. Алгебра. Жалпы білім беретін 7-сыныбына арналған оқулық /А.Е. Әбілқасымова, Т.П. Кучер, В.Е. Корчевский. З.Ә. Жұмағұлова. – Алматы: Мектеп, 2017. – 272б.
3. Новиков, А.Д. Возрастание и убывание функций на дискретных множествах [Текст] //Высшее образование сегодня. – 2008. – № 12. – С. 83-85.
4. Эрдниев, П.М. Обучение математике в школе. Укрупнение дидактических единиц [Текст]: книга для учителя /П.М. Эрдниев, Б.П. Эрдниев. – 2 изд. испр. и доп. – М.: АО «Столетие», 1996. – 320 с.
5. Цыдыпова, Е.Д. Функциональная пропедевтика в курсе математики начальной школы: дис. ... канд. пед. наук. – М., 1994.

ӘОЖ 517.18

## ФУНКЦИОНАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Серикбек Бергенжан, Назарбек Мәдина

[bergen\\_jan.99@mail.ru](mailto:bergen_jan.99@mail.ru)

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, алгебра және геометрия кафедрасы,  
Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.к., доцент Тілеулесова Ағыла Балтабайқызы

Мектеп математикасындағы жоғарғы сыныптар мен олимпиада есептеріне дайындық курсына қарастырылатын тақырыптардың бірі – функционалдық тендеулер мен тендеулер жүйесі.

Математикаға қойылатын жоғарғы талаптардың бірі олимпиадаға қатысушы дарынды оқушыға меңгертетін материалдар жиынының болуы. Болашағын математикамен байланыстыратын дарынды оқушыларға жалпы орта мектепте берілетін есептерден қызық әрі қиын тақырыптарды зерттеуге тырыстым. Функционалдық тендеулерді шешудің әдіс тәсілдері жалпы орта мектеп бағдарламасында жоқ. Алайда, мақалада осы тақырыпты зерттеуге тырыстым.

Функционалдық тендеулерді шешудің келесі әдіс тәсілдері бар:

1. Айнымалының нақты мәндерін қою
2. Айнымалыны ауыстыру
3. Математикалық индукция
4. Функцияның инъективтілігі мен сюръективтілігін пайдалану
5. Кошидің функционалдық тендеулерін пайдалану
6. Функция монотондылығын қолдану

Классикалық функционалдық тендеуге тоқталайық. Олардың ең қарапайымы  $y = kx$  түрінде берілген функция. Бұл функцияны кезінде Коши мына түрде құрастырған:

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

Мұндағы,  $x$  кез келген нақты сан.

Енді алмастыру тәсілін пайдаланып келесі теңсіздіктің шешу тәсілін көрсетейік.