РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

УДК 512.554.3

ПРИМЕРЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ РАЗРЕШИМЫХ АЛГЕБР ЛИ

Айтжанова Бахыт Зияддиновна
aitjanova94@mail.ru
Магистрант 2-курса ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Науразбекова А.С.

Пусть F - поле. *Алгеброй Ли* над полем F называется F-векторное пространство L снабженное билинейной операцией скобкой Ли [1]

$L\times L\to L,\ (x,y)\mapsto[x,y]$,

удовлетворяющая следующим тождествам

$$[x,x]=0 \quad \text{для } \forall x\in L, \tag{1}$$

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=0 \text{ для } \forall x,y,z\in L \tag{2}$$

Условие (2) называется *тождеством Якоби.* Так как скобка Ли $[-,-]$ билинейна, мы имеем

$0=[x+y,x+y]=[x,x]+[x,y]+[y,x]+[y,y]=[x,y]+[y,x].$

Отсюда, используя тождество (1), получаем

$[x,y]=-[y,x]$ для $\forall x,y\in L$. (1')

Пусть L_1 и L_2 - алгебры Ли над полем F, тогда отображение $\varphi: L_1\to L_2$ называется *гомоморфизмом*, если φ является линейным отображением и выполняется равенство [1]

$\varphi([x,y])=[\varphi(x),\varphi(y)]$ для всех $x,y\in L_1$.

В этом равенстве первая скобка Ли взята из L_1, а вторая скобка Ли из L_2. φ называется *изоморфизмом*, если отображение φ также является биективным, т.е. инъективным и сюръективным.

Очень важным примером гомоморфизма является *гомоморфизм аджоинт (adjoint)*. Если L - алгебра Ли, определим

$ad: L\to gl(L)$

по правилу

$(ad\,x)(y):=[x,y]$ для $x,y\in L$.

Пусть L - алгебра Ли над полем F. *Представлением* алгебры Ли L называется гомоморфизм алгебр Ли

$\varphi: L\to gl(V)$,

где V - конечномерное векторное пространство над F, $gl(V)$ - множество всех линейных отображений из V в V. Для краткости, мы иногда будем опускать упоминания о гомоморфизме и будем говорить, что V - это представление алгебры Ли L.

Если V - представление алгебры Ли L над полем F, тогда мы можем зафиксировать базис V и записать линейное преобразование V в виде матриц элементы которого принадлежат L.

Пусть $\varphi_V: L\to gl(V)$ и $\varphi_W: L\to gl(W)$ являются представлениями соответственно V и W. На языке представления это условие записывается как

$\theta\circ\varphi_V=\varphi_W\circ\theta$.

Обозначим через $[L,L]$ коммутаторный идеал алгебры L, порожденный коммутаторами $[x,y]$ для всевозможных $x,y\in L$. Положим

$L^{(0)} = L, L^{(1)} = [L^{(0)}, L^{(0)}], ..., L^{(n)} = [L^{(n-1)}, L^{(n-1)}].$

Алгебра Ли L называется *разрешимой алгеброй Ли ступени n*, если существует натуральное число n такой, что $L^{(n)} = 0$. Если $L^{(1)} = 0$, то алгебра Ли L называется абелевой, если $L^{(2)} = 0$, то - метабелевой. Ясно, что алгебра Ли размерности 1 является абелевой, а алгебра Ли размерности 2 является метабелевой.

Утверждение 1. *Пусть L – действительная абелева алгебра Ли размерности 1 и x – её базисный элемент. Тогда двумерные матричные представления*

$$x \mapsto \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \varepsilon \end{pmatrix}, \ x \mapsto \begin{pmatrix} \varepsilon & \gamma \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

алгебры Ли L на векторные пространства V и W, соответственно, изоморфны.

Утверждение 2. *Пусть L – двумерная комплексная не абелева алгебра Ли и x, y – ее базисные элементы. Тогда линейное отображение*

$$\varphi(x) \mapsto \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \varphi(y) \mapsto \begin{pmatrix} \beta & \gamma \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

являются представлением алгебры Ли L на векторное пространство C^2 тогда и только тогда, когда $\beta = -1$.

Утверждение 3. *Пусть L – двумерная комплексная не абелева алгебра Ли и x, y – её базисные элементы, тогда представление*

$$\varphi(x) \mapsto \begin{pmatrix} 0 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \varphi(y) \mapsto \begin{pmatrix} -1 & \gamma \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

алгебры Ли на векторное пространство C^2 являются изоморфным представлению аджоинт тогда и только тогда, когда $\alpha \neq 0$.

Список использованных источников

1. Erdmann K. Wildon M.J. Introduction to Lie Algebras. – Verlag: Springer, 2006, 251 p.
2. Jacobson N. Lie Algebras. – New York: Dover, 1962, reprinted 1979, 357 p.
3. Bahturin Ju. A. Lectures on Lie algebras. – Berlin: Academie-Verlag, 1978.
4. Humphreys J.E. .Introduction to Lie algebras and Representation Theory.–New York: Springer, 1978.

ӘОЖ 510

ТОЛҚЫН ЖӘНЕ ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІНЕ ҚОЙЫЛАТЫН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕПТІҢ ШЕШІМІН ТАБУДЫҢ КЕЙБІР ӘДІСТЕРІ

Алдиярова Жансая Сұлтанбекқызы

ibragim96.15@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – А.А. Ибатов

Жартылай осте берілген толқын және жылуөткізгіштік теңдеулеріне қойылатын шекаралық есептерді шешкен кезде көп жағдайда біртекті теңдеулерге қойылатын Коши