

ISSN 2616-7182  
eISSN 2663-1326

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
**ХАБАРШЫСЫ**

---

---

**BULLETIN**  
of L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**  
Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА** сериясы

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS** Series

Серия **МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

№3(144)/2023

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

**Астана, 2023**  
**Astana, 2023**

## БАС РЕДАКТОРЫ

*Темірғалиев Н., ф.-м.ғ.д., проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

*Бас редактордың орынбасары*

**Жұбанышева А.Ж.**

*PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

*Бас редактордың орынбасары*

**Наурызбаев Н.Ж.**

*PhD, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

### *Редакция алқасы*

**Абакумов Е.В.**

*PhD, проф., Париж-Эст университеті, Марн-Ла-Вале, Париж, Франция*

**Алексеева Л.А.**

*ф.-м.ғ.д., проф., ҚР БжҒМ Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан*

**Алимхан Қилан**

*PhD, проф., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

**Балтаева У.**

*ф.-м.ғ.д., Мамун Хорезм академиясы, Хорезм, Өзбекстан*

**Бекенов М.И.**

*ф.-м.ғ.к., доцент, Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

**Гогинава У.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Ив. Джавахишвили Тбилиси мемлекеттік университеті, Тбилиси, Грузия*

**Голубов Б.И.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Мәскеу физика-техника институты (мемлекеттік университет) Долгопрудный, Ресей*

**Зунг Динь**

*ф.-м.ғ.д., проф., Информатикалық технологиялар институты, Вьетнам ұлттық университеті, Ханой, Вьетнам*

**Иванов В.И.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Тула мемлекеттік университеті, Тула, Ресей*

**Иосевич А.**

*PhD, проф., Рочестер университеті, Нью-Йорк, АҚШ*

**Кобельков Г.М.**

*ф.-м.ғ.д., проф., М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей*

**Курина Г.А.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Воронеж мемлекеттік университеті, Воронеж, Ресей*

**Марков В.В.**

*ф.-м.ғ.д., проф., РҒА В.А. Стеклов атындағы Мәскеу мемлекеттік институты, Мәскеу, Ресей*

**Мейрманов А.М.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Байланыс және информатика Мәскеу техникалық университеті, Мәскеу, Ресей*

**Омарбекова А.С.**

*т.ғ.к., Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ, Астана, Қазақстан*

**Смелянский Р.Л.**

*ф.-м.ғ.д., проф., М.В. Ломоносов атындағы Мәскеу мемлекеттік университеті, Мәскеу, Ресей*

**Умирбаев У.У.**

*ф.-м.ғ.д., проф., Уейна мемлекеттік университеті, Детройт, АҚШ*

**Холщевникова Н.Н.**

*ф.-м.ғ.д., проф., "Станкин" Мәскеу мемлекеттік техникалық университеті, Мәскеу, Ресей*

**Шмайссер Ханс-Юрген**

*Хабилит. докторы, проф., Фридрих-Шиллер университеті, Йена, Германия*

*Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сәтпаев к-сі, 2, 402 бөлме.*

*Тел: +7 (7172) 709-500 (ішкі 31-410). E-mail: vest\_math@enu.kz*

*Жауапты редактор: А.Ж. Жұбанышева*

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.**

**МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР. МЕХАНИКА сериясы**

Меншіктенуші: Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.

Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасы Ақпарат және қоғамдық даму министрлігімен тіркелген. 02.02.2021 ж.

№ KZ65VPY00031936 қайта есепке қою туралы куәлігі.

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,

тел: +7 (7172)709-500 (ішкі 31-410).

## EDITOR-IN-CHIEF

**Nurlan Temirgaliyev**

*Prof., Doctor of Phys.-Math. Sciences, L.N.Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

*Deputy Editor-in-Chief*

**Aksaule Zhubanysheva**

*PhD, L.N.Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

*Deputy Editor-in-Chief*

**Nurlan Nauryzbayev**

*PhD, L.N.Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

### *Editorial board:*

**Evgueni Abakumov**

*PhD, Prof., University Paris-Est, Marne-la-Vallee  
Paris, France*

**Lyudmila Alexeyeva**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Institute of Mathematics and Mathematical Modeling Ministry of Education  
and Science Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*

**Alexander Iosevich**

*PhD, Prof., University of Rochester, New York, USA*

**Alimhan Keylan**

*PhD, Prof., L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

**Umida Baltaeva**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Khorezm Mamun Academy, Khorezm,  
Uzbekistan*

**Makhsut Bekenov**

*Candidate of Phys.-Math. Sci., Assoc.Prof.  
L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

**Ushangi Goginava**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof.  
Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia*

**Boris Golubov**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow Institute of Physics and  
Technology (State University)  
Dolgoprudnyi, Russia*

**Dũng Dinh**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Information Technology Institute,  
Vietnam National University, Hanoi, Vietnam*

**Valerii Ivanov**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Tula State University, Tula, Russia*

**Georgii Kobel'kov**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Lomonosov Moscow State University,  
Moscow, Russia*

**Galina Kurina**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Voronezh State University, Voronezh,  
Russia*

**Vladimir Markov**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Steklov Mathematical  
Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

**Anvarbek Meirmanov**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow Technical University of Com-  
munications and Informatics, Moscow, Russia*

**Asel Omarbekova**

*Cand. of Tech. Sci., L.N. Gumilyov ENU, Astana, Kazakhstan*

**Ruslan Smelyansky**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Lomonosov Moscow State University,  
Moscow, Russia*

**Ualbay Umirbaev**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof.,  
Wayne State University, Detroit, USA*

**Natalya Kholshchevnikova**

*Doctor of Phys.-Math. Sci., Prof., Moscow State  
Technological University "Stankin", Moscow, Russia*

**Hans-Juergen Schmeisser**

*Dr. habil., Prof., Friedrich-Shiller University  
Jena, Germany*

*Editorial address: 2, Satpayev str., of. 402, Astana, Kazakhstan, 010008.*

*Tel.: +7 (7172) 709-500 (ext. 31-410). E-mail: vest\_math@enu.kz*

*Responsible Editor-in-Chief: Aksaule Zhubanysheva*

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.**

**MATHEMATICS. COMPUTER SCIENCE. MECHANICS Series**

Owner: L.N. Gumilyov Eurasian National University. Periodicity: 4 times a year.

Registered by the Ministry of Information and Social Development of the Republic of Kazakhstan. Rediscount certificate № KZ65VPY00031936 dated 02.02.2021.

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008; tel: +7 (7172) 709-500 (ext.31-410).

© L.N. Gumilyov Eurasian National University

## ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

**Темиргалиев Н.**, д.ф.-м.н., проф., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Зам. главного редактора

**Жубанышева А.Ж.**

PhD, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Зам. главного редактора

**Наурызбаев Н.Ж.**

PhD, ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

### Редакционная коллегия

**Абакумов Е.В.**

PhD, проф., Университет Париж-Эст, Марн-Ла-Вале, Париж, Франция

**Алексеева Л.А.**

д.ф.-м.н., проф., Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

**Алимхан Килян**

PhD, проф., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

**Балтаева У.**

д.ф.-м.н., Хорезмская академия Маъмуна, Хорезм, Узбекистан

**Гогинава У.**

д.ф.-м.н., проф., Тбилисский государственный университет имени Ив. Джавахишвили, Тбилиси, Грузия

**Голубов Б.И.**

д.ф.-м.н., проф., Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия

**Зунг Динь**

д.ф.-м.н., проф., Институт информационных технологий, Вьетнамский национальный университет, Ханой, Вьетнам

