РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12[th] April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2018»
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS
of the XIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

УДК 517.51

ОБ УСЛОВИЯХ КОМПАКТНОСТИ ПОТЕНЦИАЛА РИССА В ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ

Матин Даурен Тюлютаевич
d.matin@mail.ru
Старший преподаватель кафедры высшей математики, PhD доктор ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.А. Бокаев

В данной работе приводятся условия компактности усеченного потенциала Рисса из L_p в $LM_{pp,w}$.

Сначала приведем некоторые определения.

Определение 1. Пусть $0 < p,\theta \le \infty$, и пусть w не отрицательные, измеримые функции в $(0,\infty)$ Мы обозначим через $LM_{p\theta,w} \equiv LM_{p\theta,w}(\mathrm{R}^n)$ локальное пространство типа Морри. Это пространство всех функции $f \in L_p^{loc}(R^n)$ с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{LM_{p\theta,w}} = \left\| w(r) \|f\|_{L_p(B(0,r))} \right\|_{L_\theta(0,\infty)} = \left(\int_0^\infty \left| w(r) \left(\int_{B(0,r)} |f(y)|^p dy \right)^{\frac{1}{p}} \right|^\theta dr \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

где $B(0,r)$ шар с центром в точке 0 и с радиусом r .

Пространство $LM_{p\theta,w}$ совпадает с пространством $LM_{p\theta}^{\lambda}$ при $w(r) = r^{-\lambda}$ и квазинорма равняется

$$\|f\|_{LM_{p\theta}^{\lambda}} \equiv \|f\|_{LM_{p\theta}^{\lambda}(\mathrm{R}^n)} = \left(\int_0^\infty \left(\frac{\|f\|_{L_p(B(0,r))}}{r^\lambda} \right)^\theta \frac{dr}{r} \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

Определение 2. Пусть $0 < p,\theta < \infty$. Мы обозначим через Ω_θ множество всех неотрицательных измеримых функции w на $(0,\infty)$ не эквивалентных 0 и таких, что для некоторых $t > 0$, выполняются следующие условия

$$\|w(r)\|_{L_\theta(t,\infty)} < \infty.$$

Пространство $LM_{p\theta,w}$ нетривиально тогда и только тогда, когда $w \in \Omega_\theta$. В частности пространство $LM_{p\theta}^{\lambda}$ нетривиально тогда и только тогда, когда $\lambda > \dfrac{1}{\theta}$ если $\theta < \infty$, $\lambda \ge 0$ если $\theta = \infty$, Для измеримого множества $\Omega \subset R^n$ и для неотрицательных измеримых функции v на Ω, через $L_{p,v}(\Omega)$ обозначим весовое L_p - пространство всех измеримых функции f на Ω таких, что

$$\|f\|_{L_{p,v}(\Omega)} = \|vf\|_{L_p(\Omega)} < \infty$$

Известно, что, если $1 \le p \le \infty$, тогда

$$\|f\|_{LM_{pp,w}} \le \|f\|_{L_{p,W}(R^n)},$$

и если $1 \le p \le \infty$, тогда

$$\|f\|_{L_{p,W}(R^n)} \le \|f\|_{LM_{pp,w}},$$

где

$$W(x) = \|w\|_{L_p(|x|,\infty)},$$

для $x \in R^n$.

Потенциал Рисса I_α порядка $\alpha\,(0 < \alpha < n)$ играет важную роль в гармоническом анализе и в теории потенциалов, и определяется следующим образом

$$I_\alpha f(x) = C_{n,\alpha} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}}\, dy$$

где $C_{n,\alpha} = \dfrac{\Gamma\left(\frac{n-\alpha}{2}\right)}{2^\alpha \pi^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$.

Следует отметить, что оператор I_α не является компактным. В связи с этим рассматривают так называемый усеченный потенциалом Рисса J_α порядка $\alpha\,(0 < \alpha < n)$ определенный следующим образом

$$J_\alpha f(x) = C_{n,\alpha} \int_{|y| \le 2|x|} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}}\, dy,$$

подробно изученный в работах [3], [4].

Теорема 1. Предположим, что $1 \le p \le \infty, \alpha > \dfrac{n}{p}$ и $w \in \Omega_p$. Тогда следующее условие необходимо и достаточно для ограниченности усеченного потенциала Рисса J_α из $L_p(\mathbb{R}^n)$ в $LM_{pp,w}$

$$\sup_{r>0}\left(\int\limits_{\mathbb{R}^n\setminus B(0,r)} |x|^{(\alpha-n)p}\,\|w\|^p_{L_p(|x|,\infty)}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} r^{\frac{n}{p'}} < \infty. \qquad (1)$$

Теорема 2. Пусть $1\le p\le\infty, \alpha>\dfrac{n}{p}$ и $w\in\Omega_p$. Усеченный потенциал Рисса J_α компактно действует из $L_p(\mathbb{R}^n)$ в $LM_{pp,w}$ тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия

$$\sup_{r>0}\left(\int\limits_{{}^cB(0,r)} |x|^{(\alpha-n)p}\,\|w\|^p_{L_p(|x|,\infty)}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} r^{\frac{n}{p'}} < \infty$$

и

$$\lim_{a\to 0^+}\sup_{0<r<a}\left(\int\limits_{B(0,a)\setminus B(0,r)} |x|^{(\alpha-n)p}\,\|w\|^p_{L_p(|x|,\infty)}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} r^{\frac{n}{p'}}$$

$$=\lim_{b\to+\infty}\sup_{r\ge b}\left(\int\limits_{B(0,r)} |x|^{(\alpha-n)p}\,\|w\|^p_{L_p(|x|,\infty)}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} (r^n-b^n)^{\frac{1}{p'}} = 0$$

Следствие. Пусть $1\le p\le\infty, \alpha>\dfrac{n}{p}$ и $0<\lambda<\infty$. Усеченный потенциал Рисса J_α компактно действует из $L_p(\mathbb{R}^n)$ в LM^{λ}_{pp} тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия

$$\sup_{0<r<a}\left(\int\limits_{B(0,r)\setminus B(0,a)} |x|^{(\alpha-n)p+1-p\lambda}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} r^{\frac{n}{p'}} < \infty,$$

$$\lim_{a\to 0^+}\sup_{0<r<a}\left(\int\limits_{B(0,r)\setminus B(0,a)} |x|^{(\alpha-n)p+1-p\lambda}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} r^{\frac{n}{p'}},$$

$$=\lim_{b\to+\infty}\sup_{r\ge b}\left(\int\limits_{B(0,r)} |x|^{(\alpha-n)p+1-p\lambda}\,dx\right)^{\frac{1}{p}} (r^n-b^n)^{\frac{1}{p'}} = 0$$

Список использованных источников

1. Burenkov V. I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces. I. *Eurasian Mathematical Journal*, Volume 3, Number 3, pp. 11 - 32, 2012.

2. Burenkov V. I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces. II. *Eurasian Mathematical Journal*, Volume 4, Number 1,pp. 21 - 45, 2013.
3. V.M.Kokilashvili Boundedness and Compactness Criteria for a Generalized Truncated Potential. *Tr. Math. Inst. Steklova* Volume 232, pp. 164-178, 2001.
4. E.Sawyer Multipliers of Besov and power-weighted L^2 spaces. *Tr. Indiana Univ. Math. J.* Volume 33 3, pp. 353-366, 1984.

О КОММУТАТИВНЫХ ГРУППАХ ЭЛЕМЕНТОВ ГРУППЫ

Мауль Ангелина Александровна
Angelina_maul@mail.ru
Студент 1 курса факультета физики, математики и информационных технологий ПГУ им.С.Торайгырова, Павлодар, Казахстан
Научный руководитель - Павлюк Иван Иванович

Введение

Ключевые слова: критерий коммутативности группы

Известно [1] , что центрально эквивалентные элементы группы коммутирует между собой, т.е. для каждой пары элементов $<$ x$, y >$ группы, связанных отношением

$(\text{x} \ {}_1\!\equiv y) \overset{def}{\Longleftrightarrow} (C(x) = C(y))$ центральной эквивалентности, выполняется бинарное отношение $(x \ {}_k\!\equiv \text{y}) \overset{def}{\Longleftrightarrow}$ (xy = yx) коммутативности. Нетрудно видеть, что отношение ${}_k\!\equiv$ коммутативности рефлексивно и симметрично. Нетранзитивность этого отношения легко устанавливается, используя пример группы $S_3 = \{e, a, a^2, b, ab, a^2b\}$ с генетическим кодом $b^2 = a^3 = e, ba = a^2b$. Очевидно, элементы b и e коммутируют между собой, т.е., $e \ {}_k\!\equiv a$ но из сравнений $(b \ {}_k\!\equiv e)\&(e \ {}_k\!\equiv \ a)$ не следует, что $b \ {}_k\!\equiv a$, поскольку $b \notin C(a)$. Таким образом, отношение коммутативности ${}_k\equiv$, заданное на элементах произвольной группы не является отношением эквивалентности. Возникает вопрос: когда отношение ${}_k\equiv$, заданное на элементах произвольной группы, будет отношением эквивалентности?

Визуализация абстрактного алгебраического объекта имеет важное методологическое значение и является вкладом в теорию познания и диалектическую логику. Мультиграф может обладать в отличие от графа более чем одним ребром, исходящим (входящим) в вершину, этим он более полно характеризует бинарное отношение, рассматриваемое но элементах группы , и дает исчерпывающие качественные характеристики объектов группы. В работе представлен мультиграф отношения коммутативности симметрической группы S_3. С основными понятиями теории группы можно ознакомиться в [2].

На отмеченный выше вопрос отвечает следующий результат, дающий критерий абелевости произвольной группы G.

Основная часть

Предложение. Отношение ${}_k\!\equiv$ является отношение эквивалентности на элементах группы G тогда и только тогда, когда группа G абелева.