ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін «МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканской научно-методической конференции «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
M 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

$$C\{\sum_{k_1=0}^{\infty}...\sum_{k_n=0}^{\infty}((m_{k_1-1})^{\alpha-\frac{1}{p}}...(m_{k_n-1})^{\alpha-\frac{1}{p}}osc_p(f;k_1-1,...,k_n-1))^q\}^{\frac{1}{q}}=$$

$$=C\cdot MO(\alpha-\frac{1}{p},p,q)(f).$$

Теорема доказана.

Отметим, что другие эквивалентные нормы в пространстве Бесова по мультипликативным базисам Прайса были рассмотрены в работе [3].

Список использованных источников

1. Агаев Г. Н., Виленкин И. Я., Джафарли Г. М., Рубинштейн А. И. Мультипликативные системы функций и гармонический анализ на нуль-мерных группах. – Баку: ЭЛМ, 1981, 180 с.
2. Onneweer C. W., Weiyi S. Homogeneous Besov spaces on locally compact Vilencin groups. Studia Math. 1989, T.XCIII. p. 17-39.
3. Смаилов Е. С., Сулейменова З. Р. Теоремы вложения для пространств Бесова по мультипликативным базисам Прайса. Труды МИРАН им. В. А. Стеклова, 2003, т.243, с. 302-308.

ӘОЖ 514.124

ДӨҢЕС КӨПЖАҚТАР МЕН СЫЗЫҚТЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖҮЙЕЛЕРІ

Мусин А.Т, Бақытбек К.

kalima_bakytbek@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Жұмыста n- өлшемді A_n аффиндік кеңістігіндегі координаталар жүйесіне қатысты сызықтық бейнелер қарастырылады.

$(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0)$ координаталы $x_0 \in A_n$ нүктесі арқылы $\{l_1, l_2, ..., l_n\}$ координаталы $\boldsymbol{l}$ векторы бағытында түзу жүргізілсін. Аналитикалық геометриядан оның параметрлік теңдеулері

$$x_i = x_i + tl_i, \quad (i = 1,..., n; \; -\infty < t < \infty)$$

түрінде жазылатыны белгілі.

Осы түзуде қандай да A және B нүктелері алынсын. Оларға сәйкес t параметрінің мәндерін t_1 және t_2 деп белгілейік. $t_1 < t_2$ деп ұйғарайық.

Анықтама. $t_1 \leq t \leq t_2$ теңсіздігін қанағаттандыратын түзу нүктелерінің жиынтығы *AB кесіндісі* делінеді.

$(a_1, a_2, ..., a_n)$ және $(b_1, b_2, ..., b_n)$ координаталы A және B нүктесі арқылы өтетін түзудің бағыттаушы векторы ретінде $\boldsymbol{l} = \overline{AB}$ векторын алуға болады. Онда $l_i = b_i - a_i$ және түзудің ағымды нүктесі үшін

$$x_i = a_i + (b_i - a_i)t = (1-t)a_i + t\,b_i,$$

оның өзінде A нүктесінде $t = 0$, B нүктесінде $t = 1$ болады, атап айтқанда AB кесіндісі $0 \leq t \leq 1$ теңсіздігімен беріледі. $1 - t = \alpha$, $t = \beta$ деп ұйғарайық. Сонда AB кесіндісі нүктелері және тек солар үшін

$$x_i = \alpha a_i + \beta b_i, i = 1,..., n, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \alpha + \beta = 1 \qquad (*)$$

шарттары орындалады.

Анықтама. Өзінің әрбір *A, B* қос нүктесімен бірге оларды қосатын *AB* кесіндісін қамтитын нақты аффиндік кеңістігінің нүктелері жиынын *дөңес жиын* дейді.

Дөңес жиындардың қарапайым мысалдарына кесінді, кез - келген өлшемді жазықтық, тұтас A_n кеңістігінің өзі жатады.

