РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2018»
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS
of the XIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. М.: Наука 1971г.
4. Р.А.Калнин. Алгебра и элементарные функции. Москва. Наука. 1969г.
5. Кузнецов И.В. Краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка с переменным направлением параболичности: дис.канд.ф.-м.наук. М:Новосибирск-2005. –с.98.
http://www/rsl.ru/s97/s339/

ОЦЕНИВАНИЕ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СУММ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Жақсыбаева Гаухар Кайратовна
zhaxybayeva.gk@gmail.com

Магистрант 1-го курса механико-математического факультета, специальность «Математика»
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А.С. Искакова

Основной целью данной работы является исследование оценок максимального правдоподобия. Оценка максимального правдоподобия является популярным статистическим методом, который используется для создания статистической модели на основе данных и обеспечения оценки параметров модели [1].

Метод максимального правдоподобия (ММП) позволяет получить по крайней мере асимптотически несмещенные и эффективные оценки параметров распределения, которые имеют нормальный закон распределения [2]. В основе ММП лежит понятие функции правдоподобия выборки [3-4].

Пусть имеем случайную величину X, которая имеет распределение $P_x(t,\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k)$ и случайную выборку наблюдений за поведением этой величины $\mathbf{X}=(X_1,X_2,\ldots,X_n)$. Тогда функцией правдоподобия выборки $\mathbf{X}=(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ называется функция $\underline{L}$, зависящая от аргументов $\boldsymbol{\theta}=\{\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\}$, а от элементов выборки как от параметров и определяется равенством:

$$L(\boldsymbol{\theta},\mathbf{X})=\prod_{i=1}^{n}P(\boldsymbol{\theta},Y_i) \qquad (1)$$

Рассмотрим случай, когда оценки максимального правдоподобия не всегда существуют. Предположим, что урна содержит шары, и каждый шар в урне помечен некоторым значением прямоугольной матрицы $\mathbf{L}_\alpha=\left\|l_{\alpha_{ij}}\right\|_{m\times q}$, где элементы матрицы l_{α_i} произвольные целые числа из известного конечного множества. Допустим, что число возможных матриц L_α есть d. Пусть элементы вектора $p=(p_1,\ \ldots\ ,\ p_d)$ определяют вероятности извлечения из урны шара, помеченного соответственными матрицами $L_1,\ \ldots\ ,\ L_d$, причем

$$\sum_{\alpha=1}^{d}p_\alpha=1.$$

Производится последовательное извлечение n шаров из урны с возвращением, причем неизвестно, какие именно шары были вынуты из урны. Известно только значение матрицы $\mathbf{u}=\left\|u_{ij}\right\|_{m\times q}$, которая представляет сумму матриц на n вынутых из урны шаров. Для изучения данной ситуации требуется построение распределения вероятности u. Допустим, что V_u представляет число возможных сочетаний $r_{1_{v_u}}L_1,\ldots,\ r_{d\ v_u}L_d$,которые в сумме образовали матрицу u, где $r_{1_{v_u}},\ldots,\ r_{d\ v_u}$ определяют возможное количество вынутых шаров, которые помечены соответствующими матрицами $L_1,\dots, L_d$. Иначе говоря, следует, что V_{u} есть число разбиений матрицы u на части $L_1,\dots, L_d$. Из **результатов работ [5-7] следует** следующее утверждение. Вероятность, что случайная величина U примет значение матрицы u, есть

$$\mathrm{P}(\mathbf{U}=\mathbf{u})=\sum_{v_{\mathbf{u}}}^{V_{\mathbf{u}}} n!\prod_{\alpha=1}^{d}\frac{p_\alpha^{r_{\alpha v_{\mathbf{u}}}}}{r_{\alpha_{v_{\mathbf{u}}}}!}. \qquad (2)$$

Очевидно, что на практике не известны элементы вектора $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_d)$.
Следовательно формула (2) не находит фактического применения. В связи с этим возникает необходимость определения оценки вероятности (2).

Пусть $\mathbf{X}=(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_k)$ представляет выборку объема k из распределения (2) и $\mathbf{x}=(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k)$ есть наблюдавшиеся значения $\mathbf{X}$, где элементы $\mathbf{x}_i$ ($i=1, \dots, k$) представляют сумму матриц на n шарах, последовательно вынутых из урны с возвращением. Для каждого $i=1, \dots, k$ определим V_i число разбиений $\mathbf{x}_i$ на матрицы $\mathbf{L}_1, \dots, \mathbf{L}_d$. Векторы $\mathbf{r}_{1_i}=(r_{1_{1_i}},\dots, r_{d_{1_i}}), \dots, \mathbf{r}_{V_i}=(r_{1_{V_i}},\dots, r_{d_{V_i}})$, определяющие эти разбиения.

