ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ФИЗИКА-ТЕХНИКА ФАКУЛЬТЕТІ

«ФИЗИКАДАҒЫ ЗАМАНАУИ ТЕНДЕНЦИЯЛАР: ҒЫЛЫМ МЕН БІЛІМ ИНТЕГРАЦИЯСЫ»

Халықаралық ғылыми конференциясының материалдары

«СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В ФИЗИКЕ:ИНТЕГРАЦИЯ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ»

Материалы международной научной конференции

«MODERN TRENDS IN PHYSICS: INTEGRATION OF SCIENCE AND EDUCATION»

Materials of the international scientific conference

Астана, 2024 ж

ОӘЖ 53.(075)
Н90

Ә43 Физикадағы заманауи тенденциялар: ғылым мен білім интеграциясы: Халықаралық ғылыми конференциясының материалдары (2024 жылдың 23 ақпаны, Астана, Қазақстан). – Астана: Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ баспасы, 2024. – 555 б.

ISBN 978-601-337-957-9

«ФИЗИКАДАҒЫ ЗАМАНАУИ ТЕНДЕНЦИЯЛАР: ҒЫЛЫМ МЕН БІЛІМ ИНТЕГРАЦИЯСЫ» атты Халықаралық ғылыми-теориялық конференция материалдар жинағына кәсіптік-техникалық білім беруді жетілдіруде «Космологияның қазіргі мәселелері», «Техниканың дамуындағы физиканың рөлі», «Ядролық физика, жаңа материалдар мен технологиялар», «Радиоэлектроника мен телекоммуникацияның қазіргі даму тенденциялары», «Ғарыштық техника мен технологияларды дамытудың озық бағыттары», жоғары оқу орындарындағы кәсіби педагогика проблемалары «Университетте физика және астрономия білімінің даму тенденциялары», «Орта мектепте физиканы оқытудың тиімді педагогикалық технологиялары», «Жаратылыстану пәндері бойынша мұғалімдерді даярлау жүйесіндегі инновациялар», «Қазіргі ақпараттық және коммуникациялық технологиялар» және оларды шешу әдістері мен жолдары қарастырылған мақалалар жарияланған.

ОӘЖ53.(075)

КБЖ 22.3я73

ISBN 978-601-337-957-9

водородной энергетики. Так, по результатам конкурса Комитета науки Министерства науки и высшего образования РК на программно-целевое финансирование по научным и (или) научно-техническим программам на 2023-2025 годы, программа "Разработка и исследование инновационных технологий, материалов и устройств для получения, хранения водорода и генерации электроэнергии» одобрена к реализации. В рамках данной программы, головной организацией-исполнителем выступает Национальный ядерный центр РК, а соисполнителями являются ряд национальных вузов и в том числе, региональный вуз -ВКУ С. Аманжолова, а именно сотрудники национальной научной лаборатории вуза. Для ВКУ С. Аманжолова это уже не первый опыт совместной работы с НЯЦ РК в рамках программно-целевого финансирования. Результат ранее проводимых совместных работ послужил основой для текущих исследований. В результате объединения усилий ожидается получение значимых научных результатов от «получения до использования водорода».

Выводы:

Представлен опыт организации НИР, а также перспективы внедрения и коммерциализации научных результатов кафедры физики и технологий ВКУ имени Сарсена Аманжолова.

Физическая школа ВКУ имени Сарсена Аманжолова эффективно реализует прикладные проекты совместно с научными центрами и предприятиями, доводя их до устойчивого развития и внедрения. Результаты научных проектов кафедры физики и технологий доведены до стадии коммерциализации и будут вносить вклад в повышение конкурентноспособности отечественной продукции.

Литература

1. Послание Главы государства Касым-Жомарт Токаева народу Казахстана «Экономический курс Справедливого Казахстана».
2. https://www.akorda.kz/ru/poslanie-glavy-gosudarstva-kasym-zhomarta-tokaeva-narodu-kazahstana-ekonomicheskiy-kurs-spravedlivogo-kazahstana-18588
3. https://www.gov.kz/memleket/entities/sci/press/news/details/556604?lang=ru

Мырзакулов Е.М, Беков С.С., Мырзакулов К.Р.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нурсултан, Казахстан

ПОДХОД СИММЕТРИИ НЁТЕР В $f(T,B)$ ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИИ С ФЕРМИОННЫМ ПОЛЕМ

В данной работе мы рассмотрели однородную и изотропную космологическую модель Вселенной в $f(T,B)$ гравитации с неминимально связанным фермионным полем. Чтобы найти вид функции связи $F(\Psi)$, потенциальной функции $V(\Psi)$ фермионного поля и функции $f(T,B)$, мы использовали подход симметрии Нётер. Полученные результаты совпадают с данными наблюдений, описывающих позднее ускоренное расширение Вселенной.

