РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

18	0,907055	0,783778	0,614952
40	0,907121	0,784434	0,617924
55	0,907368	0,786818	0,628103

Список использованных источников

1. Г.И.Фалин.Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. 3-е издание М.: АНКИЛ 2007.304с.
2. Электронный ресурс: Stat.gov.kz
3. И.И.Елисеева. Практикум по эконометрике М.: Финансы и статистика 2003. 192с
4. Н.Бауэрс. Актуарная математика. Под ред.В.К.Малиновского-М.: Янус-К 2001. 656с.
5. Г.И.Фалин. Актуарная математика в задачах, 2-е издание М.: Физматлит 2004. 240с.

ӘОЖ 510

БІРІНШІ РЕТТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ КОРРЕКТІЛІ КЕҢЕЮЛЕРІ ТУРАЛЫ

Берікбай Ақерке Сазаханқызы

akerke.berikbay@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 4-курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – М.М. Байбурин

$L_2(0,1)-$ кеңістігінде B_0-операторы берілсін

$$B_0 y = iy' + g(x)y \tag{1}$$

мұндағы $g(x) \in C[a,b]$ және нақты мәнді функция, ал оның анықталу облысы:

$D(B_0) = \{y \in AC[0,1], y' \in L_2(0,1): \quad y(0) = y(1) = 0\}$ (2)

Енді осы оператордың симметриялы болатынын көрсетеміз. $\overline{D(B_0)} = L_2(0,1)$. $\forall y, z \in D(B_0)$:

$$\langle B_0 y, z\rangle = \langle iy', z\rangle + \langle gy, z\rangle = i\int_0^1 y'(x)\overline{z(x)}dx + \int_0^1 g(x)y(x)\overline{z(x)}dx = y(x)z'(x)\Big|_0^1 - i\int_0^1 y(x)\overline{z'(x)}dx +$$

$$+\int_0^1 g(x)y(x)\overline{z(x)}dx == \int_0^1 y(x)\left[-i\cdot\overline{z'(x)} + g(x)\overline{z(x)}\right]dx = \int_0^1 y(x)\overline{\left[i\cdot z'(x) + g(x)z(x)\right]}dx = \langle y, B_0 z\rangle$$

онда B_0-симметриялы оператор.

а) Корректілі кеңеюлер сипаттамасы.

Берілген B_0-операторы келесі шекаралық есепті анықтайды

$$\begin{cases} iy'(x) + g(x)y = f(x), \\ y(0) = y(1) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

кейбір f үшін осы теңдеудің жалғыз шешімі бар, сондықтан $R(B_0)$ - да B_0^{-1} кері операторлары бар болады.

B_1 операторын қарастырайық:

$B_1 y = iy' + g(x)y$

$$D(B_1) = \{y \in AC[0,1], y' \in L_2(0,1): \quad y(0) = 0\} \tag{4}$$

Ол келесі корректілі есепті анықтайды:

$$\begin{cases} iy'(x)+g(x)y=f(x) \\ y(0)=0 \end{cases} \qquad (5)$$

B_0 – операторының басқа коррективі кеңеюлерін табайық. B_0^{-1} операторын табайық, ол үшін (3)- теңдеуінің шешімін табу қажет. $y(x)=u(x)v(x)$ болсын және $v(x)$ функциясы біртекті теңдеудің шешімі болсын деп есептейік:

$iv'(x)+g(x)v=0$

$v(x)=e^{i\int_0^x g(t)dt}$ - бір шешімі. Бұл шешімді (3)-ке қоямыз:

$iu'(x)v(x)+iu(x)v'(x)+g(x)u(x)v(x)=f(x),$

$iu'(x)v(x)+u(x)(iv'(x)+g(x)v(x))=f(x).$

Онда $iu'(x)v(x)=f(x),\quad u(x)=-i\int_0^x \frac{f(t)}{v(t)}dt+C_1$ аламыз және (5)-теңдеудің шешімі келесі түрде жазылады:

$y(x)=u(x)v(x)=v(x)\left(-i\int_0^x \frac{f(t)}{v(t)}dt+C_1\right).$

$y(0)=0$ шартынан $v(0)=1$ болғандықтан, $C_1=0$ теңдігін аламыз. Сондықтан $\left(B_1^{-1}f\right)(x)=-iv(x)\int_0^x \frac{f(t)}{v(t)}dt$.

