



РУХАНИ
ЖАҢҒЫРУ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»



12th April 2018, Astana

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2018»
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2018»**

**PROCEEDINGS
of the XIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2018»**

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2018

Можно проверить, что $[H, S^z] = 0$. Поэтому существует система векторов, собственных и для H_{xz} , и для S^z .

Для нахождения собственных значений и собственных векторов гамильтониана H_{xz} мы используем координатный анзац Бете.

Заключение. В настоящем обзоре мы показали, как недавно созданный квантовый метод обратной задачи работает на примере ХХЗ модели Гейзенберга. ХХЗ модели мы показали, как простые перестановочные соотношения для операторных матричных элементов матрицы монодромии и существование порождающего вектора приводят к алгебраический анзаца Бете; при этом след матрицы монодромии — трансфер-матрица — является производящей функцией для квантовых интегралов движения. Таким образом, с помощью квантового метода обратной задачи для гамильтониана ХХЗ модели мы явно построили как коммутирующие интегралы — квантовые аналоги «переменных типа действие», так и его собственные векторы — квантовые аналоги «переменных типа угол».

Список использованных источников

1. Bethe H. Eigenwerte und Eigenfunktionen Atomkette - Zeitschrift für Physik, 71, 1931, P. 205–226.
2. Faddeev L., Sklyanin E., Takhtajan L. The quantum inverse problem method. I // Theor. Math. Phys. 40, 1980, P. 688.
3. Тахтаджян Л. А., Фаддеев Л.Д. Квантовый метод обратной задачи и ХYZ модель Гейзенберга // УМН, 34:5, 1979, С. 13-63.
4. Склянин Е.К., Тахтаджян Л. А., Фаддеев Л.Д. Квантовый метод обратной задачи // ТМФ, 40:2, 1979, С. 194-220.
5. Белавин А.А., Кулаков А.Г., Усманов Р.А. Лекции по теоретической физике - М: Издательство МЦНМО, 2001, С. 202-204.

УДК 517.946

ЖАЛПЫЛАНҒАН ШРЕДИНГЕР ТЕНДЕУІ ЖӘНЕ НАҚТЫ ШЕШІМДЕР

Тобылғиева Бекзат Бакытбековна, Бекхожаев Саидхожа Орынхожаулы
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Жалпы және теориялық физика кафедрасының
оқытушылары, Астана, Қазақстан

Барлығымызға белгілі толықтай интегралданатын сызықты емес Шредингер тендеуі

$$iq_t + 2|q|^2 q + q_{xx} = 0 \quad (1)$$

математика және физиканың көптеген салаларында маңызды рөл атқарады. Мысалы, сызықтық емес оптикада [1,2], плазмадық физикада [3], және сызықтық емес кванттық өріс теориясында кеңінен қолданылады. Әсіресе, сызықтық емес оптикада, оптикалық талшықта пикосекундтық импульстің таралуын сызықтық емес Шредингер тендеуі анықтайды. Тоориялық тұжырымдамалардан кейін оңашаланған толқынның болуы, оптикалық солитонның тәжірибелерде көрсетілуі [4], оптикалық байланыс жүйелерінің қолданылуы келесі ұрпаққа жылдам беріледі, қазіргі таңда оптикалық солитонды зерттеу ғалымдардың қызығушылығын арттыруда.

Оптикалық пикосекундтық импульстің таралуын сипаттау үшін сызықтық емес Шредингер тендеуі қолданылады. Алайда, фемтосекундтық және субпикосекундтық импульстің таралуын сипаттау үшін жоғары ретті сызықтық емес Шредингер тендеуін ескереміз

$$iq_t + \alpha_1 q_{xx} + \alpha_2 q|q|^2 + i\alpha_3 q + i\alpha_4 q_{xxx} + \alpha_5 q(|q|^2)_x + i\alpha_6 (q|q|^2)_x = 0 \quad (2)$$

мұндағы $q(x,t)$ - комплексті функция және $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6 \in const$. Бисызықты әдіс дербес туындылы интегралданатын дифференциалдық теңдеулерден көп солитондық шешім алудың тура әдісі болып табылады. Бұл әдіс көп солитондық шешімді толқындардың суперпозициясы түрінде келтіруге мүмкіндік береді.