Ключевые слова: условия энергодоминантности, ускоренное расширение, космологические модели, узловая Вселенная.

Введение

В современной космологии мы применяем различные модифицированные теории гравитации для описания имеющихся данных наблюдений. Обычно в литературе можно увидеть модификации компонентов гравитационного поля или поля материи по отдельности, а также их общие модификации в действии Эйнштейна-Гильберта. К первому типу относятся модели, в которых мы модифицируем только компоненты гравитации: $f(R)$ гравитации, где R - скаляр Риччи, $f(T)$ гравитации, где T - скаляр кручения, $f(G)$ гравитация, где G - инвариант Гаусса-Бонне и т.д. [1] - [3]. Ко второму типу относятся модели с материей и их модификации: квинтэссенция, фантомное поле, тахионное поле, k -эссенция и т.д.[4] - [7].Все эти модели могут по-разному описывать динамику нашей Вселенной, но выбор лучшей модели нам может показать только будущие данные наблюдений.

Динамические уравнения таких моделей являются нелинейными дифференциальными уравнениями более высокого порядка, получение их точных решений обычно является очень сложной задачей. Подход симметрии Нётер - один из способов решения таких динамических уравнений в космологии. Этот подход был рассмотрен в следующей работе [8]. Применение подхода симметрии Нётер в космологических моделях со скалярными полями рассматривается в [9] - [11]. Интересными работами являются космологические модели с фермионными полями, где также использовался этот подход [12, 13]. Недавно в статье [14] был использован подход симметрии Нётер в $f(T,B)$ телепараллельной космологии.

В этой работе мы рассмотрим космологическую модель однородной и изотропной Вселенной в телепараллельной гравитации $f(T,B)$ с фермионными полями, где фермионные поля неминимальны и связаны с гравитацией. Будет получено соответствующее уравнение поля для нашей модели. Для определения функции связи $F(\Psi)$, потенциала $V(\Psi)$ и функции $f(T,B)$ здесь мы применили подход симметрии Нётер. Наконец, мы получим точные решения для масштабного фактора $a(t)$, который описывает текущую динамику расширения Вселенной.

Действие и уравнения движения

Скаляр Риччи R и скаляр кручения T отличаются граничным членом B следующим образом:

$$R = -T + \frac{2}{e}\partial_{\mu}\left(eT^{\mu}\right) = -T - B, \tag{1}$$

здесь для простоты мы вводим $B = (2/e)\partial_{\mu}(eT^{\mu}) = \nabla_{\mu}T^{\mu}$. Действие фермионного поля, неминимально связанного со скаляром кручения T и граничным членом B

$$S = \int d^4xe\left\{F(\Psi)f(T,B) + \frac{i}{2}\left[\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\left(\overleftarrow{\partial_{\mu}} - \Omega_{\mu}\right)\psi - \bar{\psi}\left(\overrightarrow{\partial_{\mu}} + \Omega_{\mu}\right)\Gamma_{\mu}\psi\right] - V(\Psi)\right\}, \tag{2}$$

где $e = det(e^a_{\mu}) = \sqrt{-g}$, что e^a_{μ} - тетрадный (vierbein) базис, T - скаляр кручения , B - граничный член, ψ и $\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0$ обозначают спинорное поле и сопряженное с ним поле, а кинжал представляет комплексное сопряжение. $F(\Psi)$ и $V(\Psi)$ - общие функции, представляющие связь с гравитацией и потенциал самодействия фермионного поля соответственно. Мы предполагаем, что F и V зависят только от функций билинейных $\Psi = \bar{\psi}\psi$, $\Gamma^{\mu} = e^{\mu}_a\gamma^a$ являются обобщенными Матрицы Дирака-Паули, удовлетворяющие алгебре Клиффорда $\left\{\gamma^{\mu},\gamma^{\nu}\right\} = 2g^{\mu\nu}$, где фигурные скобки обозначают антикоммутационное соотношение, ковариантные производные e^a_{μ} имеют вид

$$D_{\mu}\psi = \partial_{\mu}\psi - \Omega_{\mu}\psi \tag{3}$$

и

$$D_{\mu}\bar{\psi} = \partial_{\mu}\bar{\psi} + \bar{\psi}\Omega_{\mu}. \tag{4}$$