Бір нүктеден тұратын жиын мен бос жиын да дөңес деп есептелінеді. Дөңес жиындардың қандай да жиынтығының қиылысуы дөңес жиын болатындығы тікелей анықтамадан туындайды.

Расында егер *A, B* нүктелері дөңес жиындардың кейбір жиынтығының қиылысуына тиіс болса, онда *AB* кесіндісі осы жиындардың әрқайсысына, ал олай болса олардың қиылысуына да тиіс.

A_n кеңістігінде қандай да

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_nx_n + C = 0 \qquad (1)$$

гипержазықтығы берілсін. (1) гипержазықтығы кеңістікті *ашық жартыкеңістіктер* деп аталатын екі бөлікке бөледі. Олардың нүктелері сәйкесінше

$$\sum A_ix_i + C < 0; \quad \sum A_ix_i + C > 0$$

теңсіздіктерімен сипатталады. Ашық жартыкеңістікке (1) гипержазықтығын тіркеген-нен тұйық жартыкеңістігін аламыз. Олардың бірі, координаталары

$$\sum A_ix_i + C \le 0$$

теңсіздігін қанағаттандыратын нүктелерден, ал екіншісі координаталары

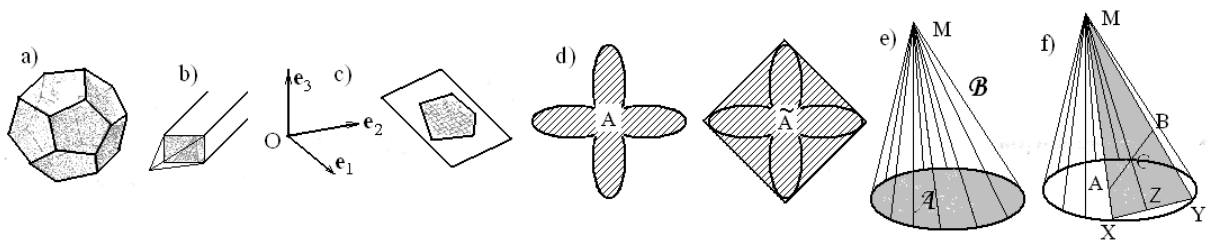
$$\sum A_ix_i + C \ge 0$$

теңсіздігін қанағаттандыратын нүктелерден тұрады.

1-*теорема.* Әрбір жартыкеңістік дөңес жиын болып табылады.

Анықтама. Шектеулі саны бар жартыкеңістіктердің қиылысуы (ол бос жиыннан өзгеше болуында) *дөңес көпжақ* делінеді.

Біз тұйық жартыкеңістіктердің қиылысуымен жасалынған көпжақтарды қарастырумен шектелеміз. Көрнекі көзқараста дөңес көпжақ, бірнеше гипержазықтықпен ойылып шығатын кеңістіктің бөлігі болып табылады (n = 3 жағдайына 1*a*-сурет сәйкес). Мұндай бөлік шексіздікке ұласуы мүмкін (1*b*-сурет).



1-сурет

Көпжақ тұтасымен кейбір k өлшемді ($k < n$, 1*c*-суретте n =3, k =2) жазықтықта жатуы да мүмкін.Егер

$$\sum A_{ij}x_j + C \le 0, \qquad i = 1, \ldots, m \qquad (2)$$

теңсіздіктермен берілген m жарты кеңістік бар болса, онда (2) жартыкеңістіктердің қиылысуы болып келетін көпжаққа, координаталары

$$\begin{array}{l} A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1n}x_n + C \le 0; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \ldots + A_{mn}x_n + C \le 0 \end{array} \qquad (3)$$

теңсіздіктер жүйесін қанағаттандыратын нүктелер және тек солар ғана тиіс.

Екінші жағынан (3) түріндегі жүйе үйлесімді болса, онда ол (2) жартыкеңістіктерінің қиылысуымен жасалған көпжақты анықтайды.

