РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Абылаева А. М., Байарстанов А., О, Ойнаров Р., Весовые дифференциальное неравенсо Харди на множестве $\overset{o}{AC}(I)$. //2014.Т.55., №3,С. 477-493
2. G.H. Hardy., J. E. Littlewood, G. Polya., Inequalities 1952, Cambridge.

УДК 519.6

ПРЕДЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ НЕТОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССОВ СОБОЛЕВА

Сағидолла Ляззат Сағидоллақызы

Liazka_s@mail.ru

Магистрант 2-го года обучения Института теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н.Гумилев, Астана, Казахстан

Научный руководитель – А.Ж. Жубанышева

Сформулируем общую задачу восстановления в контексте Компьютерного (вычислительного) поперечника (в сокращении – К(В)П, соответствующую историю, сравнения с подобными исследованиями см. напр., в [1]).

В К(В)П-исследовании центральным является следующее определение

$$\delta_N(\varepsilon_N;D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N;T;F;D_N)_Y \equiv \inf_{\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\in D_N} \delta_N\left(\varepsilon_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y,$$

где

$$\delta_N\left(\varepsilon_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y \equiv \delta_N\left(\varepsilon_N;T;F;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y \equiv \sup_{\substack{f\in F\\ \left|\gamma_N^{(\tau)}\right|\le 1(\tau=1,\dots,N)}} \left\|Tf(\cdot)-\varphi_N\left(l_N^{(1)}(f)+\gamma_N^{(1)}\varepsilon_N^{(1)},\dots,l_N^{(N)}(f)+\gamma_N^{(N)}\varepsilon_N^{(N)};\cdot\right)\right\|_Y.$$

Здесь *математическая модель* задается посредством оператора $T:F\mapsto Y$, где F класс функций и $Y-$ нормированное пространство функций, заданных соответственно на Ω_F и Ω_Y .Числовая информация $l^{(N)}=\left(l_N^{(1)}(f),\dots,l_N^{(N)}(f)\right)$ объема $N(N=1,2,\dots)$ об f из класса F снимается с линейных функционалов $l_N^{(1)},\dots,l_N^{(N)}$ (в общем случае не обязательно линейных). *Алгоритм переработки информации* $\varphi_N(z_1,\dots,z_N;\cdot):C^N\times\Omega_Y\mapsto C$ есть соответсвие, которое при всяком фиксированном $(z_1,\dots,z_N)\in C^N$ как функция от $(\cdot)$ есть элемент Y . Всюду ниже запись $\varphi_N\in Y$ будет означать, что φ_N удовлетворяет всем перечисленным выше условиям, через $\{\varphi_N\}_Y$ обозначим множество, составленное из всех $\varphi_N\in Y$. И, наконец, определим *вычислительный агрегат* $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$. Сначала точные значения $l_\tau(f)$ заменяются с заданной точностью $\varepsilon_N^{(\tau)}\ge 0$ на приближенные значения $z_\tau\equiv z_\tau(f),\left|z_\tau(f)-l_N^{(\tau)}(f)\right|\le\varepsilon_N^{(\tau)}(\tau=1,\dots,N)$. Затем числа $z_\tau\equiv z_\tau(f)\,(\tau=1,\dots,N)$ перерабатываются посредством алгоритма φ_N до функции $\varphi_N(z_1(f),\dots,z_N(f);\cdot)$, которая и будет составлять вычислительный агрегат $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\equiv\varphi_N(z_1(f),\dots,z_N(f);\cdot)$. $D_N\equiv D_N(F)_Y-$ данный набор комплексов $\left(l_N^{(1)},\dots,l_N^{(N)};\varphi_N\right)\equiv\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$.

Записи $A<<B$ $(B\ge 0)$ и $A\succ\prec B$ $(A\ge 0,\ B\ge 0)$ соответственно означают $|A|\le cB$ и одновременное выполнение $A<<B$ и $B<<A$. В целях сокращения речи будем говорить

«*Вычислительный агрегат* $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\in D_N$ *поддерживает оценку снизу* $\vartheta_N << \delta_N\left(0;T;F;D_N\right)_Y$ », если выполнены неравенства $\delta_N\left(0;T;F;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y << \vartheta_N$.

В рамках приведенных обозначений и определений, проблема оптимального восстановления по неточной информации, оформленная под названием *«Компьютерный (вычислительный) поперечник»,* заключается, в собирательном смысле, в последовательном решении трех задач:

При заданных F,Y,T,D_N (фиксированных всюду по последующему контексту):

К(В)П-1: Находится порядок $\succ\!\!\!\prec \delta_N\left(0;D_N\right)_Y \equiv \delta_N\left(0;T;F;D_N\right)_Y$, – *информативная мощность набора вычислительных агрегатов* $D_N \equiv D_N\left(F\right)_Y$;

К(В)П-2: Производится построение конкретного вычислительного агрегата $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ из $D_N \equiv D_N\left(F\right)_Y$, поддерживающего порядок $\succ\!\!\!\prec \delta_N\left(0;D_N\right)_Y$, для которого исследуется задача существования и нахождения последовательности $\tilde{\varepsilon}_N \equiv \tilde{\varepsilon}_N\left(D_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \equiv \left(\tilde{\varepsilon}_N^{(1)},...,\tilde{\varepsilon}_N^{(N)}\right)$ с неотрицательными компонентами, – К(В)П-2 – предельной погрешности (соответствующей вычислительному агрегату $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$), такой, что $\delta_N\left(0;D_N\right)_Y \succ\!\!\!\prec \delta_N\left(\tilde{\varepsilon}_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \equiv \sup\left\{\left\|Tf(\cdot)-\bar{\varphi}_N\left(z_1(f),...,z_N(f);\cdot\right)\right\|_Y : f\in F, \left|\bar{l}_\tau(f)-z_\tau(f)\right| \le \varepsilon_N^{(\tau)}\left(\tau=1,...,N\right)\right\}$, с одновременным выполнением

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N \to +\infty):\ \overline{\lim_{N\to+\infty}} \delta_N\left(\eta_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \Big/ \delta_N(0;D_N)_Y = +\infty .$$

К(В)П-3: Устанавливается массивность предельной погрешности $\tilde{\varepsilon}_N\left(D_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y$: находится как можно большое множество $D_N\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ (обычно связанных со структурой исходного $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$) вычислительных агрегатов $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$, построенных по всевозможным (не обязательно линейным) функционалам $l_1,\dots,l_N$, таких, что для каждого из них выполнено соотношение

$$\forall \eta_N \uparrow +\infty (0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N \to +\infty):\ \overline{\lim_{N\to+\infty}} \delta_N\left(\eta_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y \big/ \delta_N(0;D_N)_Y = +\infty.$$

В работе расматривается следующая конкретизация К(В)П-исследования:

$Tf=f$ – функция. Все рассматриваемые функции будем считать определенными на всем пространстве R^s, 1-периодическими по каждой из своих s $(s=1,2,...)$ переменных и суммируемыми на кубе периодов $[0,1]^s$.

Класс Соболева $SW_2^r(0,1)^s$ $(s=1,2,...;r>0)$ есть множество всех 1-периодических по каждой переменной функции $f(\cdot)$ коэффициенты Фурье – Лебега которых удовлетворяют условиям

$$f(x)=\sum_{m\in Z^s} f(m)e^{2\pi i(m,x)},\ \sum_{m\in Z^s}\left|\hat{f}(m)\right|^2\left(\overline{m}_1...\overline{m}_s\right)^{2r} \le 1\left(\overline{m}=\max\left\{\overline{m},1\right\}\right) .$$

$Y=C[0,1]^s$ – класс непрерывных функции на $[0,1]^s$, информация от функций снимается с тригонометрических коэффициентов Фурье – Лебега

$l_N^{(\tau)}(f)=\hat{f}\left(m^{(\tau)}\right)\ (\tau=1,2,...,N)$, где $\hat{f}(m) = \int\limits_{[0,1]^s} f(x) e^{-2\pi i (m,x)} dx$. И

$$D_N = \left\{ l_N^{(1)}(f) = \hat{f}(m^{(1)}), \dots, l_N^{(N)}(f) = \hat{f}(m^{(N)}) : m^{(1)} \in Z^s, \dots, m^{(N)} \in Z^s \right\} \times \{\varphi_N\}_Y .$$

Для положительного R под $\Gamma_R \equiv \Gamma_R^{(s)}$ будем понимать множество (так называемый *гиперболический крест*)

$$\Gamma_R = \left\{ m = (m_1, \dots, m_s) \in Z^s : \overline{\overline{m}} = \overline{m_1} \dots \overline{m_s} \le R \right\}.$$

Ш.Ажгалиевым получена оценка погрешности приближения функций из доминирующих классов Соболева. Здесь оценка снизу берется по всем возможным линейным функционалам, а оценка сверху достигается на вычислительных агрегатах, построенных на основе тригонометрических коэффициентов Фурье-Лебега

$$\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) = \varphi_N(\hat{f}(m^{(1)}), \dots, \hat{f}(m^{(N)}); x) = \sum_{m \in \Gamma_R} \hat{f}(m) e^{2\pi i (m,x)}.$$

Именно, справедлива

Теорема А [2]. Пусть дано целое положительное число s и действительное число $r > \frac{1}{2}$. Тогда имеет место соотношение $(N = 1,2,\dots)$

$$\delta_N\left(0; f; SW_2^r(0,1)^s; L^N\right)_{C[0,1]^s} \equiv \inf_{\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) \in L^N} \sup_{f \in SW_2^r(0,1)^s} \left\| f(\cdot) - \varphi_N(l_N^{(1)}(f), \dots, l_N^{(N)}(f); \cdot) \right\|_{C[0,1]^s} \succ\prec \frac{\ln^{r(s-1)} N}{N^{r-\frac{1}{2}}}. \ .$$

Таким образом, Ш.Ажгалиевым решена задача К(В)П-1 в случае восстановления функций из классов Соболева в равномерной метрике.

Нами в данной конкретизаций решена задача К(В)П-2. Получен порядок приближения функций из классов Соболева по неточной информации. Именно, справедлива следующая

Теорема. *Пусть даны целое положительное число* s *и* $r > \frac{1}{2}$. *Тогда для числовой последовательности* $\tilde{\varepsilon}_N = \frac{(\ln N)^{r(s-1)}}{N^{r+\frac{1}{2}}}$ $(N = 2,3,\dots)$ *справедливо соотнешение*

К(В)П-2: $\delta_N(0) \succ\prec \delta_N(\tilde{\varepsilon}_N) \equiv \delta_N(D_N; Tf = f; SW_2^r(0,1)^s; \tilde{\varepsilon}_N)_{C[0,1]^s} \succ\prec \tilde{\varepsilon}_N \cdot \sqrt{N} \succ\prec \frac{(\ln N)^{r(s-1)}}{N^{r-\frac{1}{2}}}$,

Список использованных источников

1. Жубанышева А.Ж., Темиргалиев Н. Информативная мощность тригонометрических коэффициентов Фурье и их предельная погрешность при дискретизации оператора дифференцирования на многомерных классах Соболева // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., Т. 55, №9, 2015, С. 1474–1485
2. Ажгалиев Ш.У., Темиргалиев Н. Об информативной мощности линейных функционалов // Мат. заметки, Т. 73, №6, 2003, С. 803-812