

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы
және механика-математика факультеті
«Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін
«МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты
Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы**

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

**Республиканской научно-методической конференции
«АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ»,
посвященной 20-летию Евразийского национального университета
им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика»
механико-математического факультета
Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева**

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:

Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

РАСЧЕТ ДВУХФАЗНОГО СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В НАКЛОННЫХ ТРУБАХ

Матвеев С.К., Джайчибеков Н.Ж., Ауэспаева Ж.Ж.

jaich@mail.ru

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

В данной работе рассматривается стратифицированное турбулентное течение двухфазной среды в наклонных трубах. Расчет нестационарных течений в трубах переменного сечения проводится на основе квазистационарного квазиодномерного подхода к уравнениям, получающимся осреднением уравнений Навье-Стокса по поперечному сечению трубы S :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i S) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_i u_i S) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i u_i S) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_i u_i^2 S) + S \varphi_i \frac{dp}{dz} = \tau_{wi} + \tau_{ji} + S \rho_i g \sin \alpha, \quad (i=1,2).$$

Здесь $u_i, \varphi_i, \rho_i, \tau_{wi}, \tau_{ji}$ - скорости, объемные доли, отнесенные к объему смеси плотности компонент и силы поверхностного трения, рассчитанные на единицу длины трубы, p - давление, g - ускорение силы тяжести, α - угол наклона оси трубы к горизонту. Добавив к этим уравнениям тождество $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$ и уравнения состояния фаз, получим систему уравнений, замкнутую в том случае, если τ_{wi}, τ_{ji} , представляющие силы взаимодействия фаз со стенками и между собой, будут определены как функции параметров задачи и искомых функций. Эти зависимости определяются экспериментально или теоретически для стационарных одномерных течений.

Экспериментальное исследование двухфазных течений очень сложно, поэтому имеющиеся экспериментальные данные скудны и не очень надежны. Пригодные для расчетов теоретические данные о τ_{wi}, τ_{ji} в литературе отсутствуют. В связи с этим было предпринято численное исследование стратифицированного двухфазного течения в наклонной трубе с аппроксимацией простыми формулами величин τ_{wi}, τ_{ji} . Ранее в [1] было описано решение данной задачи в случае ламинарного стратифицированного двухфазного течения.

В настоящее время существует несколько методов численного моделирования турбулентного течения вязкой жидкости. В результате обзора и испытаний различных моделей турбулентности можно сделать вывод, что наиболее экономичными в смысле требуемых вычислительных ресурсов являются модели с одним уравнением переноса (из рассмотренных – модель Спаларта-Алмареса ([2])). В связи с тем, что нашей целью является многопараметрическое численное исследование течений в трубах, нами выбрана именно эта модель турбулентности.

Тщательный анализ модели выявил ряд ее недостатков, как идейных, так и практических. В частности, в уравнении переноса турбулентной вязкости ν_t в качестве коэффициента диффузии пишется суммарная вязкость в виде $\nu_\Sigma = \nu + \nu_t$, что противоречит общепризнанному закону пропорциональности ν_t четвертой степени расстояния от стенки. Кроме того, в уравнение вводится несколько согласующих функций, содержащих около десятка эмпирических констант. Нам удалось логически упорядочить определение входящих в уравнение констант, так, что все они зависят от двух общепризнанных: постоянной Прандтля-Кармана ($\kappa = 0.4$) и постоянной Ван-Дрифта $A=26$. Модифицированная таким

образом модель турбулентности (САМ) испытана в расчете однофазного течения в трубе. Результаты представлены на рис. 1, где черными линиями показаны зависимости коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса 1 – теоретическая при ламинарном режиме ($la = 64/Re$), 2 – экспериментальная по аппроксимация Прандтля при турбулентном режиме ($1/\sqrt{la} = 2 \lg(Re\sqrt{la}) - 0.8$). Голубыми линиями показаны известные из экспериментов распределения скорости 3 – в ламинарном подслое ($u/u_* = y_*$) и 4 – в турбулентном ядре течения ($u/u_* = 2.75 \lg y_* + 5.24$). Фиолетовые линии – рассчитанные по САМ распределения скорости, голубые кружки 5 – рассчитанные по САМ коэффициенты сопротивления, а темносиние кружки 6 – рассчитанные по модели СА. Немодифицированная модель СА диапазоне $5 \cdot 10^4 < Re < 5 \cdot 10^7$ дает отклонения от кривой 2 около 5%, а модифицированная САМ менее 2%.