Выше фермионная связность Ω_{μ} определяется формулой

$$\Omega_{\mu} = -\frac{1}{4}g_{\rho\sigma}\left[\Gamma^{\rho}_{\mu\delta} - e^{\rho}_{b}\partial_{\mu}e^{b}_{\delta}\right]\Gamma^{\sigma}\Gamma^{\delta}, \tag{5}$$

где $\Gamma^{\rho}_{\mu\delta}$ обозначает символы Кристоффеля. Мы рассмотрим здесь простейшую однородную и изотропную космологическую модель FRW, пространственно плоская метрика которой задается формулой

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{6}$$

где $a(t)$ - масштабный фактор Вселенной. Для этой метрики вирбейн выбран

$$(e^a_\mu) = diag(1,a,a,a),\ (e^\mu_a) = diag(1,1/a,1/a,1/a). \tag{7}$$

Матрицы Дирака искривленного пространства-времени Γ^μ имеют вид

$$\Gamma^0 = \gamma^0,\ \Gamma^j = a^{-1}\gamma^j,\ \Gamma^5 = -i\sqrt{-g}\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3 = \gamma^5,\ \Gamma_0 = \gamma^0,\ \Gamma_j = a\gamma^j (i = 1,2,3). \tag{8}$$

Отсюда получаем

$$\Omega_0 = 0,\ \Omega_j = \frac{1}{2}\dot{a}\gamma^j\gamma^0. \tag{9}$$

Наконец, отметим, что гамма-матрицы, которые мы записываем в базисе Дирака, имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}\quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}\quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \tag{10}$$

где $I = diag(1,1)$ и σ^k - матрицы Паули, имеющие следующий вид

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{11}$$

Фактически, выбирая подходящие множители Лагранжа и интегрируя по частям, чтобы исключить производные более высокого порядка, лагранжиан L становится каноническим. В физических единицах действие

$$S = \int d^4xe\left[Ff - \lambda_1\left(T + 6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) - \lambda_2\left(B + 6\frac{\ddot{a}}{a} + 12\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) + \frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) - V\right]. \tag{12}$$

Здесь были приняты определения скаляра кручения и граничного члена в метрике FRW, то есть

$$T = -6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\quad B = -6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) \tag{13}$$

Стоит подчеркнуть, что два множителя Лагранжа сопоставимы. Варьируя действие по отношению к T и B, получаем

$$\lambda_1 = F(\Psi)\frac{\partial f(T,B)}{\partial T} = Ff_T,\qquad \lambda_2 = F(\Psi)\frac{\partial f(T,B)}{\partial B} = Ff_B, \tag{14}$$

тогда указанное выше действие становится

$$\begin{aligned} S = \int d^4x[&Fa^3 f - Fa^3Tf_T - 6Fa\dot{a}^2 f_T - Fa^3Bf_B + 6\dot{F}a^2\dot{a}f_B + 6Fa^2\dot{a}\dot{T}f_{BT} + \\ &6Fa^2\dot{a}\dot{B}f_{BB} + a^3\left[\frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) - V\right]]. \end{aligned} \tag{15}$$

Точечный лагранжиан после интегрирования по частям принимает следующий вид

$$\begin{aligned} L \quad = \quad &Fa^3 f - Fa^3Tf_T - 6Fa\dot{a}^2 f_T - Fa^3Bf_B + 6\dot{F}a^2\dot{a}f_B + 6Fa^2\dot{a}\dot{T}f_{BT} + \\ &6Fa^2\dot{a}\dot{B}f_{BB} + \frac{i}{2}a^3\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) - a^3V. \end{aligned} \tag{16}$$

здесь из-за однородности и изотропности метрики предполагалось, что спинорное поле зависит только от времени, т.е. $\psi = \psi(t)$.