Бұл Шредингер теңдеуінің шешімі экспоненталық функция арқылы да есептелінуі мүмкін.

$$q(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t)} \quad (3)$$

Бұрыштық жиілігі ω және толқындық саны k арасындағы қатынас $\omega = \nu_0 k$ арқылы анықталады. Бұл дисперсионды қатынас деп аталады.

(3) теңдеуді (2) теңдеуге қою арқылы келесіні табамыз

$$(\omega A - \alpha_1 k^2 A + \alpha_2 A^3 + i\alpha_3 A + \alpha_4 k^3 A - i\alpha_6 k A^3) e^{i(kx - \omega t)} = 0. \quad (4)$$

Жалпыланған Шредингер теңдеуінің дисперсионды қатынасы

$$\omega = \alpha_1 k^2 - \alpha_2 A^2 - i\alpha_3 - \alpha_4 k^3 + i\alpha_6 k A^2. \quad (5)$$

k толқын санына тәуелді топтық және фазалық жылдамдық келесі формуламен анықталады

$$\nu_{mon} = \frac{\partial \omega}{\partial k}, \quad \nu_{фаза} = \frac{\omega}{k}. \quad (6)$$

Соған сәйкес, жалпыланған Шредингер теңдеуі үшін фазалық және топтық жылдамдық келесідей

$$\nu_{mon} = 2\alpha_1 k - 3\alpha_4 k^2 + i\alpha_6 A^2, \quad (7)$$

$$\nu_{фаза} = \alpha_1 k - \frac{\alpha_2 A^2}{k} - \frac{i\alpha_3}{k} - \alpha_4 k^2 + i\alpha_6 A^2. \quad (8)$$

Енді Шредингер теңдеуі үшін бисызықты әдісті қарастырамыз.

Бисызықты әдіс. Шредингер теңдеуі интегралданады және солитондық шешімге ие. Теңдеу шешімінің нақты түрі бисызықты әдіс арқылы алынуы мүмкін. (2) теңдеуді жеңілдету үшін келесі айнымалы түрлендіру енгіземіз:

$$q = e^{2it} u. \quad (9)$$

Шредингер теңдеуі (2) келесі түрге келеді

$$-2u + iu_t + \alpha_1 u_{xx} + \alpha_2 u|u|^2 + i\alpha_3 u + i\alpha_4 u_{xxx} + \alpha_5 u(|u|^2)_x + i\alpha_6 u_x |u|^2 + i\alpha_6 u(|u|^2)_x = 0. \quad (10)$$

Егер $i\alpha_3 = 2$, $\alpha_1 = i\alpha_4$, $i\alpha_6 = -\alpha_5 = 3\alpha_2$ болған кезде (10) теңдеу келесідей

$$iu_t + \alpha_1 u_{xx} + \alpha_2 u |u|^2 + i\alpha_4 u_{xxx} + 3\alpha_2 u_x |u|^2 = 0. \quad (11)$$

Тәуелсіз айнымалы түрлендіруді пайдалана отырып

$$u = \frac{g}{f}, \quad (12)$$

бұл жерде $g(x,t)$ - комплексті функция, $f(x,t)$ - нақты функция. (12) теңдеуді (11) теңдеуге қойсақ, бисызықты теңдеулер жүйесі алынады:

$$iD_t(g \cdot f) + \alpha_1 D_x^2(g \cdot f) + i\alpha_4 D_x^3(g \cdot f) = 0, \quad (13)$$

$$\alpha_1 D_x^2(f \cdot f) - \alpha_2 |g|^2 = 0, \quad (14)$$

мұнда D_x, D_t бисызықты әдістің операторлары, олар келесі түрде анықталады

$$D_x^m D_y^n (f(x, y, t) \cdot g(x, y, t)) = \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'}\right)^m \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y'}\right)^n (f(x, y, t) \cdot g(x', y', t')) \Big|_{x'=x, y'=y}. \quad (15)$$

Бисызықты операторлардың кейбір қасиеттері:

$$D_t(g \cdot f) = g_t f - g f_t, \quad (16)$$

$$D_x D_y (g \cdot f) = g_{xy} f - g_y f_x - g_x f_y + g f_{yx}, \quad (17)$$

$$D_x^2 (f \cdot f) = 2f_{xx} f - 2f_x^2, \quad (18)$$

$$D_x^2 (\exp(p_1 x) \cdot \exp(p_2 x)) = (p_1 - p_2)^2 \exp[(p_1 + p_2)x]. \quad (19)$$

