РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12[th] April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

УДК 517.957, 517.958

ОДНОСОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ (2+1)-МЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА-МАКСВЕЛЛА-БЛОХА.

Назырбаев А.А.

asylbeknazarbayev@gmail.com

Магистрант механико-математического факультета ЕНУ им.Л.Н Гумилева,

Астана, Казахстан

Научный руководитель − К.Р. Есмаханова

Исследование солитоновых волн и их свойств, стало одной из актуальных областей изучения в нелинейных науках, так как солитоны дают возможность их применения, главным образом в области коммуникации [1-7]. В оптических волокнах, существуют два типа различных солитонов. Один из них описывается нелинейным уравнением Шредингера. Механизм, которого основан на балансе между дисперсией второго порядка и нелинейности. Другой вид распространения солитона без потерь импульса, является явление самоиндуцированной прозрачности в резонансной двухуровневой среде, отклик, который описывается системой Максвелла-Блоха. В других ситуациях два типа солитонов могут существовать в волоконной среде, и может описываться обобщенным уравнением Шредингера-Максвелла-Блоха. В этой статье рассмотрены преобразование Дарбу для (2 + 1) – мерного уравнения ШМБ (ШМБ) и нахождения его солитонных решений. В начале настоящей работы излагается представление Лакса для уравнения ШМБ. Применяя преобразования Дарбу получаем солитонные решения заданного уравнения.

Цель данной статьи - найти односолитонных решений для (2+1) - мерного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха, которые записываются следующим образом:

$$iq_t + q_{xy} - vq - 2ip = 0, \tag{1}$$

$$ir_t - r_{xy} + vr - 2ik = 0, \tag{2}$$

$$v_x + 2(rq)_y = 0, \tag{3}$$

$$p_x - 2i\omega p - 2\eta q = 0, \tag{4}$$

$$k_x + 2i\omega k - 2\eta r = 0, \tag{5}$$

$$\eta_x + rp - kq = 0, \tag{6}$$

где $q, k, r, v, p-$ комплексные функций, $\eta-$ действительная функция, $\omega-$ действительная постоянная и индексы $x, y, t-$ частные производные по соответствующим переменным. Уравнение ШМБ интегрируемо относительно преобразованием Лакса.

Используя представление Лакса для (2+1) – мерной системы уравнений ШМБ, получаем линейные задачи для двумерного уравнения ШМБ, которые выражаются через представление Лакса:

$$\Psi_x = A\Psi, \tag{7}$$

$$\Psi_t = 2\lambda A\Psi_y + B\Psi, \tag{8}$$

где $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda, x, y, t) \\ \psi_2(\lambda, x, y, t) \end{pmatrix}$, $\lambda -$спектральный параметр, A и B имеют следующую вид:

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0 \ , \qquad B = B_0 + \frac{i}{\lambda + \omega} \ . \tag{9}$$

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -r & 0 \end{pmatrix} \ , \ B_0 = -0.5iv\sigma_3 + i\begin{pmatrix} 0 & q_0 \\ r_y & 0 \end{pmatrix} \ , \ B_{-1} = \begin{pmatrix} \eta & -p \\ -k & -\eta \end{pmatrix} \ . \tag{10}$$

Здесь σ_3 равно $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $A_0, A, B_0, B_{-1} -$ матрицы размерности 2х2.

Преобразование Дарбу для (2+1)–мерного уравнения ШМБ.

Рассмотрим линейную функцию $\Psi^{[1]}(\lambda, x, y, t)$ в виде

$\Psi^{[1]}(\lambda, x, y, t) = T(\lambda, x, y, t) \cdot \Psi(\lambda, x, y, t)$.

Тогда ее представление Лакса имеет вид:

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]}\Psi^{[1]}, \tag{11}$$

$$\Psi_t^{[1]} = 2\lambda\Psi_y^{[1]} + B^{[1]}\Psi \ . \tag{12}$$

Здесь $A^{[1]}$ и $B^{[1]}$ зависят от функции $q^{[1]}, v^{[1]}, p^{[1]}, \eta^{[1]}$.

$$T(\lambda, x, y, t) = \lambda I - M(\lambda, x, y, t) \,). \tag{13}$$

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Если предположим, что матрица M задается в каноническом виде произведения трех матриц:

$$M = H\Lambda H^{-1} \tag{15}$$

$$H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x, y) & \psi_1(\lambda_2; t, x, y) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x, y) & \psi_2(\lambda_2; t, x, y) \end{pmatrix} \ , \ \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \ . \tag{16}$$

Находив H^{-1}, и подставляя ее (16) в (15), получим следующие:

$$\lambda_2 = -\lambda_1^* \ , \ M = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} (\lambda_1|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2) & (\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1\psi_2^* \\ -(\lambda_1^* - \lambda_2^*)\psi_1^*\psi_2 & -(\lambda_1|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2) \end{pmatrix}, \qquad \Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 \ . \tag{17}$$

Соотношение между функциями $q^{[1]}, v^{[1]}, p^{[1]}, \eta^{[1]}$ и матрицами $A^{[1]}$, $B^{[1]}$ являются такими же между q, k, r, v, p и матрицами A и B. Тогда из линейной системы (11), (12) подставляя значения матрицы $T, A^{[1]}$ и $B^{[1]}$, получаем следующие линейные уравнения:

$$T_x + TA - A^{[1]}T = 0 \tag{18}$$

$$T_t + 2\lambda T + TB = 2\lambda T_y + B^{[1]}T \tag{19}$$

Подставляя все значения в (18), (19) и разложим полученные выражения по степеням λ. Тогда выведем следующие:

$$q^{[1]} = q - \frac{2i(\lambda_1 - \lambda_2)\psi_1\psi_2^*}{\Delta}, \tag{20}$$

$$v^{[1]} = v - 4i\left(\frac{\lambda_1|\psi_1|^2 + \lambda_2|\psi_2|^2}{\Delta}\right). \tag{21}$$

Односолитонные решения (2+1) – мерного уравнения ШМБ. Чтобы получить односолитонные решения, необходимые удовлетворяющего следующего условия $q = 0, \quad v = 0, \quad \eta = 0, \quad p = 0$. Тогда линейная система представления Лакса выглядит следующим образом:

$$\Psi_{1x} = -i\lambda\Psi_1, \tag{22}$$

$$\Psi_{2x} = i\lambda\Psi_2, \tag{23}$$

$$\Psi_{1t} = 2\lambda\Psi_{1y} + \frac{i}{\lambda+\omega}\Psi_1, \tag{24}$$

$$\Psi_{2t} = 2\lambda\Psi_{2y} - \frac{i}{\lambda+\omega}\Psi_2, \tag{25}$$

По системе уравнений (22)-(25) выведем следующее точное решение:

$$\Psi_1 = \Psi_{10}e^{-i\lambda_1 x + i\mu_1 y + i(2\lambda_1\mu_1 y + \frac{1}{\lambda_1+\omega})t}, \tag{26}$$

$$\Psi_2 = \Psi_{20}e^{i\lambda_1 x - i\mu_1 y - i(2\lambda_1\mu_1 y + \frac{1}{\lambda_1+\omega})t}. \tag{27}$$

или в виде

$$\Psi_1 = e^{-i\lambda_1 x + i\mu_1 y + i(2\lambda_1\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1+\omega})t + \delta_1 + i\delta_2}, \tag{28}$$

$$\Psi_2 = e^{i\lambda_1 x - i\mu_1 y - i(2\lambda_1\mu_1 + \frac{1}{\lambda_1+\omega})t - \delta_1 - i\delta_2 - i\delta_0}, \qquad (29)$$

Окончательный вид односолитонного решения (2+1) – мерного уравнения ШМБ представлен в следующем виде

$$q^{[1]} = 2be^{L_1} \cos ecN_1, \qquad (30)$$

$$v^{[1]} = [ai\cos N_1 + b\sin(N_1 / i)]\cos ecN_1, \qquad (31)$$

$$\eta^{[1]} = \frac{(\tau^2 - 8b^2)\sec^2 N_1}{\theta}, \qquad (32)$$

$$p^{[1]} = \frac{4ib\,\tau e^{L_1} \sec^2 N_1}{\theta}. \qquad (33)$$

Таким образом, в статье рассмотрено (2+1) – мерное уравнение ШМБ методом преобразования Дарбу и построены односолитонные решения в виде (30)-(33). Данные односолитонные решения могут быть использованы в дальнейших вычислениях других решении уравнений ШМБ (1)-(6).

Список использованных источников

1. K. R. Yesmakhanova. N. ShaikhovaG. T. BekovaZh. R. Myrzakulova. Determinant Reprentation of Dardoux Transformation for the (2+1)-Dimensional Schrödinger-Maxwell-Bloch Equation // Symmetry, 2015, vol.7, p. 1352.
2. Kh. Zhunussova, K. R. Yesmakhanova, D. I. Tungushbaeva, G. K. Mamyrbekova, G.N. Nugmanova, R. Myrzakulov. Integrable Heisenberg Ferromagnet Equations with selfconsistent potentials // International Journal of Mathematical, Computational, Statistical, Natural and Physical Engineering. Ithaca, USA. 2015, vol.9, № 8, P. 328-331.
3. V. B. Matveev. Positon and solitonpositon collisions: KdV case// Physics Letters A, Saint Petersburg, Russia. 1991, vol. 166, p. 209-212.
4. Matveev V., B Salle M. A Darboux transformations and solitons// Berlin : Springer-Verlag, 1991, p. 120.
5. Chaohao Gu, Hesheng Hu, Zixiang Zhou, 2+1 Dimensional integrable systems // Theory and their Applications to Mathematical. Berlin: Springer, 2005, p. 65-101.
6. R. Guo and et. all. The analytical study of solitons to the nonlinear Schrödinger equation with resonant nonlinearity // Science Direct. 2017, vol. 130 p. 378-382.
7. X.J. Zhao, R. Guo, H.Q. Hao. // Appl. Math. Lett, 2013, vol. 75, p. 114.