Уравнения Эйлера-Лагранжа:

$$\dot{T}\dot{B}f_{BTB}+\dot{B}\dot{T}f_{BBT}+\dot{T}^2 f_{BTT}+\dot{B}^2 f_{BBB}-2\frac{\dot{a}}{a}\left(\dot{T}f_{TT}+\dot{B}f_{TB}\right)+$$
$$\left(2\frac{\dot{F}}{F}\dot{T}+\ddot{T}\right)f_{BT}+\left(2\frac{\dot{F}}{F}\dot{B}+\ddot{B}\right)f_{BB}-\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2}+2\frac{\ddot{a}}{a}+2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{F}}{F}-\frac{1}{2}T\right)f_T+$$
$$\left(\frac{\ddot{F}}{F}+\frac{1}{2}B\right)f_B-\frac{1}{2}f-\frac{1}{2F}\left[\frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi}-\dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right)-V\right]=0, \qquad (17)(18)(19)$$
$$\dot{\psi}+\frac{3}{2}\frac{\dot{a}}{a}\psi+iV'\gamma^0\psi-ifF'\gamma^0\psi=0,$$
$$\dot{\bar{\psi}}+\frac{3}{2}\frac{\dot{a}}{a}\bar{\psi}-iV'\bar{\psi}\gamma^0-ifF'\bar{\psi}\gamma^0=0,$$
с энергетическим условием
$$E=\frac{\partial L}{\partial\dot{a}}\dot{a}+\frac{\partial L}{\partial\dot{T}}\dot{T}+\frac{\partial L}{\partial\dot{B}}\dot{B}+\frac{\partial L}{\partial\dot{\psi}}\dot{\psi}+\dot{\bar{\psi}}\frac{\partial L}{\partial\dot{\bar{\psi}}}-L=0, \qquad (20)$$
или
$$6\frac{\dot{a}}{a}\left(\dot{T}f_{BT}+\dot{B}f_{BB}\right)+\left(T-6\frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)f_T+\left(B+6\frac{\dot{F}}{F}\frac{\dot{a}}{a}\right)f_B-f+\frac{V}{F}=0. \qquad (21)$$

Подход семметрии Нетер

Подход к симметрии Нётер говорит нам, что производная Ли лагранжиана по заданному векторному полю bfX равна нулю, т.е.
$$XL = 0. \qquad (22)$$

Мы будем искать симметрии Нётер для нашей модели. Что касается компонентов спинора поле $\psi=(\psi_0,\psi_1,\psi_2,\psi_3)^T$ и присоединенное к нему $\bar{\psi}=(\psi_0{}^\dagger,\psi_1{}^\dagger,-\psi_2{}^\dagger,-\psi_3{}^\dagger)$, лагранжиан
$$L = Fa^3 f-Fa^3Tf_T-6Fa\dot{a}^2 f_T-Fa^3Bf_B+6\dot{F}a^2\dot{a}f_B+6Fa^2\dot{a}\dot{T}f_{BT}+$$
$$6Fa^2\dot{a}\dot{B}f_{BB}+\frac{i}{2}a^3\left(\bar{\psi}_i^\dagger\dot{\psi}_i-\dot{\psi}_i^\dagger\psi_i\right)-a^3V. \qquad (23)$$
Здесь векторное поле bfX можно записать как
$$X=\alpha\frac{\partial}{\partial a}+\beta\frac{\partial}{\partial T}+\gamma\frac{\partial}{\partial B}+\dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial\dot{a}}+\dot{\beta}\frac{\partial}{\partial\dot{T}}+\dot{\gamma}\frac{\partial}{\partial\dot{B}}+\sum_{i=0}^{3}\left(\eta_i\frac{\partial}{\partial\psi_i}+\dot{\eta}_i\frac{\partial}{\partial\dot{\psi}_i}+\chi_i\frac{\partial}{\partial\psi_i^\dagger}+\dot{\chi}_i\frac{\partial}{\partial\dot{\psi}_i^\dagger}\right), (24)$$
где

$$\dot{\alpha}=\frac{\partial\alpha}{\partial a}\dot{a}+\frac{\partial\alpha}{\partial T}\dot{T}+\frac{\partial\alpha}{\partial B}\dot{B}+\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i}\dot{\psi}_i+\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_i^{\dagger}}\dot{\psi}_i^{\dagger}\right),$$

$$\dot{\beta}=\frac{\partial\beta}{\partial a}\dot{a}+\frac{\partial\beta}{\partial T}\dot{T}+\frac{\partial\beta}{\partial B}\dot{B}+\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{\partial\beta}{\partial\psi_i}\dot{\psi}_i+\frac{\partial\beta}{\partial\psi_i^{\dagger}}\dot{\psi}_i^{\dagger}\right),$$