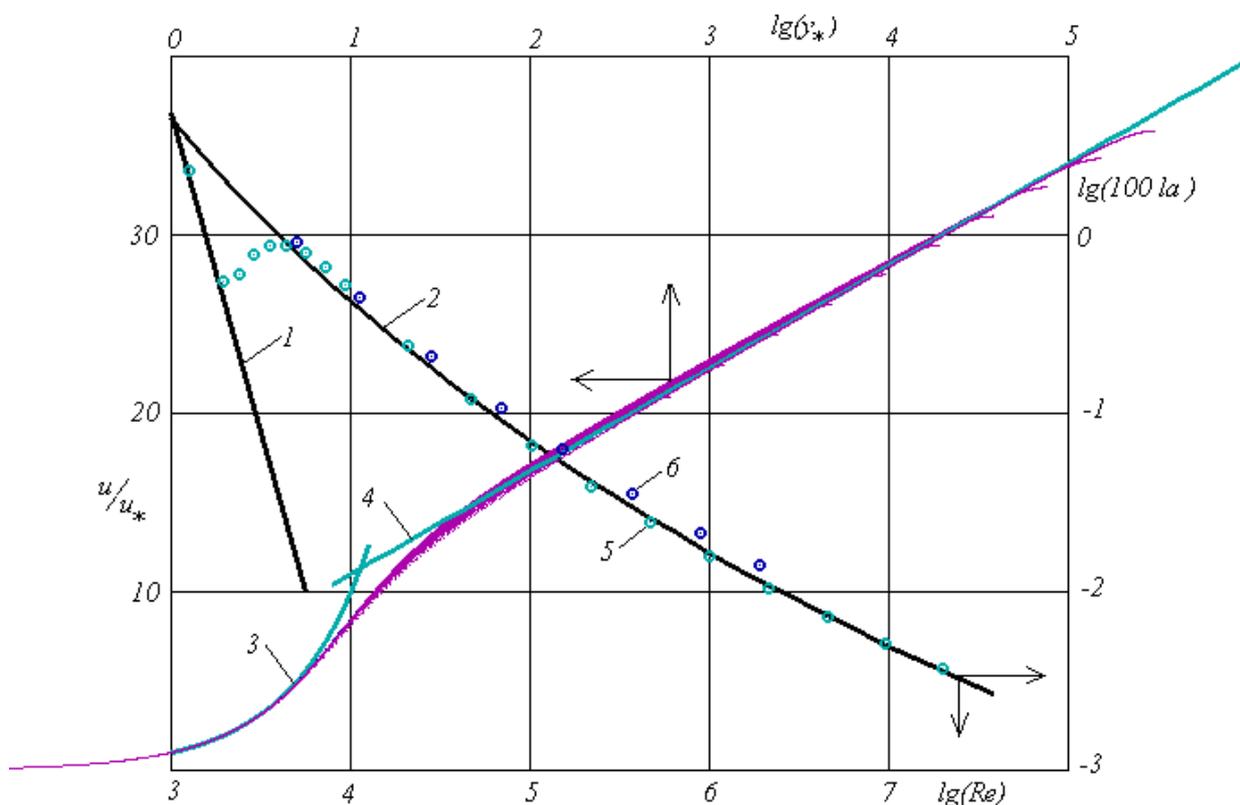


Рисунок 1 – Коэффициент сопротивления и распределение скорости в гладкой трубе

В новой модели турбулентности шероховатость стенок моделируется заданием на стенке ненулевой турбулентной вязкости, зависящей от шероховатости. Пример расчета течения в шероховатой трубе показан на рисунке 2. Горизонтальной голубой линией в правой части рисунка показано экспериментально определенное значение коэффициента сопротивления при полном проявлении шероховатости $la = \left(2 \lg \frac{R}{k} + 1.74\right)^{-2}$, где R – радиус трубы, а k – высота бугорков шероховатости. Видно хорошее согласие расчета с экспериментом и расслоение профилей скорости в зависимости от числа Рейнольдса.