Ескерту. $\sum A_i x_i + C \geq 0$ түріндегі теңсіздікті оның барлық коэффициенттерін (-1)-ге көбейтіп (2) түріндегі теңсіздікпен әрдайым ауыстыруға болады.

Кейбір аффиндік координаталар жүйесінде

$$\zeta_i \leq \ xi \ \leq \eta_i \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (4)$$

түріндегі теңсіздіктермен берілетін көпжақ *n-өлшемді параллелепипед* делінеді, мұндағы ξ_i, η_i - қандай да сандар. Дербес жағдайда (O, $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, ..., $\boldsymbol{e}_n$) реперіне қатысты

$$0 \ \leq \ xi \ \leq \ 1 \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (5)$$

теңсіздіктерімен берілген параллелепипед, бастары ортақ 0 нүкте-сінен жүргізілген $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, ..., $\boldsymbol{e}_n$ тәуелсіз векторларында салынған дейді.

Аффинді координаталарды түрлендіру арқылы (4) теңсіздіктерін әрдайым (5) түріне келтіруге болады.

$n = 1$ болуында n-өлшемді параллелепипед - кесінді, $n = 2$ болуында – параллелограмм болып келеді.

$x_i = 0$ немесе $x_i = 1$ гипержазықтығында орналасқан (5) параллелепипедінің бөлігі өз алдына (n-1)-өлшемді параллелепипед болып табылады, оны (5) параллелепипедінің (n - 1)-*өлшемді жағы* дейді. Осы (n - 1)-өлшемді параллелепипедтің жақтарын және жақтарының жақтарын т.с.с. қарастыруға болады.

Сонда түрлі k-өлшемді, ($n - 1 \geq k \geq 1$) параллелепипедтердің жиынтығы шығады. Олардың барлығы (5) параллелепипедінің *k- өлшемді жақтары* делінеді. Бір өлшемді жақтар параллелепи-педтің *қырлары*, ал олардың ұштары параллелепипедтің *төбелері* делінеді.

(5) параллелепипедінің *төбелері* координаталары 0-ге немесе 1-ге тең нүктелер және тек солар ғана болатынын көрсетуге болады.

Мысал. Тікбұрышты (x, y, z) декарт координаталар жүйесі берілген үшөлшемді евклид кеңістігіндегі тікбұрышты параллеле-пипедтерді қарастырайық. Олардың қырлары осьтерге параллель деп ұйғарамыз. Параллелепипедтің центрі (x_0, y_0, z_0) – координаталы нүкте, ал x, y, z осьтеріне параллель қырларының ұзындығы сәйкесінше a, b, c болсын. Центрлері $|x| \leq \xi, |y| \leq \xi, |z| \leq \xi$ кубында орналасқан, қырларының ұзындығы η- дан артпайтын жоғарыда аталған параллелепипедтердің жиынтығын A арқылы белгілейік. А жиынынан алынған әрбір параллелепипедке A_6 алтыөлшемді аффинді кеңістігінің *(x_0,y_0,z_0,a,b,c)* координаталы нүктесін сәйкес қоюға болады. Сонда А жиынының өзін

$$-\xi \leq x_0 \leq \xi, \quad -\xi \leq y_0 \leq \xi, \quad -\xi \leq z_0 \leq \xi,$$
$$0 \leq a \leq \eta, \quad 0 \leq b \leq \eta, \quad 0 \leq c \leq \eta$$

алтыөлшемді параллелепипед ретінде қарастыруға болады.

Бір кеңістіктің геометриялық бейнелерін екінші бір кеңіс-тіктің нүктелері ретінде қарастырған көп жағдайда ыңғайлы екенін байқаймыз.

Анықтама. Егер A_n аффинді кеңістігіндегі қандай да жиынның барлық нүктелерінің координаталары $|x_i| \leq M$ ($M>0$ – кейбір сан) теңсіздігін қанағаттандырса, аталған нүктелер жиынын *шектеулі* дейді.

