РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2018

УДК 519.6

БАСТАПҚЫ ШАРТЫ АНИЗОТРОПТЫ СОБОЛЕВ КЛАСЫНДА ЖАТАТЫН ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІ ШЕШІМІН К(Е)Д ЗЕРТТЕУІ АЯСЫНДА ДИСКРЕТИЗАЦИЯЛАУ

Базарханова Айгерім Әділжанқызы
aigerim96.10@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ
«5В060100 – математика» мамандығының 4 – курс студенті
Ғылыми жетекші - Наурызбаев Н.Ж.

Дербес туындылы теңдеулерді шешімдері әдетте, сәйкес дифференциалдық операторлардың меншікті функциялары бойынша Фурье қатарлары, немесе сәйкес ядролармен сверткалар арқылы айқын түрде бейнеленсе де, қатарлар немесе интегралдар арқылы берілгендіктен ақырсыз объектілер болып табылады. Сол себептен оларды ақырлы обектілермен жуықтау есебі туындайды. Бұл есептің математикалық тұжырымдасы жалпы Компьютерлік (есептеуіш) диаметр (К(Е)Д) есебінде қамтылған.

Бұл жұмыста жылуөткізгіштік теңдеуі үшін Коши есебінің

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^{\;2}}+\ldots+\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^s} \qquad 0\le t\le\infty,\left(x_1,\ldots,x_s\right)\in R^s,\quad s=1,2,\ldots \qquad (1)$$

$$u(x,0)=f(x)\in F,\qquad x\in R^s. \qquad (2)$$

шешімін дискретизациялау есебі қарастырылады.

Есептің қойылымын бермес бұрын К(Е)Д – дің анықтамасын келтірейік. Дәл (қателіксіз) және дәл емес мәлімет бойынша жуықтау есебі әртүрлі қойылымдарда беріледі. ([1-8] және ондағы әдебиеттер тізімін қараңыз). Олардың арқайсысында келесі шама негізгі болып есептеледі:

$$\delta_N(\varepsilon_N;D_N)_Y\equiv\delta_N(\varepsilon_N;T;F;D_N)_Y\equiv\inf_{\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\in D_N}\delta_N\left(\varepsilon_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y,$$

$$\delta_N\left(\varepsilon_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y\equiv\sup_{\substack{f\in F\\ \left|\gamma_N^{(\tau)}\right|\le1(\tau=1,\ldots,N)}}\left\|Tf(\cdot)-\varphi_N\left(l_N^{(1)}(f)+\gamma_N^{(1)}\varepsilon_N,\ldots,l_N^{(N)}(f)+\gamma_N^{(N)}\varepsilon_N;\cdot\right)\right\|_Y.$$

Мұндағы Y - Ω жиынында анықталған нормаланған сандық функциялар кеңістігі, F – функциялар класы, $T:F\mapsto Y$. $\{\varepsilon_N\}$ - теріс емес мүшелі сандық тізбек, $\varepsilon_N\equiv0$ болғанда дәл мәлімет бойынша жуықтау, кері жағдайда дәл емес мәлімет бойынша жуықтау есебі туралы сөз болады. D_N -жуықтау агрегаттар жиыны келесі түрде құрылады. Әрбір бүтін $N\ge1$ үшін $l^{(N)}\equiv\left(l_N^{(1)},\ldots,l_N^{(N)}\right)$ $\left(l_N^{(j)}:F\to C,\ j=1,\ldots,N\right)$ векторы мен $\varphi_N\equiv\varphi_N(z_1,\ldots,z_N;y):C^N\times\Omega\to C$ функциясының $(l^{(N)},\varphi_N)$ жұптарының жиынын $\{(l^{(N)},\varphi_N)\}$ символымен таңбалайық. Әрине, кез келген $z_1,\ldots,z_N$ үшін $\varphi_N(z_1,\ldots,z_N;y)\in Y$ кірістіруі орындалуы тиіс. Әрбір $(l^{(N)},\varphi_N)$ жұбы $\varphi_N\left(l_N^{(1)}(f),\ldots,l_N^{(N)}(f);y\right)$ есептеу агрегатын құрайды, $D_N\subset\{(l^{(N)},\varphi_N)\}$ жуықтау агрегаттардың жиыны.

$\delta_N(\varepsilon_N;D_N)_Y$ шамасы компьютерлік (есептеуіш) диаметр деп аталады.

[2 – 10] жұмыстарында T операторының, F функциялар класының, Y кеңістігінің, $D_N\subset\{(l^{(N)},\varphi_N)\}$ жиынының әртүрлі жағдайларында мынадай есептер шығарылған:

К(Е)Д-1 – $\delta_N(0;D_N)_Y$ шамасының дәл реті анықталады, яғни, $N-$ нен тәуелсіз қайсыбір $C_1>0, C_2>0$ тұрақтылары үшін

$$C_1\mu_N \le \delta_N(0,T,F,D_N)_Y \le C_2\mu_N$$

теңсіздіктері орындалатындай $\{\mu_N\}$ тізбегі анықталады, бұндай қатынастағы өрнекті қысқаша $\delta_N(0;D_N)_Y \asymp \mu_N$ арқылы белгілейміз.

К(Е)Д-2 – К(Е)Д-1 теңсіздіктер сақталатындай оптималды есептеу агрегаты көрсетіледі, яғни

$$\delta_N\left(0;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_Y \asymp \mu_N$$

қатынасы орындалатындай қайсыбір $(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N)\in D_N$ жуықтау агрегаты құрылады және де осы агрегат үшін

$$\delta_N\left(\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_Y \asymp \mu_N$$

орындалатындай, яғни дәл мәлімет бойынша жуықтаудың реті сақталатындай $\{\tilde{\varepsilon}_N\}_{N\ge1}$ тізбегі табылады. Әрине, мәліметтерді неғұрлым көп қателікпен алуға рұқсат етілсе, соғұрлым жуықтауға кететін уақыт аз болады. Бірақ қателеудің де шегі бар. Сол себепті осы $\{\tilde{\varepsilon}_N\}_{N\ge1}$ тізбегі шекті қателік болуы тиіс, яғни кез келген оң мүшелі және шексіздікке ұмтылатын $\{\alpha_N\}_{N\ge1}$ тізбегі үшін

$$\overline{\lim_{N\to\infty}}\frac{\delta_N\left(\alpha_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_Y}{\mu_N} \asymp \infty$$

орындалуы қажет.

$\{\tilde{\varepsilon}_N\}_{N\ge1}$ тізбегі шектік қателік болатындай басқа да $(l^{(N)},\varphi_N)\in D_N$ жуықтау агрегаттары болуы мүмкін.

К(Е)Д-3 - $\{\tilde{\varepsilon}_N\}_{N\ge1}$ тізбегі шектік қателік болатындай $\tilde{D}_N\subset\{(l^{(N)},\varphi_N)\}$ жуықтау агрегаттарының жиынын анықтау.

Бұл жұмыс жоғарыда көрсетілген К(Е)Д есебінің келесі нақтылауына арналған: $Tf=u(x,t,f)$ (1)-(2) Коши есебінің шешімі, $F=W_2^{\mathbf{r}}\equiv W_2^{r_1,\dots,r_s}[0,1]^s$ – анизотропты Соболев класы, анықтама бойынша квадраты қосындыланатын, әрбір айнымалысы бойынша 1-периодты және Фурье-Лебег коэффициенттері

$$\|f\|^2_{W_2^{\mathbf{r}}(0,1)^s}=\sum_{\mathrm{m}\in Z^s}\left|\hat{\mathrm{f}}(\mathrm{m})\right|^2\cdot\left(\mathrm{m}_1^{2r_1}+\ldots+\mathrm{m}_s^{2r_s}\right)$$

шартын қанағаттандыратын барлық $f(x)=f(x_1,\dots,x_s)$ функцияларынан құралған жиын,

$$D_N=\Phi_N=\left\{l_1(f)=\hat{f}(m^{(1)}),\ \dots,\ l_N(f)=\hat{f}(m^{(N)}):m^{(1)}\in Z^s,\ \dots,\ m^{(N)}\in Z^s\right\}\times\{\varphi_N\}$$

$$Y=L^{q,\infty}\equiv\left\{f:[0,1]^s\times[0,\infty)\to R:\|f\|_{L^{q,\infty}}=\sup_{t\ge0}\mathrm{vrai}\left(\int_{[0,1]^s}|f(x,t)|^q\,dx\right)^{\frac{1}{q}}<\infty\right\}$$

($q=2$ және $q=\infty$ жағдайы зерттелген).

Жұмыста келесі теоремалар алынды:

1–теорема. $\lambda \equiv \lambda(r_1,\dots,r_s) = (1/r_1 + \dots + 1/r_s)^{-1} > 1/2$ *болсын.*

$N \equiv N(M) = \prod_{i=1}^{s}\left(2\left[M^{\lambda/r_i}\right]+1\right)$, $M = 1,2,\dots$ *үшін келесі тұжырымдар ақиқат болады:*

I. $\delta_N(0;u(x,t;f);W_2^{\mathbf{r}};\Phi_N)_{L^{2,\infty}} \succ\prec \mu_N = N^{-\lambda}$,

$\delta_N(0;u(x,t;f);W_2^{\mathbf{r}};\Phi_N)_{L^{\infty,\infty}} \succ\prec \bar{\mu}_N = N^{1/2-\lambda}$;

II. $\tilde{\varphi}_N(z_1,\dots,z_N;x,t) = \sum_{\tau=1}^{N} z_\tau e^{-4\pi^2(\tilde{m}^{(\tau)},\tilde{m}^{(\tau)})t} e^{2\pi i(\tilde{m}^{(\tau)},x)}$ *функциясы мен*

$\left(\tilde{l}_N^{(1)}(f),\dots,\tilde{l}_N^{(N)}(f)\right)$: $\tilde{l}_N^{(1)}(f) = \tilde{f}\left(\tilde{m}^{(1)}\right),\dots,\tilde{l}_N^{(N)}(f) = \tilde{f}\left(\tilde{m}^{(N)}\right)$

$\tilde{m}^{(\tau)} = \left(\tilde{m}_1^{(\tau)},\dots,\tilde{m}_s^{(\tau)}\right) \in A_M \equiv \left\{m \in Z^s : |m_1| \le \left[M^{\lambda/r_1}\right],\dots,|m_s| \le \left[M^{\lambda/r_s}\right]\right\}$ $(\tau = 1,\dots,N)$

сандық ақпараттары бойынша құрылған $(\tilde{l}^{(N)}, \tilde{\varphi}_N) \in \Phi_N$ *жұбы үшін* $\delta_N\left(0;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{2,\infty}} \succ\prec \mu_N$, $\delta_N\left(0;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{\infty,\infty}} \succ\prec \bar{\mu}_N$ *қос теңсіздіктері орындалады.*

2 – теорема. *Егер* $\tilde{\varepsilon}_N = \frac{1}{N^\lambda \sqrt{N}}$ *болса, онда, біріншіден,*

$\delta_N\left(\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{2,\infty}} \succ\prec \mu_N$, $\delta_N\left(\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{\infty,\infty}} \succ\prec \bar{\mu}_N$,

екіншіден, $+\infty-$ *ке ұмтылатын кез келген өспелі* $\{\alpha_N\}_{N\ge1}$ *тізбегі үшін*

$\lambda > 1/2$ *жағдайында,* $\overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\alpha_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{2,\infty}}}{\mu_N} \succ\prec \infty$,

$\lambda > 1$ *жағдайында,* $\overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\alpha_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(\tilde{l}^{(N)},\tilde{\varphi}_N\right)\right)_{L^{\infty,\infty}}}{\bar{\mu}_N} \succ\prec \infty$,

3 – теорема. *Егер* $\tilde{\varepsilon}_N = \frac{1}{N^\lambda \sqrt{N}}$ *болса, онда,* $+\infty-$ *ке ұмтылатын кез келген өспелі* $\{\alpha_N\}_{N\ge1}$ *тізбегі үшін*

$\lambda > 1/2$ *жағдайында,* $\overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\alpha_N\tilde{\varepsilon}_N;\Phi_N\right)_{L^{2,\infty}}}{\mu_N} \succ\prec \infty$,

$\lambda > 1$ *жағдайында,* $\overline{\lim_{N\to\infty}} \frac{\delta_N\left(\alpha_N\tilde{\varepsilon}_N;\Phi_N\right)_{L^{\infty,\infty}}}{\bar{\mu}_N} \succ\prec \infty$,

Сонымен, жұмыста келесі нәтижелер алынды. Біріншіден, анизотропты Соболев класында жататын бастапқы шарттарынан алынған N Фурье коэффициенттері бойынша жылуөткізгіштік теңдеуі үшін Коши есебінің шешімін класс бойынша $L^{2,\infty}$ және $L^{\infty,\infty}$ метрикалары бойынша жақсарылмайтын $\delta_N\left(0;\Phi_N\right)_{L^{2,\infty}} \succ\prec N^{-(1/r_1+\dots+1/r_s)^{-1}}$, $\delta_N\left(0;\Phi_N\right)_{L^{\infty,\infty}} \succ\prec N^{1/2-(1/r_1+\dots+1/r_s)^{-1}}$ қателіктері табылды (К(Е)Д-1 есебі). $\delta_N\left(0;\Phi_N\right)_{L^{q,\infty}}$ санын тригонометриялық Фурье коэффициентері түріндегі функционалдар класының ақпараттық қуаты деп аталады. Екіншіден, оптималды жуықтау агрегаты құрылып, ол арқылы жуықтаудың шектік қателіктері анықталды: $\tilde{\varepsilon}_N = N^{1/2-(1/r_1+\dots+1/r_s)^{-1}}$, мұндай қателікпен алынған Фурье коэффициенттері арқылы жуықтау қателігінің реті Фурье коэффициенттерінің дәл мәндері бойынша жуықтау қателігінің ретімен беттеседі де, $\tilde{\varepsilon}_N$ тізбегінің нөлге ұмтылу реті сәл тежелсе, дәл мәлімет бойынша жуықтау қателігінің реті сақталмайды (К(Е)Д-2 есебі). Үшіншіден, жалпы саны N болатын тригонометриялық Фурье коэффициентері арқылы құрылған жуықтау агрегаттарының шектік қателіктері $\tilde{\varepsilon}_N$ болатыны көрсетілді (К(Е)Д-3 есебі). Сөйтіп, егер бастапқы шарттары анизотропты Соболев класында жататын және ол туралы мәлімет Фурье коэффициенттерінің ақырлы жиыны түрінде берілген жылуөткізгіштік теңдеуі үшін Коши есебінің шешімін дискретизацилау есебі К(Е)Д тұрғысынан толық шешілді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Алгебраическая теория чисел и гармонический анализ в задачах восстановления (метод квази-Монте Карло). Теория вложений и приближений. Ряды Фурье. Спец. выпуск, посвященный научным достижениям математиков ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. Вестник ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, 2010. С.1-194.
2. Шерниязов К. Е. Приближенное восстановление функций и решений уравнения теплопроводности с функциями распределения начальных температур из классов E, SW и B. Дисс. … к. ф. – м. н., Алматы, 1998.
3. Ажгалиев Ш. Приближенное восстановление по линейной информации функций и решений уравнения теплопроводности с функциями распределения начальных температур из классов W, B, SW и E. Дисс. … к. ф. – м. н., Алматы, 2001.

   4. Утесов А.Б. Задача восстановления функций и интегралов на обобщенных классах и решений уравнения теплопроводности. Дисс. ... к. ф. – м. н., Алматы, 5. Шангиреев Е.И. О восстановлении решений волнового уравнения. Дисс. ... к. ф. – м. н., Караганда, 2002.
6. Берикханова М.Е. Об информативных мощностях всевозможных линейных функционалов при дискретизации решений задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Дисс. ... к. ф. – м. н., Алматы, 2007.
7. Нурмолдин Е.А. Задачи восстановления на классах функций бесконечной гладкости. Дисс. ... к. ф. – м. н., Астана, 2008.
8. Нурмолдин Е.А. Восстановление функций, интегралов и решений уравнения теплопроводности из U_2 – классов Ульянова. Сиб. журнал вычисл. математики. РАН. Сиб. отд.– ние. – Новосибирск, 2005. – Т.8, №4. –с. 337– 351.
9. Ажгалиев Ш. О дискретизации решений уравнения теплопроводности. Матем. заметки, 2007, Том 82, выпуск 2, стр. 177–182.
10. Темиргалиев Н, Абикенова Ш.К, Утесов А. О дискретизации решений волнового уравнения с начальными условиями из обобщенных классов Соболева // Матем. Заметки. 2012. Т. 91. № 3. С. 459-463.