B_1 операторы B_0 – операторының коррективі кеңеюі болады, өйткені B_1^{-1} кері операторы барлық жерде анықталған және үзіліссіз. Енді $R(B_0)$ – ді табайық. $y\in R(B_0)$: онда $y(1)=0$ теңдігінен $v(1)\neq 0$ болғанда $R(B_0)=\left\{f\in L_2(0,1):\ \int_0^1 f(t)e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt=0\right\}$ аламыз.

$\forall f\in L_2(0,1),\quad \varphi\in R(B_0)$ – ді $\varphi(x)=f(x)-cv(x)$ түрінде іздейміз.

$$\int_0^1 \varphi(t)e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt=\int_0^1 (f(t)-cv(t))e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt=0 \Rightarrow c=\int_0^1 f(t)e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt$$

B_0 операторының B_k коррективі кеңеюлеріне кері операторлар $B_k^{-1}f=B_1^{-1}f+Kf,\quad f\in L_2(0,1)$ түрінде табылады, мұндағы K – [2] – еңбектегі 1-теорема-дағы шарттарды қанағаттандырады.

Сол теорема бойынша $K\varphi=0$ болу керек, K – сызықты оператор деп алайық:

$$K\varphi=Kf(x)-c\cdot K\cdot v(x)=Kf(x)-\psi(x)\int_0^1 f(t)e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt,\ \text{ мұндағы } \psi(x)=Kv(x).$$

Онда $Kf=\psi(x)\int_0^1 f(t)e^{-i\int_1^t g(s)ds}dt$ түрін анықтаймыз, мұндағы $\psi'\in L(0,1),\quad \psi\in AC[0,1]$.

$\left(B_1^{-1}+k\right)f=0 \Rightarrow f=0$ шартынан, $\forall u\in D(B_k)$: $B_k u=f$ олай болса, $\dfrac{u(0)}{u(1)}=\dfrac{\psi(0)}{\psi(1)-i}$ шартын аламыз.

Соңында

$$(B_k u)(x)=iu'(x)+g(x)u(x)-\left(i\psi'(x)+g(x)\psi(x)\right)\frac{u(1)}{\psi(1)-i} \qquad (6)$$

аламыз.

$$D(B_k)=\{u\in AC[0,1], u'\in L_2(0,1):(\psi(1)-i)u(0)=u(1)\psi(0), \psi(1)-i\neq\psi(0)\} \qquad (7)$$

$B_k - B_0$ – дің сызықты коррректілі кеңеюлері.

b) Регулярлы кеңеюлердің сипаттамасы.

Коррректілі кеңеюлерден енді анықталу облысы $D(B)=\{y\in AC[0,1], y'\in L_2(0,1)\}$ болатын $By=iy'+g(x)y$ операторының коррректілі тарылуларын бөліп аламыз. Олар B_0 – дың регулярлы кеңеюлері болады.

Біз $B_0\subset B_k$ болатынын көрсеттік, енді $B_k\subset B$ шарты орындалуын талап етеміз. Бұл келесіні білдіреді:

1. $D(B_k)\subset D(B)$ - бұл шарт орынды.
2. $\forall y\in D(B_k)$: $B_k y=By$, яғни

$$(B_k y)(x)=iy'(x)+g(x)y(x)-\left(i\psi'(x)+g(x)\psi(x)\right)\frac{y(1)}{\psi(1)-i}=(By)(x)=iy'(x)+g(x)y(x)$$