(*) формулаларын пайдалана бұл анықтама координаталар жүйесінің алынуына тәуелсіз екенін тексеру қиын емес.

Анықтама. A аффиндік кеңістігіндегі A нүктелер жиынының дөңес қабыршығы деп А -ны қамтитын кез келген дөңес жиынға тиіс $\widetilde{A} \subset A$ – дөңес жиынын атайды.

Басқа сөзбен, $\widetilde{A}$ дөңес қабыршығы берілген A жиынын қамтитын барлық дөңес жиындардың қиылысуы болып табылады. Сол сияқты $\widetilde{A}$ жиынын A-ны қамтитын ең кіші дөңес жиын дейді (1d-сурет).

Мысал. A, B қос нүктесінің дөңес қабыршығы AB кесіндісі болып табылады.

Кез келген шектеулі саны бар нүктелердің дөңес қабыршы-ғы шектеулі дөңес көпжақ болатындығы және кез келген (3) түріндегі шектеулі дөңес көпжақ кейбір шектеулі - төбелері болып келетін - нүктелер жиынының дөңес қабыршығы болатындығын дәлелдеуге болады.

Дөңес қабыршық жайлы сұрақтарда пайдалы бір геометрия-лық салынуды көрсетейік.

A дөңес жиыны мен M нүктесі берілсін. $X \in A$ болуындағы барлық MX кесінділерін салайық, және осындай кесінділер нүктелерінің жиынтығын B арқылы белгілейік (1e- сурет). Сонда мына бір пікірге келеміз.

2-*теорема.* B жиыны $A \cup M$ бірігуінің дөңес қабыршығы болып табылады.

Дәлелдеме. Егер $M \in A$ болса, онда $B = A$ және теорема тұжырымы орынды. M нүктесі A жиынында жатпайтын болсын. $A \cup M$ бірігуін қамтитын кез келген дөңес жиын B -ны тұтасымен қамтуы міндетті, сондықтан B -ның дөңестігін дәлелдеген жеткілікті. A, B нүктелері B -ға тиіс болсын. Онда A нүктесі кейбір MX кесіндісінде, ал B нүктесі кейбір MY кесіндісінде жатады, мұндағы $X, Y \in A$ (1f-сурет). Бізден AB кесіндісі тұтасымен B жиынында жататындығын айқындау талап етіледі, C – AB кесіндісінің кез келген нүктесі болсын. Онда (A, B нүктелерінің бірі M, X, Y нүктелерінің бірімен беттесу жағдайын есептемегенде)

$$\overline{MA} = \lambda \overline{MX}, \quad 0 < \lambda < 1,$$
$$\overline{MB} = \mu \overline{MY}, \quad 0 < \mu < 1,$$
$$\overline{MC} = \alpha \overline{MA} + \beta \overline{MB}, \quad \alpha \geq 0,\ \beta \geq 0,\ \alpha + \beta = 1$$

қатынастарына ие боламыз. XY кесіндісінде

$$\overline{MZ} = \frac{\alpha\lambda}{\nu}\overline{MX} + \frac{\beta\mu}{\nu}\overline{MY}$$

болатындай Z нүктесі табылады. Мұндағы $\nu = \alpha\lambda + \beta\mu, \quad 0 < \nu < 1$. Z нүктесі A жиынының дөңес болуынан оған тиісті.

$\overline{MC} = \nu \overline{MZ}$ болатыны, атап айтқанда С нүктесі $MZ \subset B$ кесінді-сінде жататынын байқау қиын емес. Осымен 2- теорема дәлелденді.

Дөңес қабыршықтың қарапайым қасиеттерін атап өтейік.

1) A жиыны дөңес болғанда және тек сонда ғана өзінің сызықтық қабыршығымен беттеседі.