$$\dot{\gamma}=\frac{\partial\gamma}{\partial a}\dot{a}+\frac{\partial\gamma}{\partial T}\dot{T}+\frac{\partial\gamma}{\partial B}\dot{B}+\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\psi_i}\dot{\psi}_i+\frac{\partial\gamma}{\partial\psi_i^{\dagger}}\dot{\psi}_i^{\dagger}\right), \qquad (25)\text{-}(29)$$

$$\dot{\eta}_i=\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{\partial\eta_i}{\partial a}\dot{a}+\frac{\partial\eta_i}{\partial T}\dot{T}+\frac{\partial\eta_i}{\partial B}\dot{B}+\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial\eta_i}{\partial\psi_j}\dot{\psi}_j+\frac{\partial\eta_i}{\partial\psi_j^{\dagger}}\dot{\psi}_j^{\dagger}\right)\right),$$

$$\dot{\chi}_i=\sum_{i=0}^{3}\left(\frac{\partial\chi_i}{\partial a}\dot{a}+\frac{\partial\chi_i}{\partial T}\dot{T}+\frac{\partial\chi_i}{\partial B}\dot{B}+\sum_{j=0}^{3}\left(\frac{\partial\chi_i}{\partial\psi_j}\dot{\psi}_j+\frac{\partial\chi_i}{\partial\psi_j^{\dagger}}\dot{\psi}_j^{\dagger}\right)\right),$$

где $\alpha,\beta,\gamma,\eta_i$ и χ_i - неизвестные функции переменных a,T,B,ψ_i and $\psi_i^{\dagger}$.

В общем случае условие симметрии Нётер приводит к выражению второй степени по скоростям ($\dot{a}$, $\dot{T}$, $\dot{B}$, $\dot{\psi}_i$ и $\dot{\psi}_i^{\dagger}$) с коэффициентами, являющимися частными производными от α, β, γ, η_i и χ_i относительно переменных a, T, B, ψ_i and $\psi_i^{\dagger}$. Таким образом, результирующее выражение тождественно равны нулю тогда и только тогда, когда эти коэффициенты равны нулю. Это дает нам набор дифференциальных уравнений в частных производных для α, β, γ, η_i and χ_i. Для лагранжиана условие симметрии Нётер дает следующую систему уравнений в частных производных.

$$\begin{aligned}&\alpha f_T+2af_T\frac{\partial\alpha}{\partial a}+\beta af_{TT}-a^2f_{TB}\frac{\partial\beta}{\partial a}+\gamma af_{TB}-a^2f_{BB}\frac{\partial\gamma}{\partial a}\\&+af_T\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\eta_j\psi_j^{\dagger}+\chi_j\psi_j\right)-a^2f_B\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial a}\psi_j^{\dagger}+\frac{\partial\chi_j}{\partial a}\psi_j\right)=0,\end{aligned} \qquad (30)$$

$$6a^2Ff_{TB}\frac{\partial\alpha}{\partial T}=0,\quad 6a^2Ff_{BB}\frac{\partial\alpha}{\partial B}=0, \qquad (31)$$

$$6a^2F'f_B\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\psi_j}\psi_j^{\dagger}=0,\quad 6a^2F'f_B\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\psi_j^{\dagger}}\psi_j=0 \qquad (32)$$

$$\begin{aligned}&2\alpha f_{BT}-2f_T\frac{\partial\alpha}{\partial T}+af_{BT}\frac{\partial\alpha}{\partial a}+\beta af_{BTT}+af_{BT}\frac{\partial\beta}{\partial T}+\gamma af_{BTB}+af_{BB}\frac{\partial\gamma}{\partial T}\\&+af_{BT}\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\eta_j\psi_j^{\dagger}+\chi_j\psi_j\right)+af_B\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial T}\psi_j^{\dagger}+\frac{\partial\chi_j}{\partial T}\psi_j\right)=0,\end{aligned} \qquad (33)$$