Найдем оценки максимального правдоподобия для параметров $p_1, \dots, p_d$ распределения (2). Логарифмическая функция правдоподобия для параметров $p_1, \dots, p_d$ распределения (2) можно представить в виде

$$\ln \mathrm{L}(\mathbf{x};\mathbf{p})=k\ln n!+\sum_{i=1}^{\mathrm{k}}\ln\sum_{v_i=1}^{V_i}\prod_{\alpha=1}^{d}\frac{p_\alpha^{r_{\alpha v_i}}}{r_{\alpha_{v_i}}!}-n\eta\ln\left(\sum_{\alpha=1}^{d}p_\alpha\right), \qquad \mathbf{(3)}$$

Где $\eta=\sum_{i=1}^{k}V_i$. Из чего следует, что при любом $\Delta=1, \dots, d$ имеем

$$\frac{\partial\ln \mathrm{L}(\mathbf{x};\mathbf{p})}{\partial p_\Delta}=\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\frac{r_{\Delta v_i}}{p_\Delta\Lambda_{v_i}}-n\eta, \qquad (4)$$

где при $i=1, \dots, k$, $v_i=1, \dots, V_i$

$$\Lambda_{v_i}=1+\sum_{\substack{w_i=1\\ w_i\neq v_i}}^{V_i}\prod_{\alpha=1}^{d}\frac{r_{\alpha_{v_i}}!}{r_{\alpha_{w_i}}!}p_\alpha^{r_{\alpha w_i}-r_{\alpha v_i}}. \qquad (5)$$

Как известно, оценки максимального правдоподобия $\hat{\mathbf{p}}=\left(\hat{p}_1,\dots,\hat{p}_d\right)$ для параметров $\mathrm{p}=(p_1, \dots, p_d)$ удовлетворяют следующему при $\Delta=1, \dots, d$

$$\hat{p}_\Delta=\frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\frac{r_{\Delta v_i}}{\Lambda_{v_i}}}{n\eta}. \qquad (6)$$

Так как $\sum_{\Delta=1}^{d}\hat{p}_\Delta=1,$ то

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\sum_{\Delta=1}^{d}\frac{r_{\Delta v_i}}{\Lambda_{v_i}}=n\eta. \qquad (7)$$

В силу (5) очевидно, что $\Lambda_{v_i}\geq 1$, при $i=1, \dots, k$, $v_i=1, \dots, V_i$, причем $\Lambda_{v_i}=1$, если $V_i=1$, иначе $\Lambda_{v_i}>1$. Из чего следует, что

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\sum_{\Delta=1}^{d}\frac{r_{\Delta v_i}}{\Lambda_{v_i}} \le \sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\sum_{\Delta=1}^{d} r_{\Delta v_i} = n\eta,$$

то есть

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i}\sum_{\Delta=1}^{d}\frac{r_{\Delta v_i}}{\Lambda_{v_i}} \ne n\eta, \qquad (8)$$

если при каком-нибудь $i=1, \dots, k$ $\Lambda_{v_i}>1$.

Значит (8) выполняется в случае, если $V_i=1$ при всех $i=1, \dots, k$. Следовательно, построение оценок максимального правдоподобия для параметров распределения представленной модели возможно только в том случае, когда элементы реализации выборки имеют не более одного разбиения на представленные части. Иными словами, если при всех $i=1, \dots, k$ $V_i=1$, то $\Lambda_{v_i}=1$, а значит в силу (6) при $\Delta=1, \dots, d$ имеем

$$\hat{p}_\Delta = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{v_i=1}^{V_i=1} r_{\Delta v_i}}{n\eta} = \frac{\sum_{i=1}^{k} r_{\Delta 1_i}}{nk},$$

то есть

$$\hat{p}_\Delta = \frac{z_{\Delta 1}}{nk}. \qquad (9)$$

Таким образом, верна следующая теорема.