2) Егер $A_1 \subset A_2$ болса онда A_1 жиынының сызықтық қабыршығы A_2 жиынының сызықтық қабыршығына тиіс.

Бұл екі қасиет тікелей дөңес жиын және дөңес қабыршық анықтамаларынан туындайды.

3) $A = A_1 \cup A_2$ және $\widetilde{A}_1$ жиыны A_1 - жиынының сызықтық қабыршығы болсын. Онда A жиынының $\widetilde{A}$ сызықтық қабыршы-ғы $\widetilde{A}_1 \cup A_2$ бірігуімен беттеседі.

3- *теорема.* $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_p$ нүктелер жүйесінің сызықтық қабыршығы

$$x = \alpha_0 a_0 + \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_p a_p \tag{11}$$

формуласымен кескінделеді, мұндағы $\boldsymbol{x}$ - сызықтық қабыршыққа тиіс кез келген нүктенің радиус- векторы; $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ сандары

$$\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_p = 1, \qquad (12)$$

$$\alpha_0 \geq 0, \alpha_1 \geq 0, \ldots, \alpha_p \geq 0$$

шарттарын қанағаттандырады.

Қолданлыған әдебиеттер тізімі

1. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. М., «Наука», 1966.
2. Щербаков Р.Н., Малаховский В.С. Краткий курс аналитической геометрии. Томск. 1964.
3. Яглом И. М., Ашкинузе В.Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии, ч.1 М., Учпедгиз, 1962.
4. Комиссарук А.М. Основы аффинной геометрии на плоскости. Минск. «Вышейшая школа», 1967.
5. Комиссарук А.М. Аффинная геометрия. Минск. «Вышейшая школа», 1977.

ӘОЖ 514.124

АФФИНДІК КЕҢІСТІКТЕГІ КӨПӨЛШЕМДІ ЖАЗЫҚТЫҚТАР

Мусин А.Т., Бақытбек К.

kalima_bakytbek@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Нақты n-өлшемді аффиндік кеңістік, n-өлшемді сызықтық (векторлық) V_n кеңістігін анықтайтын *I .Векторларды қосу;II. Векторды санға көбейту;III. Өлшемділік* аксиомалар топтарына *IV Векторларды нүктеден салу,* атап айтқанда *IV_1 аксиомасы.* Кез келген M нүктесі және $\bar{u}$ векторы үшін $\overline{MN} = \bar{u}$ болатындай бірден бір N нүктесі бар болады. *IV_2 аксиомасы*. Кез келген *M, N, K* нүктелер үштігі үшін $\overline{MN} + \overline{NK} = \overline{MK}$ қатынасы орынды – атты аксиомаларын қосқаннан алынады. n-өлшемді нақты аффинді кеңістікті A_n арқылы белгілейміз. Векторлары A_n-нен алынған нүктелер жұптарына сәйкес қойылатын V_n кеңістігін A_n кеңістігімен *байланысқан* дейміз.

Аффинді кеңістік нүктелері мен онымен байланысқан векторлы кеңістік векторларының табиғаты алуан түрлі болуы мүмкін. Тек талап етілетіні, векторларды қосу, санға көбейту және векторды нүктеден салу амалдары жоғарыда I, II, III, IV топ аксиомаларында тұжырымдалған қасиеттерге ие болуы керек.

Бұл аксиомалар жүйесін ұсынған әйгілі неміс математигі Герман Вейль және оны Вейль аксиомалар жүйесі дейді. Біртектес емес

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \qquad (1)$$

жүйесі берілсін, мұнда $i = 1, 2, \ldots, m$ және b_i сандары арасында нөлден өзгешесі бар. Жүйе үйлесімді, атап айтқанда $Rang\ A = Rang\ A_{кең} = k$ деп ұйғарамыз. $\{x_1^0, \ldots, x_n^0\}$ (1) жүйесінің кейбір шешімі болсын. Бұл шешімді (1) жүйесіне қойып