Онда $i\psi'(x)+g(x)\psi(x)=0$ бұдан $\psi(x)=ce^{i\int_0^x g(t)dt}$, $\psi(0)=c$, $\psi(1)=ce^{i\int_0^1 g(t)dt}$ осыдан $y(0)\left(ce^{i\int_0^1 g(t)dt}-i\right)=cy(1)$ шығады. Онда B_0 операторының B_r регулярлы кеңеюлері мына түрде болады:

$$\begin{cases} B_r y=iy'+g(x)y, \\ D(B_r)=\left\{y\in AC[0,1], y'\in L_2(0,1): y(0)\left(ce^{i\int_0^1 g(t)dt}-i\right)=cy(1), c(e^{i\int_0^1 g(t)dt}-1)\neq i\right\}. \end{cases} \qquad (8)$$

Мысал. $g(x)=6\pi x^2$ берілсін, онда регулярлы кеңеюге сәйкес келетін коррректілі қойылған есеп аламыз:

$$\begin{cases} iy'(x)+6\pi x^2 y(x)=0 \\ (c-i)y(0)=cy(1) \end{cases}$$

c) Өзіне түйіндес регулярлы кеңеюлер сипаттамасы.[1]

Оларды B_s арқылы белгілейік: $B_s^*=B_s$ яғни

$D(B_s^*)=D(B_s)$, $\forall y\in D(B_s^*)$: $B_s^* y=B_s y=iy'+g(x)y$.

Түйіндес оператор былай анықталады:

$\forall y\in D(B_s), \forall z\in D(B_s^*)$: $\langle B_s y,z\rangle=\langle y,B_s^* z\rangle$.

$$\langle B_s y,z\rangle=\int_0^1 (iy'(x)+g(x)y(x))\overline{z(x)}dx=i\left(y(1)\overline{z(1)}-y(0)\overline{z(0)}\right)+\int_0^1 y(x)\overline{(iz'(x)+g(x)z(x))}dx=\langle y,B_s^* z\rangle$$

Бұдан,

$y(1)\overline{z(1)} = y(0)\overline{z(0)}$

$(\psi(1)-i)y(1)\overline{z(1)} - (\psi(1)-i)y(0)\overline{z(0)} = 0$

$(\psi(1)-i)y(1)\overline{z(1)} - \psi(0)y(1)\overline{z(0)} = 0$

$y(1)\left((\psi(1)-i)\overline{z(1)} - \psi(0)\overline{z(0)}\right) = 0$

$y(1) \neq 0$ онда

$(\psi(1)-i)\overline{z(1)} - \psi(0)\overline{z(0)} = 0$

$\left(\overline{\psi(1)}+i\right)z(1) - \overline{\psi(0)}z(0) = 0$

$z \in D\left(B_s^*\right) = D(B_s)$

Сондықтан $(\psi(1)-i)z(0) = \psi(0)z(1)$ болады.

Жүйе аламыз:

$$\begin{cases} \left(\overline{\psi(1)}+i\right)z(1) - \overline{\psi(0)}z(0) = 0 \\ \psi(0)z(1) - (\psi(1)-i)z(0) = 0 \end{cases}$$

$z(1) \neq 1, \quad не \quad z(0) \neq 0$ олай болса,

$$\begin{vmatrix} \overline{\psi(1)}+i & \overline{\psi(0)} \\ \psi(0) & \psi(1)-i \end{vmatrix} = 0$$

Осыдан, $\left(\overline{\psi(1)}+i\right)(\psi(1)-i) - \psi(0)\overline{\psi(0)} = \left(\overline{\psi(1)-i}\right)(\psi(1)-i) - |\psi(0)|^2 = |\psi(1)-i|^2 - |\psi(0)|^2 = 0$. Онда $|\psi(1)-i| = |\psi(0)|$. Ал, $\psi(0) = c, \quad \psi(1) = ce^{i\int_0^1 g(t)dt}$, яғни $\left|ce^{i\int_0^1 g(t)dt} - i\right| = |c|$. Ендеше

B_0 -дің B_s өзіне түйіндес коррективті кеңеюлері былай анықталады:

$B_s^* y = \mathrm{B}_s y = iy' + g(x)y$

$$D\left(B_s^*\right) = \left\{ y \in AC[0,1],\, y' \in L_2(0,1) : y(0)\left(ce^{i\int_0^1 g(t)dt} - i \right) = cy(1), \left| ce^{i\int_0^1 g(t)dt} - i \right| = |c| \right\}. \tag{9}$$

$\left| \dfrac{c}{ce^{i\int_0^1 g(t)dt} - i} \right| = \alpha$ деп белгілейік. $g(x) = 0$ болсын, онда $A_0 y = iy' \quad (D(A_0) = D(B_0))$ операторының өзіне коррективті кеңеюлерін аламыз:

$A_s y = iy'$

$D(A_s) = \{ y \in AC[0,1],\, y' \in L_2(0,1) : y(0)(c-i) = cy(1) \}.$

Егер $\dfrac{c}{c-i} = \alpha = 1$ болса, онда $c = c - i$ болады, осыдан $i = 1$. Бұл орындалмайды, онда $\alpha \neq 1$.

Осылай, біз барлық мүмкін өзіне түйіндес коррективті кеңеюлерді аламыз:

$$\begin{cases} \mathrm{B}_s y = iy' + g(x)y, \\ D\left(B_s^*\right) = \{ y \in AC[0,1],\, y' \in L_2(0,1) : y(0) = \alpha y(1), |\alpha| = 1, \alpha \neq 1 \}. \end{cases} \tag{10}$$

Теорема. (1), (2) шарттарымен анықталған B_0 – операторы берілсін. Бұл оператордың барлық сызықтық коррективті кеңеюлері B_k – (6), (7) – теңдіктері арқылы, B_r регулярлы кеңеюлері (8) – теңдікпен, ал B_0 операторының өзіне түйіндес регулярлы кеңеюлері (10) – формуламен анықталады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том 5 –М.:Государственное издательство физико-математической литературы, 1969, 562 с.
2. Кокебаев Б., Отелбаев М., Шыныбеков А. К вопросам расширения и сужения операторов.//ДАН СССР.-271,№6,1983.с.1307-1311.

МУЛЬТИПЛИКАТОР КЕҢІСТІГІНДЕГІ ҚАРАПАЙЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ КОЭРЦЕТИВТІ БАҒАЛАУЫ

Ғабит Ләззат
Labara_l@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Кусайнова Л.К

Бұл жұмыста келесі тұйық дифференциалдық операторды қарастырамыз

$$\mathrm{L}y = -y'' + q(t)y, \quad D(\mathrm{L}) \subset L_2(I) \qquad (1)$$

мұндағы $q \geq 1$, $q \in L_{2,loc}(I), I = (0,\infty)$. Келесі белгілеуді енгіземіз:

$C_0^\infty(I)$ барлық шексіз дифференциалданатын және *I-дағы* финитті функциялар классы; $L_2(I)$- *I*-да ақырлы нормасы бар барлық φ өлшемді функциялар кеңістігі

$$\|\varphi\|_2 = \left(\int_0^\infty |\varphi|^2 d\xi \right)^{1/2}.$$

$L_{2,loc}(I)$– әр аралықтағы $\Omega \subset I$ өлшемді функциялар кеңістігі $\varphi \in L_2(\Omega)$. $L_{2,v}^1(I)$ - ақырлы салмақты жартылай нормаланған барлық φ функциялар кеңістігі.

$$\left\|\varphi; L_{2,v}^1\right\|_2 = \left(\int_0^\infty |v(t)y'|^2 dt \right)^{1/2},$$

мұндағы $v \geq 0, v \in L_{loc}(I)$. (1)-дегі L, $L_2 = L_2(I)$-де минималды оператордың

$$\overset{\circ}{\mathrm{L}} = -\frac{d^2}{dx} + q, \quad D\left(\overset{\circ}{\mathrm{L}}\right) = C_0^\infty(I).$$

тұйықтаманы білдіреді. Анықтама бойынша

$$h^*(x) = \sup\left\{ h > 0 : \int_x^{x+h} \frac{q}{p}(t)dt \leq 1 \right\},$$