Солитондық шешімі. Бисызықты әдіске сәйкес (13)-(14) теңдеулер жүйесінде, мына функцияларды $g(x,t), f(x,t)$ қатарға жіктейміз:

$$g = \varepsilon g_1 + \varepsilon^3 g_3 + \varepsilon^5 g_5 + \dots, \quad (20)$$

$$f = 1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4 + \varepsilon^6 f_6 + \dots, \quad (21)$$

мұндағы ε - жіктеудің формальді параметрі. (20)-(21) қатарларды (13)-(14) бисызықты теңдеулер жүйесіне қойып, келесіні аламыз

$$[iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3]((\varepsilon g_1 + \varepsilon^3 g_3 + \varepsilon^5 g_5 + \dots) \cdot (1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4 + \varepsilon^6 f_6 + \dots)) = 0, \quad (22)$$

$$[\alpha_1 D_x^2]((1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4 + \varepsilon^6 f_6 + \dots) \cdot (1 + \varepsilon^2 f_2 + \varepsilon^4 f_4 + \varepsilon^6 f_6 + \dots)) - \alpha_2 (\varepsilon g_1 + \varepsilon^3 g_3 + \varepsilon^5 g_5 + \dots) \cdot (\varepsilon g_1^* + \varepsilon^3 g_3^* + \varepsilon^5 g_5^* + \dots) = 0 \quad (23)$$

(22)-(23) теңдеулер жүйесі көп солитонды шешімдерді алудың жалпы түрі болып табылады. Осы теңдеулер жүйесінде солитонды шешімдердің ретіне байланысты $g(x,t), f(x,t)$

функциялар үшін қатар үзіледі. Солитонды шешімдер алу үшін ε параметрі бойынша жүйе аламыз:

$$\varepsilon^1 : [iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3](g_1 \cdot 1) = 0, \quad (24)$$

$$\varepsilon^2 : \alpha_1 D_x^2(f_2 \cdot 1 + 1 \cdot f_2) - \alpha_2(g_1 \cdot g_1^*) = 0, \quad (25)$$

$$\varepsilon^3 : [iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3](g_3 \cdot 1 + g_1 \cdot f_2) = 0, \quad (26)$$

$$\varepsilon^4 : \alpha_1 D_x^2(f_4 \cdot 1 + f_2 \cdot f_2 + 1 \cdot f_4) - \alpha_2(g_1 \cdot g_3^* + g_3 \cdot g_1^*) = 0, \quad (27)$$

$$\varepsilon^5 : [iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3](g_5 \cdot 1 + g_3 \cdot f_2 + g_1 \cdot f_4) = 0, \quad (28)$$

$$\varepsilon^6 : \alpha_1 D_x^2(f_6 \cdot 1 + f_4 \cdot f_2 + f_2 \cdot f_4 + 1 \cdot f_6) - \alpha_2(g_5 \cdot g_1^* + g_3 \cdot g_3^* + g_1 \cdot g_5^*) = 0, \quad (29)$$

$$\dots \quad (30)$$

Бір солитонды шешімі. Бір солитонды шешім үшін (20)-(21) функцияларының жіктелуі келесі түрге ие:

$$g = \varepsilon g_1, \quad (31)$$

$$f = 1 + \varepsilon^2 f_2, \quad (32)$$

мұндағы $g_1 = e^{\theta_1}$, $\theta_1 = k_1 x + \omega_1 t + \delta_1$, f_2 алдымыздағы есептеулерден алынуы мүмкін. (31)-(32) жіктеулерді ескере отырып, (24)-(30) теңдеулер жүйесінен бір солитонды шешімін табу үшін келесі жүйені аламыз:

$$[iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3](g_1 \cdot 1) = 0, \quad (33)$$

$$\alpha_1 D_x^2(f_2 \cdot 1 + 1 \cdot f_2) - \alpha_2(g_1 \cdot g_1^*) = 0, \quad (34)$$