Теорема. Если все элементы реализации выборки $x=(x_1, \dots, x_k)$ из распределения (2) имеют не более одного разбиения на представленные части, то существуют оценки максимального правдоподобия для параметров распределения (2), определяемые как

$$\hat{p}_\Delta = \frac{z_{\Delta 1}}{nk}.$$

Следствие. Если какой-нибудь элемент реализации выборки $x=(x_1, \dots, x_k)$ из распределения (2) имеет более одного разбиения на представленные части, то не существуют оценки максимального правдоподобия для параметров распределения (2).

Таким образом, установлено, что для представленной модели существуют оценки максимального правдоподобия, если все элементы наблюдений имеют не более одного разбиения на части.

Другими словами, если какой-либо элемент реализации выборки данной модели распределения имеет более одного разбиения, то при нахождении оценок максимального правдоподобия мы имеем ряд вычислительных проблем, которые ставят под сомнение практичность использования оценок максимального правдоподобия.

Список использованных источников

1. Ziskind I., Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection //IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1988. – Т. 36. – №. 10. – P. 1553-1560.
2. Mu T. et al. Optimal design and performance metric of broadband full-Stokes polarimeters with immunity to Poisson and Gaussian noise //Optics express. – 2016. – Т. 24. – №. 26. – P. 29691-29704.
3. An J., Seok M. G., Park D. Automatic on-chip backup clock changer for protecting abnormal MCU operations in unsafe clock frequency //IEICE Electronics Express. – 2016. – Т. 13. – №. 24. – P. 20160808-20160808.

4. Savchenko V. V. Enhancement of the noise immunity of a voice-activated robotics control system based on phonetic word decoding method //Journal of Communications Technology and Elec\-tro\-nics. – 2016. – T. 61. – №. 12. – P. 1374-1378.
5. Ayman I. Construction of the most suitable unbiased estimate distortions of radiation processes from remote sensing data //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2014. – T. 490. – №. 1. – P. 012113.
6. Ayman I. Statistical Research for Probabilistic Model of Distortions of Remote Sensing //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2016. – T. 738. – №. 1. – P. 012004.
7. Iskakova A. S. Determination of the most suitable unbiased estimate for a weather forecast being correc //Sibirskii Zhurnal Industrial'noi Matematiki. – 2002. – T. 5. – №. 1. – P. 79-84.

СОЛ СИММЕТРИЯЛЫ АЛГЕБРАНЫҢ ӘМБЕБАП ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫ МОДУЛІНІҢ БАЗИСІ

Жұман Н. М.
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі - Қозыбаев Д.Х.

Аңдатпа. Жұмыстың негізгі мақсаты – кейбір алгоритмдік мәселелерді және сол симметриялы алгебралармен байланысты комбиноторлық сұрақтарды зерттеу, сол симметриялы алгебраның әмбебап мультипликативті орама алгебрасының базисі құрастыру.

Аннотация. Основной целью работы является изучение некоторых алгоритмических задач и комбинаторных вопросов, связанных с левосимметричными алгебрами, построить базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебры левосимметричной алгебры.

Annotation. The main purpose of the work is to study some algorithmic problems and combinatorial questions connected with left-symmetric algebras, to develop the basis of the universal multiplicative envelope algebra of left-symmetric algebra.

Қандай да бір k өрісі үстіндегі A векторлық кеңістігі *сол симметриялы* алгебра деп аталады, егер кез келген $x, y, z \in A$ үшін келесі тепе – теңдік орындалса

$$(xy)z - x(yz) = (yx)z - y(xz) \qquad (1)$$

Сол симметриялы алгебралардың базисін Д. Сгеал [1] тұрғызды. А. Жұмаділдаев [2, 3] оң сииметриялы алгебралардың минимальды тепе-теңдіктерін зерттеді. Д.Қозыбаев пен У. Өмірбаев оң симетриялы алгебралар үшін Магнус енгізуін дәлелдеді.

A– сол симметриялы алгебра болсын және $U(A)$ арқылы A алгебрасының әмбебап мультипликативті орама алгебрасын белгілейтін боламыз ([5] қара). Ал $l_x, r_x \in U(A)$ арқылы x айнымалысына оң және сол жағынан көбейтілген әмбебап операторлар, мұндағы $x \in A$. $U(A)$ бірлік элементі бар, l_x сол жағынан көбейту және r_x оң жағынан көбейту операторларымен туындалған ассоциативті алгебра. (1) қатынасынан $U(A)$ алгебрасының анықтаушы қатынастары шығады: