УДК 524.832

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С ПОЛЕМ ЯНГА-МИЛЛС И ТЕОРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Нуржанова Айнаш Амангельдиевна
ainash96@list.ru
Магистрант Физико-технического факультета, ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель - П.Ю. Цыба

Одним из основопологающихся принципов в физике было то, что наше описание мира должно основываться на особом типе классической теории поля, известной как теория Янга-Миллса. За исключением гравитации, все важные теории современной физики являются квантованными версиями теорий Янга-Миллса [1]. Наиболее важной из этих теорий является стандартная модель физики элементарных частиц, это самая совершенная теория о том, как работает материя. Иногда описывают стандартную модель как теорию Янга-Миллса с калибровочной симметрией *U(1) SU (2) SU* [2]. Теории Янга-Миллса были представлены как большой класс теорий, удовлетворяющих калибровочной симметрии.

Космический микроволновый фон излучения [2] и крупномасштабная структура [3] предполагают, что Вселенная в основном состоит из темной энергии, темной материи и барионной материи. Становление физики темной энергии является важной миссией в современной космологии, которая имеет уравнение состояния $\omega < -1/3$ и приводит к недавнему ускоряющемуся расширению Вселенной. В качестве возможного объяснения было предложено несколько сценариев. Положительная космологическая константа является самым простым кандидатом, но для ее учета требуется очень тонкая настройка для наблюдаемого ускорения расширения Вселенной. Этот факт привел к моделям, где темная энергетическая составляющая меняется со временем, например, модели квинтэссенции [4], которые предполагают, что темная энергия состоит из одного скалярного поля. Несмотря на некоторые приятные особенности, эти модели не являются полностью удовлетворительными, так как для достижения $\Omega_{de} \approx \Omega_m$ (где Ω_{de} и Ω_m - плотности темной энергии и энергии вещества в настоящее время, соответственно), также требуются некоторые "тонкие настройки". Были рассмотрены для изучения этой темной компоненты энергии, другие варианты такие как скалярное поле с нестандартным кинетическим членом и модели k-эссенции [5], также возможно построить модели, которые имеют уравнение состояния $\omega = p/\rho < -1$, так называемые фантом [6].Наблюдение данных показывают, что космологическая постоянная является хорошим кандидатом [7], у которого есть эффективное уравнение $p = -\rho$, т.е. $\omega \equiv -1$. Однако есть доказательства того, что темная энергия может эволюционировать от $\omega > -1$ в прошлом до $\omega < -1$ сегодня и пересекать критическое состояние $\omega = -1$ при промежуточном красном смещении [8]. Если такой результат сохраняется при накоплении данных наблюдений, это будет серьезным испытанием для современных моделей темной энергии. Очевидно, что космологическая постоянная в качестве кандидата будет исключена, а темная энергия должна быть динамичной. Но нормальные модели, такие как поля квинтэссенции, могут только дать состояние $-1 < \omega < 0$. Хотя модели k-эссенции и фантомные модели могут получить состояние $\omega < -1$, но поведение пересечения $\omega > -1$ не может быть реализовано, и все это приведет к теоретической проблеме в теории поля. Многие исследователи предлагали некоторые более сложные модели, такие как квинтомные модели [9,10], которые состоят из поля квинтэссенции и фантомного поля. Модель с более высоким производным был предложен в [11], в которой также может быть определен переход от $\omega > -1$ к $\omega < -1$, но это также приведет к теоретическим трудностям в теории поля. Можно использовать поле Янга-Миллса [12, 13] для описания темной энергии. Вещество для эффективного конденсата Янга-Миллса отличается от вещества обычного вещества, а также от скалярных полей, и состояние $-1 < \omega < 0$ и $\omega < -1$ также может быть реализовано естественным образом. Предполагается, что поле Янга-Миллса может быть своего рода кандидатом на такое векторное поле. Классические калибровочные теории Янга – Миллса по своей природе являются хаотическими теориями. В частности, для пространственно-однородных конфигураций поля было показано, что спонтанное нарушение симметрии приводит к возникновению перехода порядок-хаос с ростом плотности энергии классических калибровочных полей [14,7,16], а динамика калибровочных полей в Отсутствие спонтанного нарушения симметрии хаотично при любой плотности энергии [18]. Этот вывод был подтвержден изучением устойчивости топологических решений [18]. Изучение хаоса в классических калибровочных теории Янга – Миллса выявило несколько новых проблем. Одним из них является понимание роли полей Хиггса с точки зрения их влияния на хаотическую динамику классических калибровочных полей. Было показано, что классические поля Хиггса упорядочивают хаотическую динамику классических калибровочных полей при низких плотностях энергии и приводят к появлению перехода порядок-хаос [19,20]. Однако было продемонстрировано, что квантовые флуктуации абелева калибровочного поля, приводящие к спонтанному нарушению симметрии с помощью эффекта Коулмана – Вайнберга[20], регуляризируют хаотическую динамику пространственно однородной системы полей Янга – Миллса и Хиггса при малых плотностях энергии. В случае неабелевой теории калибровочных полей, такой как теория электрослабых взаимодействий. А именно, «включение» квантовых флуктуаций векторных калибровочных полей приводит к упорядочению при низких плотностях энергии, происходит переход от порядка к хаосу с ростом плотности энергии калибровочных полей. Это явление выходит за рамки классического подхода, и поэтому мы делаем шаг к пониманию роли хаоса в поле Янга-Миллса. Также отметим, что если отношение констант связи полей Янга – Миллса и Хиггса больше некоторого критического значения, то квантовые поправки не влияют на хаотическую динамику калибровочных и полей Хиггса. Простейшим кандидатом темной энергии является космологическая постоянная, уравнение состояния которой $\omega_A = p_A/\rho_A = -1$ согласуется с результатами Планка. Эта попытка, однако, страдает от так называемой проблемы космологической постоянной, огромного расхождения в 120 порядков между теоретическим предсказанием и наблюдаемыми данными.