$$
\begin{aligned}
&2\alpha f_{BB} - 2 f_T \frac{\partial\alpha}{\partial B} + af_{BB}\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \beta af_{BBT} + af_{BT}\frac{\partial\beta}{\partial B} + \gamma af_{BBB} + af_{BB}\frac{\partial\gamma}{\partial B} \\
&+ af_{BB}\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\eta_j\psi_j^{\dagger} + \chi_j\psi_j\right) + af_B\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial B}\psi_j^{\dagger} + \frac{\partial\chi_j}{\partial B}\psi_j\right) = 0,
\end{aligned} \tag{34}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(2\alpha f_B + af_B\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \beta af_{BT} + \gamma af_{BB}\right)F'\psi_j^{\dagger}\varepsilon_j + af_B F''\varepsilon_i\varepsilon_j\left(\eta_i\psi_i^{\dagger} + \chi_i\psi_i\right)\psi_j^{\dagger} \\
&+ \varepsilon_j\chi_j af_B F' + F\left(af_{BT}\frac{\partial\beta}{\partial\psi_j} + af_{BB}\frac{\partial\gamma}{\partial\psi_j} - 2 f_T\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j}\right) + af_B F'\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_i}\psi_j^{\dagger} + \frac{\partial\chi_j}{\partial\psi_i}\psi_j\right) = 0,
\end{aligned} \tag{35}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(2\alpha f_B + af_B\frac{\partial\alpha}{\partial a} + \beta af_{BT} + \gamma af_{BB}\right)F'\psi_j\varepsilon_j + af_B F''\varepsilon_i\varepsilon_j\psi_j\left(\eta_i\psi_i^{\dagger} + \chi_i\psi_i\right) \\
&+ \varepsilon_j\eta_j af_B F' + F\left(af_{BT}\frac{\partial\beta}{\partial\psi_j^{\dagger}} + af_{BB}\frac{\partial\gamma}{\partial\psi_j^{\dagger}} - 2 f_T\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^{\dagger}}\right) + af_B F'\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_i^{\dagger}}\psi_j^{\dagger} + \frac{\partial\chi_j}{\partial\psi_i^{\dagger}}\psi_j\right) = 0,
\end{aligned} \tag{36}
$$

$$
Ff_{BT}\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j} + f_B F'\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\partial T}\psi_j^{\dagger} = 0, \quad Ff_{BT}\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^{\dagger}} + f_B F'\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\partial T}\psi_j = 0, \tag{37}
$$

$$
Ff_{BB}\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j} + f_B F'\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\partial B}\psi_j^{\dagger} = 0, \quad Ff_{BB}\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^{\dagger}} + f_B F'\varepsilon_j\frac{\partial\alpha}{\partial B}\psi_j = 0, \tag{38}
$$

$$
f_{BT}\frac{\partial\alpha}{\partial B} + f_{BB}\frac{\partial\alpha}{\partial T} = 0, \tag{39}
$$

$$
\varepsilon_j\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j}\psi_i + \frac{\partial\alpha}{\partial\psi_j^{\dagger}}\psi_i^{\dagger}\right) = 0, \tag{40}
$$

$$
\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial a}\psi_j^{\dagger} - \frac{\partial\chi_j}{\partial a}\psi_j\right) = 0, \tag{41}
$$

$$
\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial T}\psi_j^{\dagger} - \frac{\partial\chi_j}{\partial T}\psi_j\right) = 0, \tag{42}
$$

$$
\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial B}\psi_j^{\dagger} - \frac{\partial\chi_j}{\partial B}\psi_j\right) = 0, \tag{43}
$$

$$\dot{\psi}_j : 3\alpha\psi_j^{\dagger}\varepsilon_j + a\chi_j\varepsilon_j + a\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_i}\psi_j^{\dagger} - \frac{\partial\chi_j}{\partial\psi_i}\psi_j\right) = 0, \quad (44)$$

$$3\alpha\psi_j\varepsilon_j + a\eta_j\varepsilon_j - a\varepsilon_j\left(\frac{\partial\eta_j}{\partial\psi_i^{\dagger}}\psi_j^{\dagger} - \frac{\partial\chi_j}{\partial\psi_i^{\dagger}}\psi_j\right) = 0, \quad (45)$$

$$(f - Tf_T - Bf_B)\left[3\alpha + a\frac{F'}{F}\varepsilon_j\left(\eta_j\psi_j^{\dagger} + \chi_j\psi_j\right)\right] - \beta a\left(Tf_{TT} + Bf_{BT}\right) - \gamma a\left(Tf_{TB} + Bf_{BB}\right) = 0, \quad (46)$$

$$3\alpha V + aV'\sum_{j=0}^{3}\varepsilon_j\left(\eta_j\psi_j^{\dagger} + \chi_j\psi_j\right) = 0. \quad (47)$$

где $\varepsilon_j = 1$, if $i = 0,1$ и $\varepsilon_j = -1$, если $i = 2,3$. Эта система получается путем наложения того факта, что коэффициенты $\dot{a}^2$, $\dot{T}^2$, $\dot{B}^2$, $\dot{\psi}_i^{\,2}$, $\left(\dot{\psi}_i^{\dagger}\right)^2$, $\dot{a}\dot{T}$, $\dot{a}\dot{B}$, $\dot{a}\dot{\psi}_i$, $\dot{a}\dot{\psi}_i^{\dagger}$, $\dot{T}\dot{B}$, $\dot{T}\dot{\psi}_i$, $\dot{T}\dot{\psi}_i^{\dagger}$, $\dot{B}\dot{\psi}_i$, $\dot{B}\dot{\psi}_i^{\dagger}$, $\dot{\psi}_i\dot{\psi}_j^{\dagger}$, $\dot{a}$, $\dot{T}$, $\dot{B}$, $\dot{\psi}_i$ и $\dot{\psi}_i^{\dagger}$ исчезают.

После некоторых математических расчетов мы получили частные решения для генераторов поля α, β, γ, η_j и χ_j в виде

$$\begin{aligned}
&\alpha(a) = \alpha_0 a^n,\\
&\beta(a,T) = 2\alpha_0(n-1)a^{n-1}T,\\
&\gamma(a,B) = 2\alpha_0(n-1)a^{n-1}B, \qquad (48)\text{-}(52)\\
&\eta_j(a,\psi_j) = -\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{n-1} + \varepsilon_j\eta_0\right)\psi_j,\\
&\chi_j(a,\psi_j^{\dagger}) = -\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{n-1} - \varepsilon_j\eta_0\right)\psi_j^{\dagger}.
\end{aligned}$$

Здесь α_0, η_0 и n - некоторые константы $(n \neq 1)$. Также получены частные решения для функции связи $F(\Psi)$, потенциала $V(\Psi)$ и $f(T,B)$ в виде

$$\begin{aligned}
&F(\Psi) = F_0\Psi^{\frac{m}{3}},\\
&V(\Psi) = V_0\Psi, \qquad (53)(54)(55)\\
&f(T,B) = C_0 T^{\frac{1}{2}\frac{m-2}{n-1}} + \frac{m(n-1)}{m-2n-1}T + B,
\end{aligned}$$

где C_0, F_0, V_0 и m - константы. В следующем разделе мы подставим эти решения (53)-(55) в уравнения движения (17)-(19) и (21).

Точные космологические решения

В этом разделе мы пытаемся аналитически интегрировать динамическую систему, заданную формулами (17)-(19) и (21). Поскольку функции связи и потенциальные функции зависят от билинейной функции Ψ, используя уравнения Дирака (18) and (19), получаем

$$\dot{\Psi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\Psi = 0, \quad (56)$$

и интеграция дает

$$\Psi = \frac{\Psi_0}{a^3}, \tag{57}$$

где Ψ_0 - постоянная интегрирования. Отметим, что, поскольку уравнения поля могут быть напрямую интегрируемы, нет необходимости вычислять константы движения, связанные с симметрией Нётер. Кроме того, постоянные движения не накладывают никаких новых ограничений на уравнения поля. Если мы подставим решения (53)-(55) в уравнения движения (17) и (21), мы получим

$$\mu\dot{a}(t)^2 + \nu a(t)^{m-1} \quad = \quad 0. \tag{58}$$

здесь μ, ν являются некоторыми константами и мы получим

$$\mu = -6\left[\frac{(m-n-1)C_0}{n-1} + \frac{m(n-1)}{m-2n-1} + m\right],$$

$$\nu = \frac{V_0 \Psi_0^{1-\frac{m}{3}}}{F_0}. \tag{59)(60}$$

Затем находим общее решение уравнения (58) как

$$a(t) = 4^{\frac{1}{m-3}}\left(-\frac{\mu}{(m-3)^2(t+C_1)^2\nu}\right)^{\frac{1}{m-3}}. \tag{61}$$

где C_1 является константой интегрирования.

Параметр Хаббла

$$H(t) = \frac{6-2m}{(m-3)^2(t-C_1)}. \tag{62}$$

Определение плотности энергии и давления

$$\rho = \frac{12}{(m-3)^2(t-C_1)^2}, \tag{63}$$

$$p = -\frac{4m}{(m-3)^2(t-C_1)^2}. \tag{64}$$

Уравнение состояния ω можно записать как

$$\omega = \frac{p}{\rho} = -\frac{1}{3}m, \tag{65}$$

А параметр замедления q определяется как:

$$q = -\frac{\ddot{a}(t)a(t)}{\dot{a}(t)} = -\frac{1}{2}(m-1). \tag{66}$$

В случае, когда $m = -1$, получаем $\omega = 1/3$, то есть преобладает излучение. Если $m = 0$, то $\omega = 0$, т.е. это фермионное поле ведет себя как стандартная материя. Случай $m > 4$ у нас $\omega < -1$ соответствует фазе фантома, в интервале $1 < m < 3$ параметр состояния $-1 < \omega < -1/3$ описывается квинтэссенцией фаза. Наконец, когда $m = 3$, мы имеем $\omega = -1$, что соответствует модели космологической постоянной. Таким образом, эти результаты могут быть применены для описания динамики Вселенной, они хорошо согласуются с известными наблюдательными данными в настоящее время.

Заключения

Таким образом, в данной работе мы рассмотрели однородную и изотропную Вселенную с фермионным полем в $f(T,B)$ телепараллельной гравитации, где фермионное поле неминимально связано с гравитацией. Получены соответствующие уравнения движения, которые являются нелинейными дифференциальные уравнения с частными производными.Для решения этих уравнений мы применили подход симметрии Нётер. Используя этот подход, мы получили частные решения для связи $F(\Psi)$, потенциала $V(\Psi)$ и $f(T,B)$ functions. Подставив решения (53)-(55) в уравнение (21), мы получили уравнение, зависящее от одной переменной $a(t)$. Интегрирование этого уравнения дает (61). Мы также нашли такие космологические параметры, как: параметр Хаббла $H(t)$, плотность энергии ρ и давление p поле фермионов, параметр уравнения состояния ω и параметр торможения q. Установлено, что эти параметры могут описывать va периодические фазы эволюции расширения Вселенной от радиоактивных к поздним временам.

Список литературы

1. Buchdahl H.A. 1970 *MNRAS*. **150** 1-8
2. Yi-Fu Cai et al. 2016 *Rep. Prog. Phys*. **79** 106901
3. Nojiri S., Odintsov S.D., Sasaki M. 2005 *Phys. Rev. D*. **71**, 123509
4. Ratra B., Peebles P.J.E. 1988 *Phys. Rev. D*. **37**, 3406-3427
5. Caldwell R.R. 2002 *Phys. Lett. B*. **545** 23-29
6. de Souza R.C., Kremer G.M. 2009 *Class. Quant. Grav*. **26** 135008
7. Armend?riz-Pic?n C.,Damour T.,Mukhanov V. 1999 *Phys. Letter. B*. **458** 209-218
8. Capozziello S. et al 2007 *Class. Quantum Grav*. **24** 2153
9. Casta?os O., L?pez-Pe?a R., Man'ko V. I. 1994. *MPLA*. **09** 1785-1790
10. Modak B., Kamilya S.,Biswas S. 2000 *Gen. Relativ. Grav*. **32** 1615–1626
11. Sanyal A. K., Modak B. 2001. *Class. Quant. Grav*. **18** 3767
12. de Souza R.C., Kremer G.M. 2008 *Class. Quant. Grav*. **25** 225006
13. Kucukakca Y. 2014 *EPJ C*. **74** 3086
14. Bahamonde S., Capozziello S. 2017 *EPJ C*. **77** 107

КОСМОЛОГИЯНЫҢ ҚАЗІРГІ МӘСЕЛЕЛЕРІ / СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ КОСМОЛОГИИ

М.М. Нұрмұхамбетова[1], А. Акенев[2]

магистрант 1-курса ВКУ им. С.Аманжолова,Казахстан

аспирант СФУ, Красноярск,Россия

Научные руководители –Иманжанова К.Т., Квеглис Л.И.

Усть-Каменогорк, Казахстан,Красноярск,Россия

ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ СВЕТА И ЭЛЕКТРОНОВ

Аннотация: Данная методическая разработка посвящена представлению дифракционных эффектов света и электронов на практических занятиях по физике. Рассмотрено несколько различных случаев прохождения световых и электронных волн через дифракционные решетки.

Ключевые слова: дифракция волн, дифракция света, кольца Ньютона, просвечивающий электронный микроскоп (ПЭМ), фокальная плоскость, дифракционная решетка.

<u>Введение</u>. **Дифракция света** – это явление отклонения света от прямолинейного направления его распространения во время прохождения рядом с препятствиями. Дифракция света происходит при прохождении световой волны через маленькое отверстие на границе