**Иванов В.И.**

д.ф.-м.н., проф., Тульский государственный университет, Тула, Россия

**Иосевич А.**

PhD, проф., Рочестерский университет, Нью-Йорк, США

**Кобельков Г.М.**

д.ф.-м.н., проф., МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Курина Г.А.**

д.ф.-м.н., проф., Воронежский государственный университет, Воронеж, Россия

**Марков В.В.**

д.ф.-м.н., проф., Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия

**Мейрманов А.М.**

д.ф.-м.н., проф., Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

**Омарбекова А.С.**

к.т.н., ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

**Смелянский Р.Л.**

д.ф.-м.н., проф., МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**Умирбаев У.У.**

д.ф.-м.н., проф., Государственный университет Уейна, Детройт, США

**Холщевникова Н.Н.**

д.ф.-м.н., проф., Московский государственный технологический университет "Станкин", Москва, Россия

**Шмайссер Ханс-Юрген**

Хабилит. доктор, проф., Университет Фридрих-Шиллера, Йена, Германия

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 402

Тел: +7 (7172) 709-500 (вн. 31-410). E-mail: [vest\\_math@enu.kz](mailto:vest_math@enu.kz)

Ответственный редактор: А.Ж. Жубанышева

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**

**Серия МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ. МЕХАНИКА**

Собственник: Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.

Периодичность: 4 раза в год.

Зарегистрировано Министерством информации и общественного развития Республики Казахстан.

Свидетельство о постановке на переучет № KZ65VPY00031936 от 02.02.2021 г.

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажымукана, 12/1, тел.: +7 (7172)709-500 (вн.31-410).

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.  
Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы, №3(144)/2023

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.  
Mathematics. Computer science. Mechanics series, №3(144)/2023

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева.  
Серия Математика. Компьютерные науки. Механика, №3(144)/2023

МАЗМҰНЫ  
CONTENTS  
СОДЕРЖАНИЕ

- Мейрманов А.М.* Су суспензиясындағы май тамшылары динамикасы  
*Meirmanov A.* Dynamics of an oil drop in an aqueous suspension  
*Мейрманов А.М.* Динамика капли нефти в водной суспензии 6
- Украинец В.Н., Гирнис С.Р., Горшкова Л.В., Жуkenova Г.А.* Таяз төсеу тоннеліне қалыпты және жанама көлік жүктемелерінің әсері  
*Ukrainets V.N., Girnis S.R., Gorshkova L.V., Zhukenova G.A.* The impact of normal and tangential loads on a shallow tunnel  
*Украинец В.Н., Гирнис С.Р., Горшкова Л.В., Жуkenova Г.А.* Действие 12  
нормальной и касательной транспортных нагрузок на тоннель мелкого заложения
- Қызырқанов А.Е., Атанов С.К., Альджаварнех Ш.А., Турсынова Н.А., Сейтбатталов Ж.Е.* Автономды мобильді роботтар тобын басқару алгоритмі  
*Kuzyrkanov A.E., Atanov S.K., Aljawarneh Sh.A., Tursynova N.A., Seitbat-  
talov Zh.E.* The algorithm of the formation control of a swarm of autonomous mobile  
robots  
*Қызырқанов А.Е., Атанов С.К., Альджаварнех Ш.А., Турсынова Н.А., 23  
Сейтбатталов Ж.Е.* Алгоритм управления формированием роя автономных  
мобильных роботов
- Арыстанғалиқызы А.* Дәл емес ақпарат бойынша Пуассон теңдеуінің шешімдерін  
дискретизациялау  
*Arystangalikyzy A.* Discretization of solutions of Poisson equation by inaccurate infor-  
mation  
*Арыстанғалиқызы А.* Дискретизация решений уравнений Пуассона по неточной 39  
информации

**МРНТИ: 28.23.27**

А.Е. Кызырканов<sup>1,2</sup>, С.К. Атанов<sup>1</sup>, Ш.А. Альджаварнех<sup>3</sup>, Н.А. Турсынова<sup>1</sup>,  
Ж.Е. Сейтбатталов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, Астана, 020000, Казахстан*

<sup>2</sup> *Астана ИТ Университет, пр. Мангилик Ел, 55/11, Астана, 010000, Казахстан*

<sup>3</sup> *Иорданский университет науки и технологии, P.O.Box 3030, Ирбид, 22110, Иордания (E-mail: abzzall@gmail.com, atanov5@mail.ru, saaljawarneh@just.edu.jo, ntursynova000@gmail.com, sbtl.jeks@gmail.com)*

**Алгоритм управления формированием роя автономных мобильных роботов**

**Аннотация:** Одной из важнейших проблем роевой робототехники является координация движения. Здесь необходимо одновременно найти решение нескольких проблем, таких как избежание столкновений друг с другом или с препятствиями, нахождение оптимального пути достижения цели и т.п. Одним из наиболее распространенных методов решения таких проблем является движение с сохранением определенной геометрической структуры (управление формированием). При правильном управлении формированием можно получить множество преимуществ, например, сокращение стоимости системы, увеличение надежности и эффективности системы, обеспечив при этом способность к реконфигурации и гибкость структуры системы.

В данной статье предоставлен алгоритм управления формированием роя автономных мобильных роботов. Также в рамках данной работы с помощью программного продукта, написанного на языке Python, смоделировано движение роя с девятью автономными роботами. Предоставлены результаты экспериментального исследования движения роя роботов с использованием алгоритма, описанного в статье.

**Ключевые слова:** робототехника, движение строем, групповая робототехника, групповое управление, децентрализованное управление, управление движением, алгоритмы управления, лидер-последователь, виртуальный лидер

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2023/3.3>

**2000 Mathematics Subject Classification: 93A16**

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время робототехника сильно развивается. Использование роботов особенно актуальны в тех сферах жизни, где деятельность людей либо затруднена, либо невозможна вообще, например, в боевых условиях, исследованиях на дне океанов или в космосе.

В ходе развития робототехники было предложено много различных подходов для оптимизации действий роботов и решения специфических проблем робототехники, таких как создание навигационной системы для внутренних помещений [1], автоматическое управление автомобилем [2], подходы к обеспечению соединения [3, 4], разработка облегченных алгоритмов шифрования для решения проблемы нехватки ресурсов на IoT-устройствах [5] и так далее. Одним из таких подходов является использование нескольких простых роботов для одной задачи. Этот подход называется групповой робототехникой.

Групповая робототехника основывается на социальных животных, таких как, например, пчелы и муравьи. Здесь могут использоваться не только роботы обычного размера, но и нанороботы, сопоставимые по размеру с молекулами с размерами меньше одного нанометра. Этот способ может давать очень большой эффект, упрощая процесс

разработки и позволяя роботам решать проблемы, которые они не могли бы решать в одиночку. Теоретические проблемы возникают главным образом в связи с тем, что агенты должны координироваться и контролироваться для достижения своей цели совместно, без централизованного координатора, в то время как они имеют ограниченные возможности в области зондирования и вычислений. Идея решения сложных проблем с помощью нескольких сравнительно простых систем – роботов или агентов – давно находится в центре внимания исследователей. Первые результаты в виде реальных проектов в области групповой робототехники появились около тридцати лет назад [6]. В настоящее же время к примерам применения групповой робототехники относятся, например, мобильные роботы, беспилотные летательные аппараты, спутники, сети датчиков, электросети и т.д.

В последнее время большинство исследований сконцентрированы на роевой робототехнике – в простейшем типе групповой робототехники, которая ориентирована на группу или несколько групп однородных роботов, разработанных для решения одной задачи. Более того, если речь идет о большом количестве роботов, то задачи организации взаимодействия этих роботов так или иначе сводятся к задачам организации взаимодействия однородных роботов, так как создание большого количества разновидностей роботов для единственной задачи не имеет смысла.

Возможность и эффективность роя роботов во многом зависят от деятельности отдельного робота и координации этих роботов. В практике, чтобы скоординировать движение роботов в системе, используется метод управления формированием. Управление формированием – это метод управления, при котором группа роботов строит и поддерживает определенную геометрическую структуру. Здесь роботы могут двигаться не сталкиваясь, одновременно сохраняя дистанцию между собой, и таким образом улучшая производительность всей системы.

Если правильно управлять формированием, можно получить множество преимуществ, например, сократить стоимость системы, увеличить надежность и эффективность системы, обеспечив при этом способность к реконфигурации и гибкость структуры системы.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основной целью данного исследования является разработка комплексного алгоритма для координации и управления движением роя интеллектуальных мобильных роботов с сохранением желаемой геометрической формы. Для достижения этой цели поставлены следующие задачи:

- Разработка метода "лидер-последователь" с использованием виртуального лидера для обеспечения сохранения желаемой формации.
- Разработка подхода на основе поведения для управления движением роевой роботизированной системы и разработка уравнений для определения скоростей соответствующих моделей поведения.
- Проведение экспериментальных исследований для оценки эффективности предложенного алгоритма путем моделирования движения роя автономных мобильных роботов.

**Алгоритм, основанный на модели поведения.** Основная идея алгоритма, основанного на модели поведения, заключается в том, что роботы двигаются в зависимости от нескольких требуемых моделей. Здесь требуемыми моделями поведения роботов могут быть [7]:

- избежание столкновения между собой (коллизия);
- избежание столкновения с преградой;
- поиск и/или достижение цели.

Основным преимуществом данного подхода является то, что здесь решаются вопросы не только перемещения, можно также одновременно решать и другие вопросы, достаточно добавить модель поведения для каждой проблемы. Например, в нашем случае можно

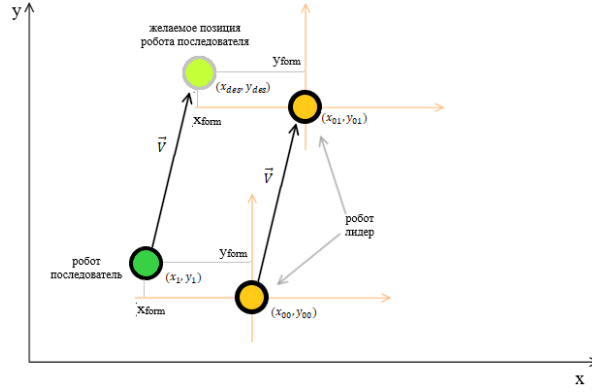


Рисунок 1 – Представление робота лидера и робота последователя как материальных точек

добавить модель поведения “последовать за виртуальным лидером”. Классический вид алгоритма, основанного на модели поведения, можно описать по формуле:

$$\vec{V} = \sum_{b \in B} w_b * \vec{V}_b \quad (1)$$

здесь  $\vec{V}$  – вектор движения робота в определенный момент времени,  $B$  – набор требуемых моделей поведения,  $\vec{V}_b$  – вектор движения для поддержки модели поведения  $b$ ,  $w_b$  – вес модели поведения  $b$ . В этой формуле значения  $\vec{V}_b$  зависят от текущего состояния робота и вычисляются с помощью данных, полученных от датчика, а  $w_b$  – настраиваемый параметр, который соответствует относительной важности этой модели поведения. Например, если робот очень близок к преграде, то поведение «избегание столкновения с преградой» имеет больше веса, чем если преграда на большом расстоянии, при этом если робот не видит преграду, то эта модель поведения в данном промежутке времени не учитывается.

**Метод “Лидер-последователь”.** Основная идея метода “Лидер последователь” заключается в том, что робот-лидер двигается по определенному заранее маршруту, а роботы-последователи стараются сохранить дистанцию. Математическую основу данного алгоритма составляет расчет вектора движения роботов последователей [11]. Представляя роботов как материальные точки в плоскости и зная координаты каждой точки, можно назначать относительные координаты рядовых роботов в отношении лидера  $(x_{form}, y_{form})$  и стараться удерживать ее во время движения (Рисунок 1). Скорость движения лидера можно рассчитать по формуле:

$$\vec{V}_l = (x_{00} - x_{01}, y_{00} - y_{01}) \quad (2)$$

где  $(x_{00}, y_{00})$  и  $(x_{01}, y_{01})$  координаты начальной и конечной точек в единичном временном отрезке. А желаемая позиция, к которому стремится робот:

$$x_{des} = x_L + x_{form} \quad (3)$$

$$y_{des} = y_L + y_{form} \quad (4)$$

Сравнивая расстояния в начале и в конце временного отрезка, можно формировать команду на выполнение движений роботов последователей.

Однако у данного метода есть один большой недостаток: если робот лидер выходит из строя, то вся система перестает работать. Для решения проблемы можно назначать виртуального лидера и поддерживать расстояние относительно этого лидера [12]. Координаты виртуального лидера можно определить как центр в геометрической фигуре.



## ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Для геометрической структуры определяется позиция виртуального лидера и для каждого робота определяются координаты, относительные данного лидера. Роботы начинают двигаться, обновляя свой вектор движения с некоторой частотой.

В каждый промежуток времени сначала определяются координаты лидера, потом рассчитывается вектор движения для каждой требуемой модели поведения и, подставляя значения этих векторов в формулу (1), рассчитывают итоговый вектор движения для каждого робота. В нашем случае роботы соблюдают два типа поведения: движение к цели и поддержание рядности.

Координаты виртуального лидера рассчитываются по формуле:

$$x_l = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_{iform}) \quad (5)$$

$$y_l = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{iform}) \quad (6)$$

Здесь  $N$  количество роботов,  $(x_i, y_i)$  – координаты  $i$ -го робота,  $(x_{iform}, y_{iform})$  – координаты  $i$ -го робота относительно виртуального лидера. Если учитывать, что виртуальный лидер расположен в центре геометрической фигуры, по этим формулам можно увидеть, что координаты виртуального лидера можно было определить как арифметическую среднюю координат роботов в рое, но вычитание  $x_{iform}$  и  $y_{iform}$  нужно для того, чтобы поддерживать строй при сбое некоторых роботов.

Далее рассчитывается вектор движения для каждой требуемой модели поведения. В нашем случае роботы соблюдают два типа поведения: движение к цели и поддержание рядности.

Для движения к цели вектор движения рассчитывается по формуле:

$$\vec{V}_{\text{движение к цели}} = \begin{cases} \frac{1}{d} * \begin{pmatrix} x_g - x_L \\ y_g - y_L \end{pmatrix}, & \text{если } d > b \\ \frac{b}{d} * \begin{pmatrix} x_g - x_L \\ y_g - y_L \end{pmatrix}, & \text{иначе} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $(x_L, y_L)$  – координаты виртуального лидера,  $(x_g, y_g)$  – координаты цели,  $b$  – длина шага движения робота, а  $d$  – расстояние между роботом и цели, который рассчитывается по формуле:

$$d = \sqrt{(x_L - x_g)^2 + (y_L - y_g)^2} \quad (8)$$

Для поддержания геометрической структуры для каждого робота вектор движения рассчитывается по формуле:

$$\vec{V}_{\text{сохранение формирования}} = \begin{cases} \frac{1}{d} * \begin{pmatrix} x_{des} - x \\ y_{des} - y \end{pmatrix}, & \text{если} \\ \frac{b}{d} * \begin{pmatrix} x_{des} - x \\ y_{des} - y \end{pmatrix}, & \text{иначе} \end{cases} \quad (9)$$

Здесь  $(x, y)$  – координаты робота в текущий момент времени,  $b$  – длина шага движения робота,  $(x_{des}, y_{des})$  – желаемая позиция робота, который рассчитывается по формуле (3) и (4).

В обоих случаях значение длины шага  $b$  должно быть меньше, чем  $\frac{1}{w}$  чтобы роботы не перепрыгнули целевую позицию.

Используя эти две скорости, вычисляют скорость каждого робота по формуле:

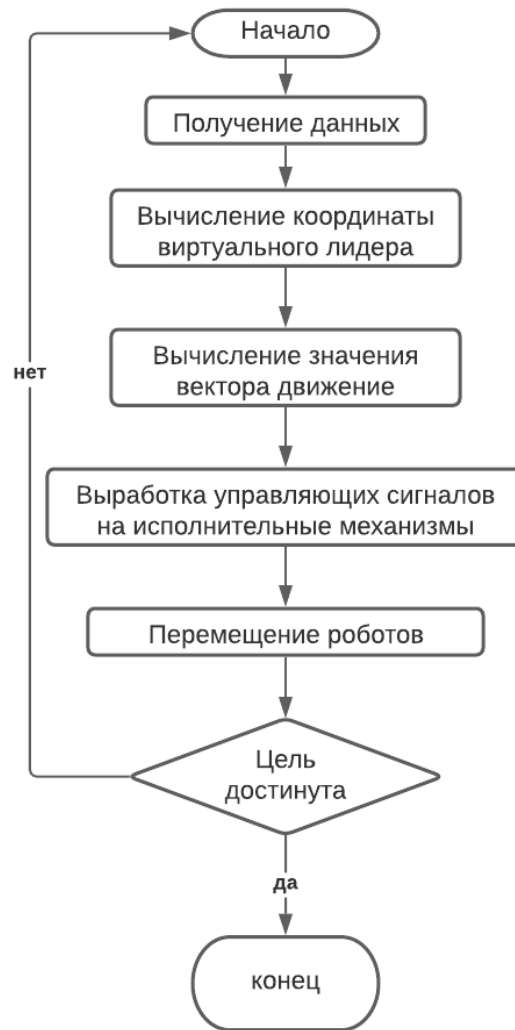


Рисунок 2 – Алгоритм координации и контроля движения

$$\vec{V} = w_1 * \vec{V}_{\text{сохранение формирования}} + w_2 * \vec{V}_{\text{движение к цели}} \quad (10)$$

Здесь  $w_1$  – вес скорости сохранения строя,  $w_2$  – вес скорости движения к цели. Блок схема полного алгоритма представлена в рисунке 2.

## ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для исследования описанного в данной статье алгоритма были произведены эксперименты с роем, состоящим из девяти роботов. Движение роя было симулировано на программе, разработанной на языке Python. Для визуализации использовалась библиотека Pygame.

Расположение роботов в геометрической форме и координаты роботов относительно виртуального лидера показаны на рисунке 3.

Работу программы можно увидеть на рисунках 4, 5 и 6. В симуляторе роботы отмечены фиолетовыми кружочками. Красным отмечена цель, а звездочкой отмечен виртуальный лидер.

Начальное расположение роя и координаты роботов можно увидеть на рисунке 4.

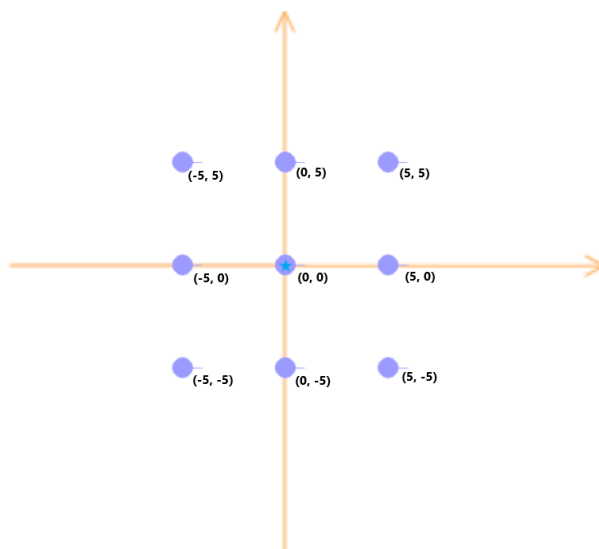


Рисунок 3 – Расположение роботов в геометрической форме и координаты роботов относительно виртуального лидера

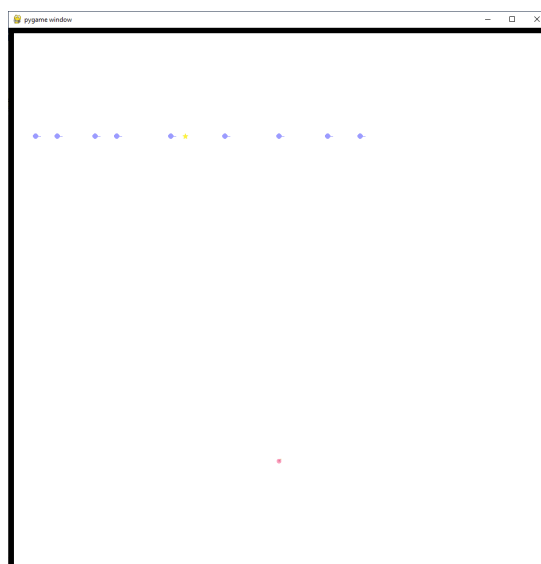


Рисунок 4 – Работа программы: начальное состояние роя роботов

Сначала роботы располагаются по линии (Рисунок 4). При движении роботы двигаются к цели, формируя необходимую геометрическую фигуру (Рисунок 5). Симуляция завершается при достижении цели и завершении формирования геометрической фигуры (Рисунок 6).

Экспериментальное исследование было проведено относительно весов моделей поведения с 0.1 до 10-и. Было рассмотрено движение роя при сбое некоторых роботов. Наблюдались три значения: количество шагов достижения цели, количество шагов формирования требуемой геометрической фигуры. Также было исследовано изменение позиции виртуального лидера, так как от позиции виртуального лидера сильно зависят значение и направление скорости сохранения строя и скорости движения к цели.

**Результаты и обсуждение.** Для наблюдения изменений позиций виртуального лидера смоделировано движение роя без скорости движения к цели, так как эта скорость для всех роботов действует одинаково и никак не может повлиять на расположение виртуального лидера.

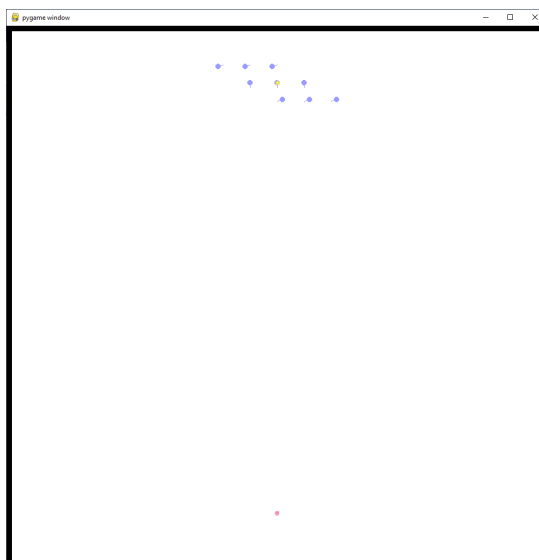


Рисунок 5 – Работа программы: движение роботов

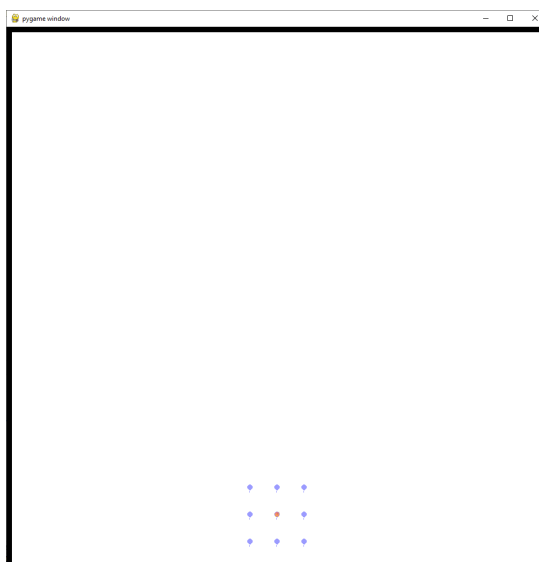


Рисунок 6 – Работа программы: роботы достигли цель

Резкие движения виртуального лидера наблюдаются только в начале движения и со временем становятся стабильными. На рисунке 7 представлен график изменений расстояний, на которые сдвигается виртуальный лидер. Можно заметить, что позиция виртуального лидера становится более изменчивой при малом значении веса скорости сохранения строя.

Изменение расположения виртуального лидера сильно зависит от начального расположении роя. Например, для роя с начальной позицией роботов как на рисунке 8, расположение виртуального лидера совсем не менялось.

Результаты исследования при отказе некоторых роботов показали, что изменчивость расположения виртуального лидера зависит от количества сбитых роботов. При сбое от 1-го до 5-и роботов позиция виртуального лидера становится более изменчивой, при сбое 6-и роботов она становится менее изменчивой, при сбое 7-и и 8-и роботов она становится стабильной.

Результаты исследования показывают, что количество шагов формирования геометрической фигуры зависит от веса скорости сохранения строя. При этом данное значение никак не зависит от веса скорости достижения цели. Это связано с тем,

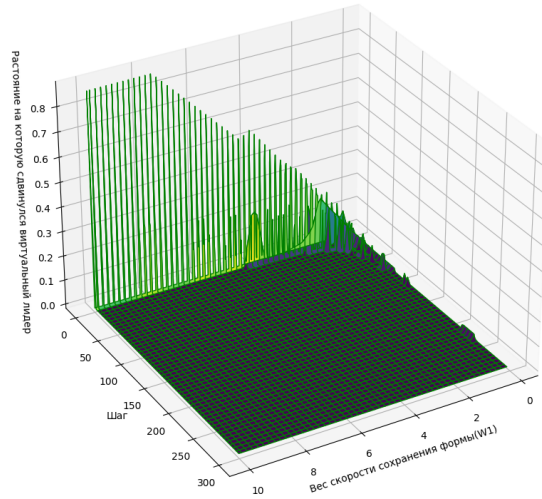


Рисунок 7 – График изменений расстояний, на которое сдвинулся виртуальный лидер

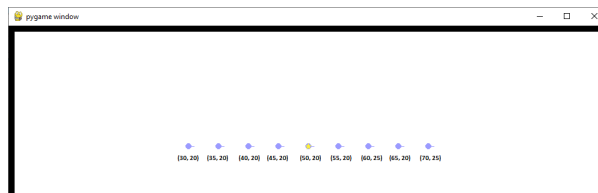


Рисунок 8 – Начальные позиции роботов

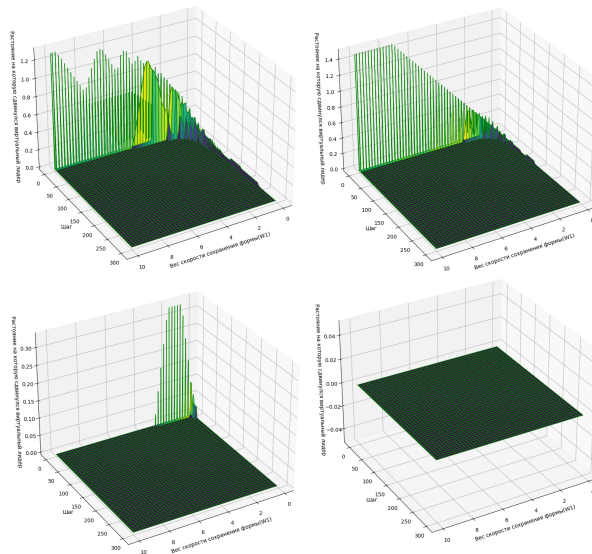


Рисунок 9 – График изменений расстояний, на которое сдвинулся виртуальный лидер при сбое 2-х, 4-х, 6-и и 8-роботов

что скорость движения к цели для всех роботов одинаковая и направлена от позиции виртуального лидера к цели. Зависимость количества шагов формирования строя представлена на рисунке 12.

Результаты исследования при отказе части роботов показаны на рисунке 13. При отказе одного-двух роботов количество шагов формирования геометрической фигуры остается одинаковой (только в некоторых случаях могут отличаться на один-два шага, что незаметно на графике), при этом в некоторых случаях рой двигается по разной траектории,

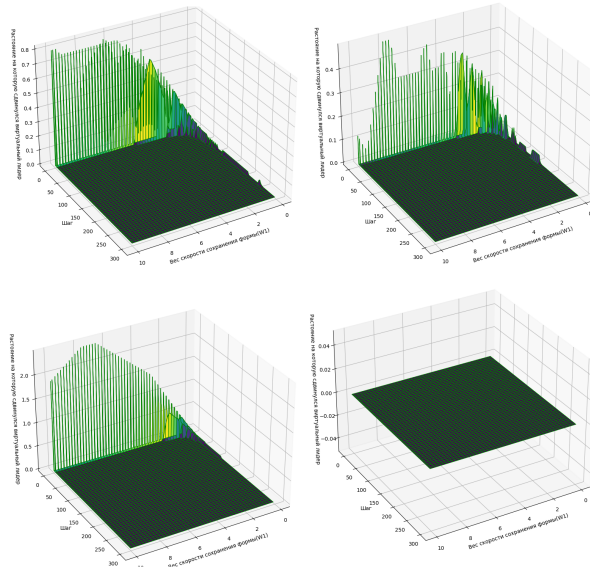


Рисунок 10 – График изменений расстояний, на которое сдвинулся виртуальный лидер при сбое 1-го, 3-х, 5-и и 7-и роботов

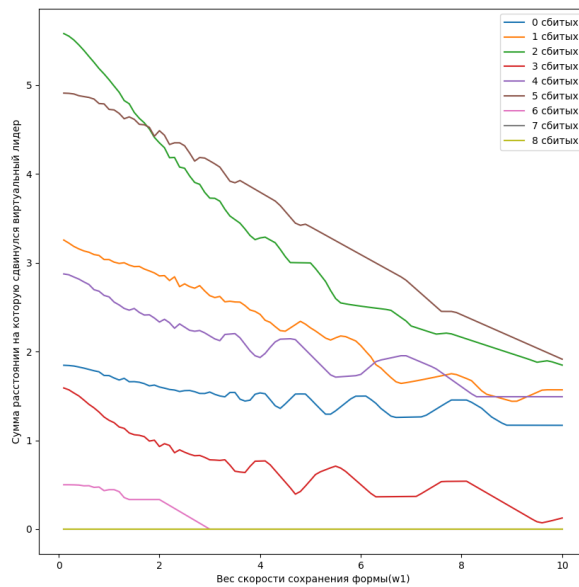


Рисунок 11 – График изменений длины траектории виртуального лидера

так как начальная позиция виртуального лидера меняется. При сбое более двух роботов количество шагов формирования строя заметно уменьшается.

Количество шагов достижения цели во многом зависит от веса скорости достижения цели. Влияние веса скорости сохранения строя во многом зависит от начальной позиции роя роботов. Например, для роя с начальными позициями роботов как на рисунке 18, вес скорости сохранения строя не влияет на количество шагов достижения цели (график на рисунке 15), а для роя с начальными позициями роботов как на рисунке 4, вес скорости сохранения строя влияет в случае  $w_1 < 2$  (График на рисунке 14).

Но изучая глубже, можно увидеть, что данное влияние не сильное как кажется на первый взгляд. На самом деле для всех случаев рой достигает цели вовремя вне зависимости от скорости сохранения формы, но в некоторых случаях (при меньших значениях веса скорости сохранения строя), когда геометрическая фигура еще не сформирована, роботы роя продолжают двигаться от воздействия скорости сохранения строя (Рисунок 17).

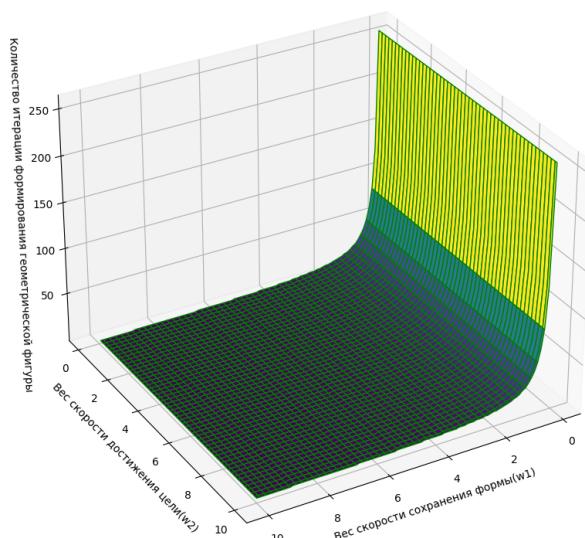


Рисунок 12 – График изменений количества шагов формирования геометрической формы

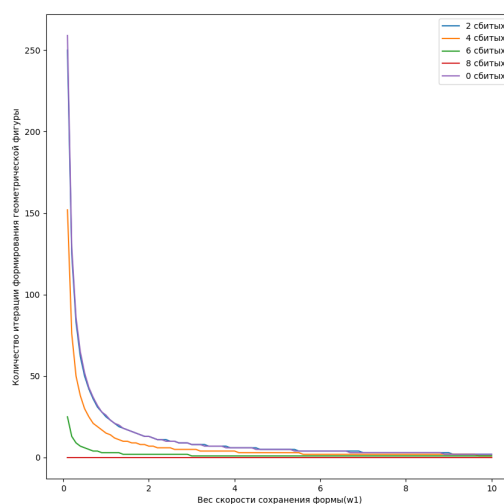


Рисунок 13 – График изменения количества шагов формирования геометрической формы при отказе некоторых роботов

Например, при значениях веса скорости достижения цели  $w_1 = 5$  и веса скорости сохранения строя  $w_2 = 0.1$  цель будет приближена за десять шагов, но под влиянием веса скорости сохранения строя будет меняться расположение лидера, что хорошо видно на графике изменения расстояния виртуального лидера и цели в зависимости от времени (шага) и веса скорости сохранения строя (Рисунок 16).

При сбое части роботов роя общая тенденция изменения количества шагов достижения цели сильно не меняется. Здесь также влияет в основном только вес скорости достижения цели. Меняется только влияние скорости сохранения строя.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Групповая деятельность мобильных роботов обладает рядом преимуществ, таких как масштабируемость, отказоустойчивость и возможность самоорганизации и саморегулирования, чего нельзя достичь при работе с одним центральным роботом. Для организации действия роботов в группе и облегчения управления передвижением

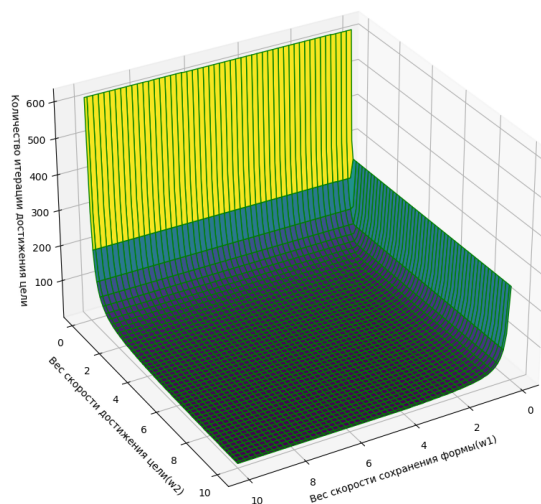


Рисунок 14 – График изменения количества шагов достижения цели

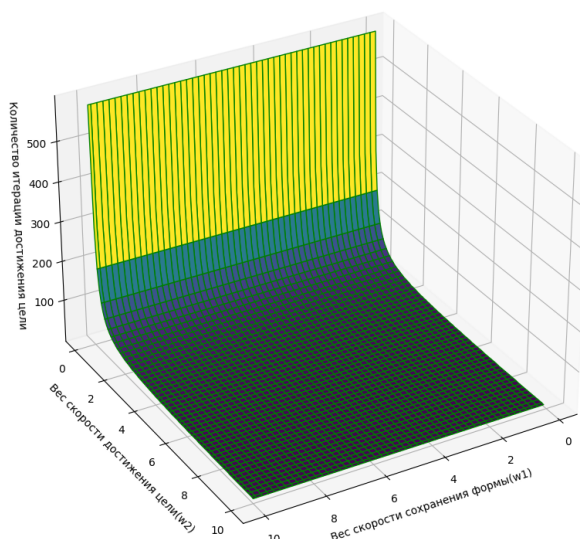


Рисунок 15 – График изменения количества шагов достижения цели для роя с начальными позициями (как на рисунке 8) роботов

группы нужно организовать движение образуя некую геометрическую фигуру из роботов в группе – строй роботов или граф системы.

Движение строем применяется широко в практике. Так, группы беспилотных летательных аппаратов и беспилотных подводных лодок двигаются, образуя геометрическую структуру для выполнения военной миссии.

В данной работе был представлен алгоритм координации и контроля движения, который позволяет переместит группу роботов сохраняя геометрическую фигуру. Для координации движения роботов использовался метод, основанный на модели поведения. Этот метод позволяет организовать движение группы роботов без использования центра управления, что увеличивает отказоустойчивость. А для поддержки геометрической структуры был предложен метод “Лидер-последователь”, который является одним из простейших алгоритмов для понимания и реализации. Для того чтобы состояние системы не зависело от состояния одного робота – лидера было предложено использовать метод виртуальный лидер, что также делает систему более отказоустойчивой.



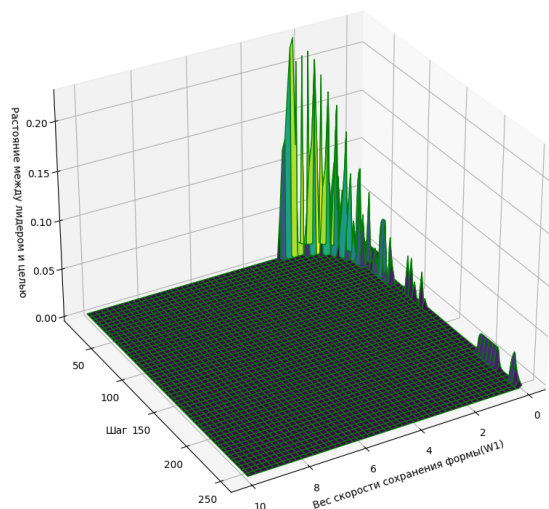


Рисунок 16 – График изменения расстояния виртуального лидера и цели в зависимости от времени (шага) и веса  $w_2 = 5$  начиная с шага 10.

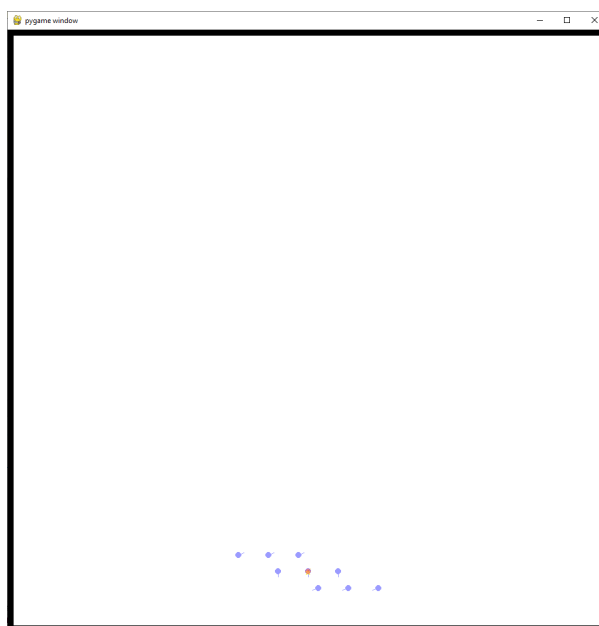


Рисунок 17 – Движение роботов, когда рой достиг цели, но не успел сформировать требуемую геометрическую фигуру

Смоделировано движение роя с 9 роботами с использованием представленного алгоритма. Исследовано изменение количества шагов достижения цели, количество шагов формирования геометрической фигуры.

По результатам исследования количество шагов формирования геометрической формы зависит только от веса скорости сохранения строя и не зависит от веса скорости движения цели. Это связано с тем, что значение скорости движения к цели одинакова для всех роботов. Следовательно позиция виртуального робота также изменяется с этой же равномерной скоростью, в результате чего позиция виртуального лидера остается неизменной относительно позиции каждого робота. Поскольку желаемая геометрическая форма достигается за счет изменения позиции каждого робота, можно сделать вывод, что скорость достижения цели не влияет на формирование геометрической формы.

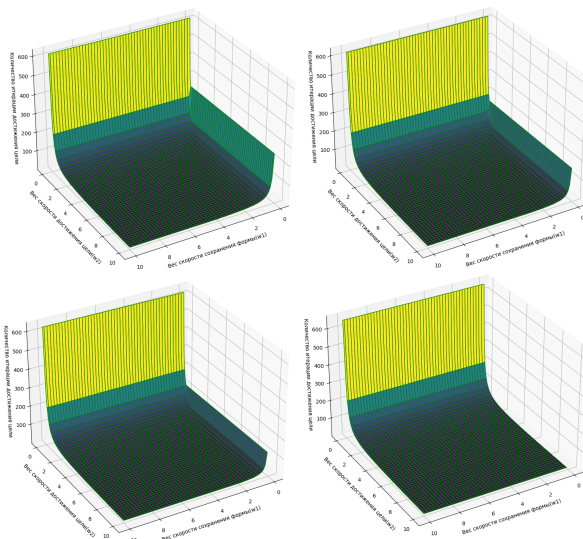


Рисунок 18 – График изменения количества шагов достижения цели при отказе 1-го, 3-х, 5-и и 7-и роботов

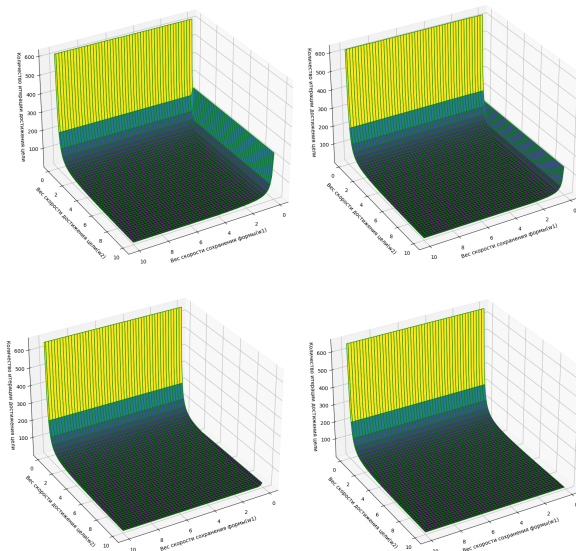


Рисунок 19 – График изменения количества шагов достижения цели при отказе 2-х, 4-х, 6-и и 8-и роботов

Количество шагов достижения цели также в основном зависит от веса скорости движения к цели, вес скорости сохранения строя влияет только косвенно, меняя траекторию виртуального лидера.

При отказе некоторых роботов в рое тенденция не меняется. При сбое одного-двух роботов количество шагов формирования геометрической фигуры остается одинаковым, при этом в некоторых случаях траектория роя меняется, так как начальная позиция виртуального лидера меняется. При сбое более двух роботов количество шагов формирования строя заметно уменьшается.

### Список литературы

1 Kereyev A.K., Atanov S.K., Aman K.P., Kulmagambetova Z.K., Kulzhagarova B.T. Navigation system based on bluetooth beacons: Implementation and experimental estimation //Journal of Theoretical and Applied Information Technology. –1998. –№8. –P.1187-1200.

- 2 Baimukhamedov M.F., Moldamurat K., Akgul M.K. Optimal control model of the automobile transport. //Transport Means-Proceedings of the International Conference. –2019. –P.1312-1316.
- 3 Yassein M. B., Aljawarneh S., Al-Sadi A. Challenges and features of IoT communications in 5G networks. //2017 International Conference on Electrical and Computing Technologies and Applications (ICECTA). – 2017. –P.1-5.
- 4 Mardini W., Aljawarneh S., Al-Abdi A. Using multiple RPL instances to enhance the performance of new 6G and Internet of Everything (6G/IoE)-based healthcare monitoring systems //Mobile Networks and Applications. –2021. –Vol. 26. –№3. –P.952-968.
- 5 Al-Husainy M. A. F., Al-Shargabi B., Aljawarneh S. Lightweight cryptography system for IoT devices using DNA //Computers and Electrical Engineering. –2021. –Vol. 95. –P.107418.
- 6 Карпов В.Э. Модели социального поведения в групповой робототехнике// Управление большими системами: сборник трудов. -2016. -Т. 59. -С. 165-232.
- 7 Xu D., Zhang X., Zhu Z., Chen C., Yang P. Behavior-based formation control of swarm robots. //mathematical Problems in Engineering. –2014.
- 8 Vidal-Calleja T. A., Berger C., Sol? J., Lacroix S. Large scale multiple robot visual mapping with heterogeneous landmarks in semi-structured terrain //Robotics and Autonomous Systems. –2011. –Vol. 59. –№9. –P.654-674.
- 9 Mellinger D., Shomin M., Michael N., Kumar V., Martinoli A., Mondada F., Correll N., Mermoud G., Egerstedt M., Hsieh A. Parker L.E. Distributed Autonomous Robotic Systems//Springer Tracts in Advanced Robotics. –2013. –Vol. 83. –P.545-558.
- 10 Brooks R. A robust layered control system for a mobile robot //IEEE journal on robotics and automation. –1986. –Vol. 2. –№1. –P.14-23.
- 11 Ильичев К. В., Манцеров, С. А.. Разработка масштабируемой мобильной робототехнической системы роевого взаимодействия// Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. -2017. -Т. 21. -С. 91-108.
- 12 Su H., Wang X., Lin Z. Flocking of multi-agents with a virtual leader //IEEE transactions on automatic control. –2009. –Vol. 54. –№2. –P.293-307.

А.Е. Қызырқанов<sup>1,2</sup>, С.К. Атанов<sup>1</sup>, Ш.А. Альджаварнех<sup>3</sup>, Н.А. Турсынова<sup>1</sup>,  
Ж.Е. Сейтбатталов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Пушкин көш., 11, Астана, 020000, Қазақстан

<sup>2</sup> Астана ИТ Университет, Мәңгілік ел даңғ., 55/11, Астана, 010000, Қазақстан

<sup>3</sup> Йордания ғылым және технология университеті, Р.О. Вох 3030, Ирбид, 22110, Йордания

#### Автономды мобильді роботтар тобын басқару алгоритмі

**Аннотация:** Үйірлі робототехниканың маңызды мәселелерінің бірі қозғалысты үйлестіру. Бұл жерде бір уақытта бірнеше мәселені шешуге тура келеді, мысалы бөгеттермен немесе өзара соқтығысудан сақтану, тағы сол сияқты. Бұндай проблемаларды шешудің кеңінен қолданылатын бір жолы - белгілі бір геометриялық пішінді сақтай отырып қозғалу. Егер сондай қозғалысты дұрыс ұйымдастыра білсек, мысалы: жүйенің шығындарын азайту, жүйе жұмысының сенімділігі мен тиімділігін арттыру, қайта конфигурациялау мүмкіндігін және жүйе құрылымының икемділігін қамтамасыз ету сияқты көптеген артықшылықтарға қол жеткізе аламыз.

Бұл мақалада автономды мобильді роботтар тобын басқару алгоритмі берілген. Сондай-ақ, осы жұмыс аясында Python бағдарламалау тілінде жазылған бағдарламалық өнімді пайдаланып, тоғыз автономды роботтары бар үйірдің қозғалысы моделденді. Осы мақалада сипатталған алгоритмді қолдана отырып, роботтардың осы тобының қозғалысын эксперименталды зерттеу нәтижелері ұсынылған.

**Түйін сөздер:** робототехника, пішінмен қозғалу, топтық робототехника, топтық басқару, орталықтандырылмаған басқару, қозғалысты басқару, басқару алгоритмдері, көшбасшы-ізбасар, виртуалды көшбасшы.

А.Е. Кызырканов<sup>1,2</sup>, С.К. Атанов<sup>1</sup>, Ш.А. Альджаварнех<sup>3</sup>, Н.А. Турсынова<sup>1</sup>, Ж.Е. Сейтбатталов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L. N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin str, 11, 020000, Kazakhstan

<sup>2</sup> Astana IT University, Mangilik El ave., 55/11 Astana, 010000, Kazakhstan

<sup>3</sup> Jordan University of Science and Technology, P.O. Box 3030, Irbid, 22110, Jordan

### The algorithm of the formation control of a swarm of autonomous mobile robots

**Abstract:** One of the most important problems in swarm robotics is coordination of the movement. Several problems have to be solved simultaneously here, such as avoiding collisions with each other or with an obstacle, etc. One of the most common methods for solving such problems is to move while maintaining a certain geometric pattern, or, in short, to form control. If formation control is done properly, many benefits can be obtained, such as system cost reduction, increased system robustness and efficiency, while providing the reconfigurability and flexibility of the system structure.

This paper presents an algorithm for controlling the formation of a swarm of autonomous mobile robots. Also within the framework of this work, using a software application written in the Python programming language, the motion of the swarm with nine autonomous robots was simulated. The results of the experimental research of the movement of this swarm of robots using the algorithm described in this paper are given.

**Keywords:** robotics, movement in formation, group robotics, group control, decentralized control, motion control, control algorithms, leader-follower, virtual leader.

## References

- 1 Kereyev A.K., Atanov S.K., Aman K.P., Kulmagambetova Z.K., Kulzhagarova B.T. Navigation system based on bluetooth beacons: Implementation and experimental estimation, Journal of Theoretical and Applied Information Technology. 1998. №8. P. 1187-1200.
- 2 Baimukhamedov M.F., Moldamurat K., Akgul M.K. Optimal control model of the automobile transport, Transport Means-Proceedings of the International Conference. 2019. P. 1312-1316.
- 3 Yassein M.B., Aljawarneh S., Al-Sadi A. Challenges and features of IoT communications in 5G networks, 2017 International Conference on Electrical and Computing Technologies and Applications (ICECTA). 2017. P. 1-5.
- 4 Mardini W., Aljawarneh S., Al-Abdi A. Using multiple RPL instances to enhance the performance of new 6G and Internet of Everything (6G/IOE)-based healthcare monitoring systems, Mobile Networks and Applications. 2021. Vol. 26. №3. P. 952-968.
- 5 Al-Husainy M. A. F., Al-Shargabi B., Aljawarneh S. Lightweight cryptography system for IoT devices using DNA, Computers and Electrical Engineering. 95. 107418(2021).
- 6 Karpov V. E. Modeli social'nogo povedeniya v gruppovoj robototekhnike[Models of social behavior in group robotics] Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov. 2016. Vol. 59. P. 165-232.
- 7 Xu D., Zhang X., Zhu Z., Chen C., Yang P. Behavior-based formation control of swarm robots, Mathematical Problems in Engineering. 2014.
- 8 Vidal-Calleja T. A., Berger C., Sol? J., Lacroix S. Large scale multiple robot visual mapping with heterogeneous landmarks in semi-structured terrain, Robotics and Autonomous Systems. 2011. Vol. 59. №9. P. 654-674.
- 9 Mellinger D., Shomin M., Michael N., Kumar V., Martinoli A., Mondada F., Correll N., Mermoud G., Egerstedt M., Hsieh A. Parker L.E. Distributed Autonomous Robotic Systems, Springer Tracts in Advanced Robotics. 2013. Vol. 83. P. 545-558.
- 10 Brooks R. A robust layered control system for a mobile robot, IEEE journal on robotics and automation. 1986. Vol. 2. №1. P. 14-23(1986).
- 11 Il'ichev K. V., Mancеров, S. A.. Razrabotka masshtabiruemoj mobil'noj robototekhnicheskoy sistemy roevogo vzaimodejstviya[Development of scalable mobile robotic system of swarm interaction] Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Jelektrotehnika, informacionnye tehnologii, sistemy upravleniya. 2017. Vol. 21. P. 91-108.
- 12 Su H., Wang X., Lin Z. Flocking of multi-agents with a virtual leader, IEEE transactions on automatic control. 2009. Vol. 54. №2. P. 293-307.

### Сведения об авторах:

Кызырканов Абзал Ермекбайұлы – автор для корреспонденции, докторант Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, сеньор-лектор Астана ИТ Университет, ул. Пушкина, 11, Астана, 020000, Казахстан.

Атанов Сабыржан Кубейсинович – профессор Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, Астана, 020000, Казахстан.

Альджаварнех Шади Абдел Рахман – профессор Иорданского университета науки и технологии, Иrbid, Иордания.

Турсынова Назира Абдижаппаровна – преподаватель Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, Астана, 020000, Казахстан.

Сейтбатталов Жексен Ермекович – докторант Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, Астана, 020000, Казахстан.

Кызырканов Абзал – *corresponding author*, doctoral student of L.N. Gumilyov Eurasian National University, senior-lector of Astana IT University, Pushkin str., 11, Astana, 020000, Kazakhstan.

*Atanov Sabyrzhan* – full-professor of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin str., 11, Astana, 020000, Kazakhstan.

*Shadi Abdel Rahman Aljawarneh* – full-professor of Jordan University of Science and Technology, Irbid, Jordan

*Tursynova Nazira* – teacher of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin str., 11, Astana, 020000, Kazakhstan.

*Seitbattalov Zhexen* – doctoral student of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Pushkin str., 11, Astana, 020000, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 31.05.2023*