Лагранжиан для трех идентичных копий абелевого поля (называемого здесь космической триадой в [20], не связанного с материей, дается выражением

$$L_A = -\sqrt{-g}\sum_{a=1}^{3}\left(\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F^{a}_{\mu\nu} + V(A^{a3})\right), \tag{1}$$

где $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu$ и $V(A^3)$ - потенциал для векторного поля, нарушающего калибровочную инвариантность, с $A^{a3} \equiv A^a_\mu A^{a\mu}$. Тензор энергии-импульса поля получается при варьировании лагранжиана (5) по метрике и равен $T^A_{\mu\nu} = \sum_{a=1}^{3} T^a_{\mu\nu}$,где

$$T^a_{\mu\nu} = [F^a_{\mu\rho}F^{a\rho}_{\nu} + 3\frac{dV}{dA^{a3}}A^a_\mu A^a_\nu - g_{\mu\nu}(\frac{1}{4}F^{a\rho\sigma}_{\rho\sigma} + V(A^3))]. \tag{2}$$

Варьирование (5) относительно полей A^a_μ дает уравнения движения

$$\partial_\mu(\sqrt{-g}F^{a\mu\nu}) = 3\sqrt{-g}V' A^{2a\nu}, \tag{3}$$

где отныне мы используем $V' \equiv \dfrac{dV}{dA^{a3}}$. В расширяющейся вселенной с метрикой ФЛРУ и масштабным коэффициентом a, каждый из трех векторов должен быть вдоль оси координат с одинаковой величиной. Анзац для i-компонент вектора A^a_μ, совместимых с однородностью и изотропией, имеет вид

$$A^a_i \equiv \delta^a_i A(t), \tag{4}$$

где скалярное произведение с единичным вектором неявно. Из (3) составляющая A^a_0 равна нулю, и, используя (4) в (3), уравнение движения становится

$$\ddot{A} + H\dot{A} + 3V' A = 0. \tag{5}$$

Давление и плотность энергии для космической триады получаются из (2)

$$\rho_A = \frac{3\dot{A}^2}{2a^2} + V, \tag{6}$$

$$p_A = -\frac{\dot{A}^2}{2a^2} - V. \tag{7}$$

При этом анзаце потенциал теперь зависит от $V(3A^2/a^2)$, а простое число является производной по $3A^2/a^2$. Предположим, что потенциал определяется как $V = V_0 e^{-\frac{3\lambda A^2}{a^2}}$, где V_0 - постоянная величина. При такой форме величина $V^{'}/V$ будет постоянной, как мы скоро увидим. Таким образом, для сопутствующего вектора $A^a_{ic} = A^a_i a$ (как использовано в [20]) потенциал не имеет явной зависимости от масштабного коэффициента. Если бы космическая триада была безмассовой, мы бы имели $\dot{A} \propto a^{-1}$, то есть $\rho_A \propto a^{-4}$, как это должно быть для релятивистской материи. Как мы уже говорили, мы предполагаем взаимодействие между космической триадой и баротропной жидкостью, заданной $3Q_m\dot{A}/a$, то есть правой частью уравнения (5) становится $Q_m a$. При наличии баротропной жидкости уравнения Фридмана

$$H^2 = \frac{1}{3}(\frac{3\dot{A}^2}{2a^2} + V + \rho_m), \tag{8}$$

$$\dot{H} = -\frac{1}{2}(-\frac{2\dot{A}^2}{a^2} - V + (1+\omega_m)\rho_m). \tag{9}$$

Теперь перейдем к динамическому анализу системы. Безразмерные переменные определяются как

$$x \equiv \frac{\dot{A}}{\sqrt{2}Ha}, y \equiv \frac{\sqrt{V(\phi)}}{H}, z \equiv \frac{A}{a}, \lambda \equiv -\frac{V^{'}}{V}, \Gamma \equiv \frac{VV^{''}}{V^{'2}} \tag{10}$$

Чтобы разобраться с динамикой системы, мы определим безразмерные переменные. Новые переменные будут характеризовать систему дифференциальных уравнений в виде:

$$X^{'} = f[X], \tag{11}$$

где X - вектор безразмерных переменных и простое число-производная по $\ln a$, где мы устанавливаем текущий масштабный коэффициент a_0 равным единице. Критические точки X_c - это те, которые удовлетворяют $X^{'} = 0$. Чтобы изучить устойчивость неподвижных точек, мы рассмотрим линейные возмущения U вокруг них, таким образом, $X = X_c + U$. В критической точке возмущения U удовлетворяют следующему уравнению :

$$U^{'} = JU, \tag{12}$$

где J - матрица Якоби. Устойчивость вокруг фиксированных точек зависит от природы собственных значений (μ) от J таким образом, что они являются устойчивыми точками, если все они имеют отрицательные значения, нестабильными точками, если все они имеют положительные значения, и седловыми точками, если хотя бы одно собственное значение имеет положительное (или отрицательное) значение, в то время как другие имеют противоположный знак. Кроме того, если любое собственное значение является комплексным числом, неподвижная точка может быть устойчивой ($Re \quad \mu < 0$) или нестабильной ($Re \quad \mu > 0$) спиралью из-за колебательного поведения ее мнимой части.

Параметр плотности темной энергии записывается в терминах этих новых переменных как

$$\Omega_A \equiv \frac{\rho_A}{3H^2} = x^2 + y^2, \tag{13}$$

таким образом, уравнение (8) может быть записано в следующем виде

$$\Omega_A + \Omega_m = 1, \tag{14}$$

где параметр плотности баротропной жидкости определяется через $\Omega_m = \rho_m/(3H^2)$.Из уравнений (13) и (14) x и y ограничены в фазовой плоскости соотношением

$$0 \le x^2 + y^2 \le 1, \tag{15}$$

из-за $0 \le \Omega_A \le 1$.

Уравнение состояния $\omega_A = p_A/\rho_A$ становится

$$\omega_A = \frac{-x^2 - y^2}{3x^2 - y^2}. \tag{16}$$

В зависимости от значения λ уравнение состояния может быть меньше минус одного. Полное эффективное уравнение состояния

$$\omega_{eff} = \frac{p_A + p_m}{\rho_A + \rho m} = \frac{x^2(-\frac{1}{3} - \omega_m) - y^2(3 + \omega_m) + \omega_m}{-2y^2}, \tag{17}$$

с ускоренным расширением для $\omega_{eff} < -1/3$. Динамическая система для переменных x, y, z и λ

$$\frac{dx}{dN} = -x + 3\sqrt{2}\lambda y^2 z - x(2x^2(1-3\omega_m) - 2y^2(1+\omega_m) + 2\lambda x^2 y^2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\omega_m) - x, \tag{18}$$

$$\frac{dy}{dN} = -3yz\lambda(\sqrt{2}x - z) + y^2(2x^2(1-3\omega_m) - 2y^2(1+\omega_m) + 2\lambda x^2 y^2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\omega_m), \tag{19}$$

$$\frac{dz}{dN} = \sqrt{2}x - z. \tag{20}$$

В работе рассмотрено действие с полем Янга-Миллса с потенциалом взаимодействия $V(A^{a3})$ на фоне метрики Фридмана. Получены уравнения движения для поля Янга-Миллса и уравнения Фридмана с учетом поля Янга-Миллса. Также вводя безразмерные переменные получены автономные уравнения, которые описывают динамику заданной модели. Данные уравнения будут исчезаться в дальнейшем с помощью численных методов.

Список использованной литературы

1. Spergel D. N. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Collaboration // The Astrophysical Journal. Supplement Series. 2003. –Vol. 148. P.175.

2. Komatsu E. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Collaboration // The Astrophysical Journal. Supplement Series. -2009.-Vol.180. P.330.

3. Perlmutter S. SNCP Collaboration // The Astrophysical Journal. Supplement Series. -1999. –Vol. 517. P.565.

4. Riess A.G. Supernova Search Team Collaboration // Astronomical Journal. 1998. –Vol. 116. P.1009.
5. Tegmark M. Sloan Digital Sky Survey Collaboration // Physical Review D. -2004. -Vol. 69, P.103.