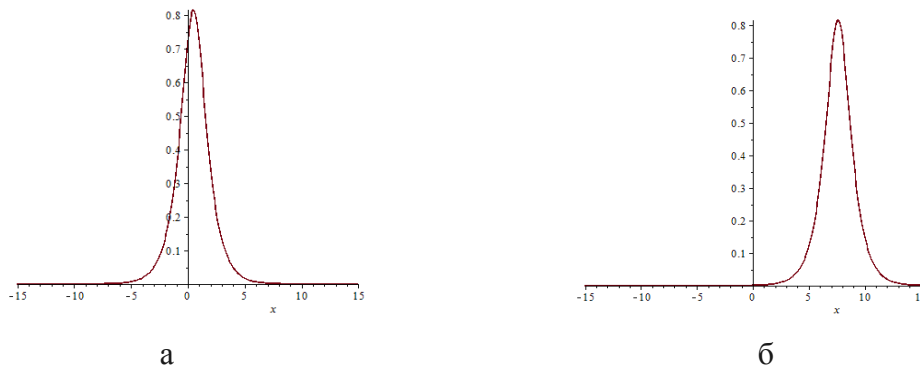
$$[iD_t + \alpha_1 D_x^2 + i\alpha_4 D_x^3](g_1 \cdot f_2) = 0, \quad (35)$$

$$\alpha_1 D_x^2(f_2 \cdot f_2) = 0. \quad (36)$$

Бисызықты операторлардың қасиеттерін (16)-(19) пайдаланып, (33)-(36) бисызықты теңдеулер жүйесін шешеміз. Шредингер теңдеуі үшін (11) бір солитонды шешімі келесі түрге келеді

$$q = e^{2it} \cdot \frac{e^{\theta_1}}{1 + \frac{\alpha_2 \cdot e^{\theta_1 + \theta_1^*}}{2\alpha_1 \cdot (k_1 + k_1^*)^2}}, \quad (37)$$

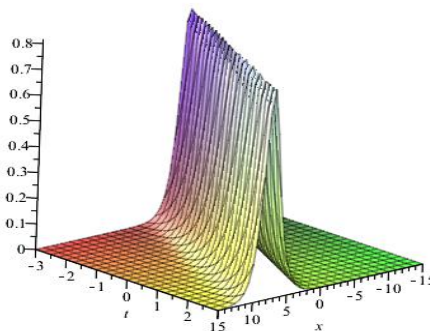
бұл жерде $\theta_1 = k_1 x + \omega_1 t + \delta_1, \omega_1 = i(\alpha_1 k_1^2 + i\alpha_4 k_1^3)$ Шредингер теңдеуінің бір солитонды шешімінің графигі 1 – суретте келтірілген.



а – $k_1 = 1 + 0,5i, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 3, t = 0$ кезіндегі Шредингер теңдеуінің бір солитонды шешімінің қозғалу графигі

б – $k_1 = 1 + 0,5i, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 3, t = 3$ кезіндегі Шредингер теңдеуінің бір солитонды шешімінің қозғалу графигі

Сурет - 1 Шредингер теңдеуі үшін q функциясының бір солитонды шешімдері.



Сурет – 2 $k_1 = 1 + 0,5i, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 3$ кезіндегі Шредингер теңдеуінің бір солитонды шешімінің қозғалу графигі.

Біз бұл жұмыста жалпыланған Шредингер теңдеуін бисызықты әдіс арқылы бір солитонды шешімін алдық. Сонымен қатар әр түрлі уақыт кезіндегі графигін тұрғыздық. Алдағы уақытта осы әдісті пайдалана отырып жалпыланған сызықты емес Шредингер теңдеуінің екі, үш солитонды шешімдерін алуға болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Dodd R., Gibson D., Morris H. Solitons and nonlinear wave equations // Ed. by and A.B.Shabata. Moscow, Mir., 1988, P. 154-165.
2. Porsezian K. Bilinearization of Coupled Nonlinear Schrodinger Type Equations: Integrability and Solitons. // Journal of Nonlinear Mathematical Physics, Vol. 5, №2, 1998, P. 126-131.
3. Radhakrishnan R., Lakshmanan M. Inelastic Collision and Switching of Coupled Bright Solitons in Optical Fibers // arXiv:solv-int/ 9703008v2.
4. Mu G., Qin Zh.. Construction of Nth-order rogue wave solutions for Hirota equation by means of bilinear method. // Exactly Solvable and Integrable Systems, Vol. 56, 2004, P. 78.