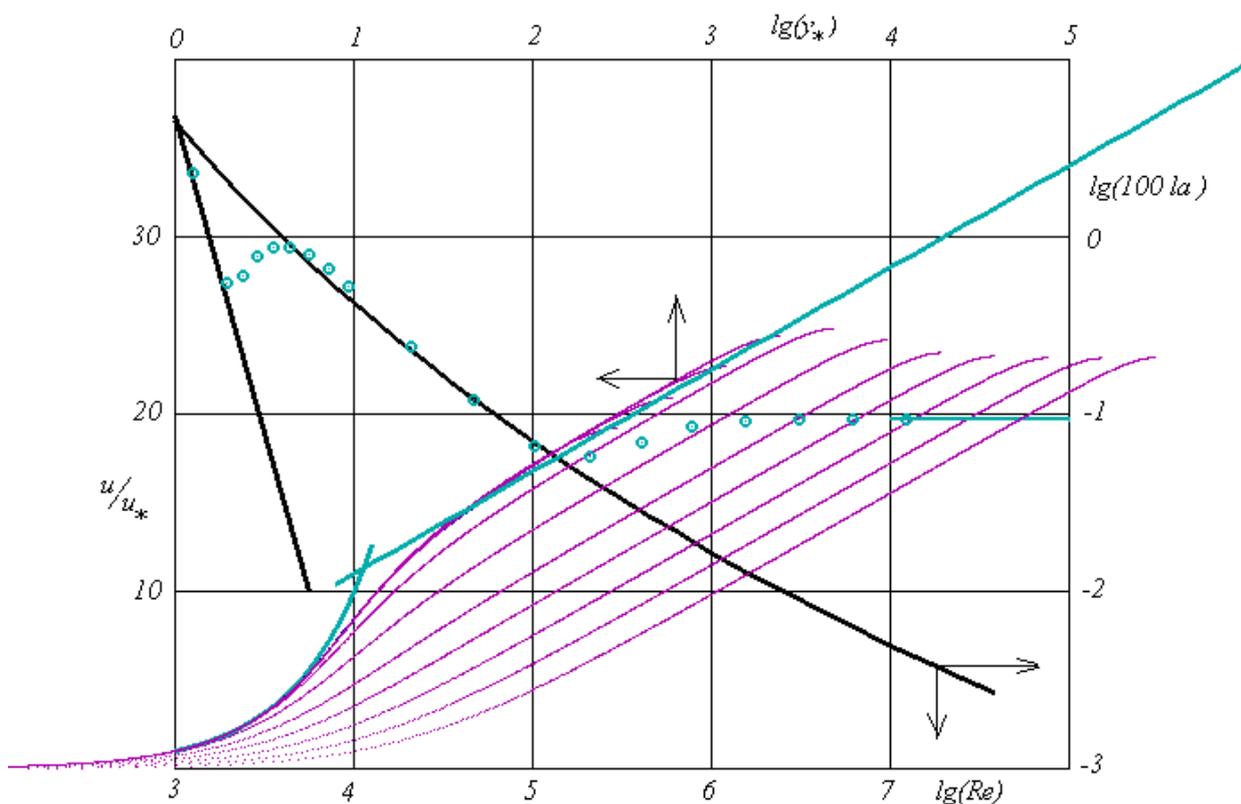


Рисунок 2 – Коэффициент сопротивления и распределение скорости в шероховатой трубе

Список использованных источников

1. Н.Ж.Джайчибеков, С.К.Матвеев, Д.Г.Сидоров. «О расчете стратифицированного двухфазного течения в трубе». XXXIV Всероссийский семинар с международным участием по струйным, отрывным и нестационарным течениям. Новосибирск, Россия, 11-13 ноября 2015 г., с. 55-57.
2. Spalart, P. R. and Allmaras, S. R., 1992, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows" AIAA Paper 92-0439.

УДК 532.529: 533.6.01

РАСЧЕТ ДВУХФАЗНОГО СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В НАКЛОННЫХ ТРУБАХ

Матвеев С.К., Джайчибеков Н.Ж., Шишов Р.А.

jaich@mail.ru

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

1. Уравнения квазиодномерного двухфазного течения

Все расчеты течений в протяженных трубопроводах проводятся на основе квазиодномерного квазистационарного подхода, основанного на осреднении уравнений движения по поперечному сечению трубы. В случае двухфазного течения осредненные уравнения можно записать в виде:

уравнения сохранения массы фаз