РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12th April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2018» атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS of the XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

УДК. 517.51

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ТИПА ПОТЕНЦИАЛА И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Садыбеков Еркебуланбек Ниетбекович
sadybekov94@mail.ru
Магистрант механико-математического факультета
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н. Бокаев

Через $|t-s|$ обозначим расстояние между точками t и s n-мерного вещественного евклидова пространства R^n.

Оператор вида

$$A_\alpha x(t) = \int_\Omega K_\lambda(t,s)x(s)ds$$

Со специальным ядром

$$K_\lambda(t,s) = |t-s|^{-\lambda}$$

Здесь Ω – ограниченное множество пространства R_n, имеющее ненулевую лебегову меру, называется *потенциалом*, число λ иногда называют показателем этого потенциала.

Непосредственным обобщением потенциала являются операторы *типа потенциала*

$$Ax(t) = \int_\Omega \frac{Q(t,s)}{|t-s|^\lambda}x(s)ds$$

Где $Q(t,s)$, как правило, ограниченная функция.

Потенциал Рисса. Преобразование Фурье функции f , достаточно гладкой и достаточно быстро убывающей на бесконечности, и ее лапласиан $\Delta f = \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2}$ связаны между собой следующим соотношением:

$$(-\Delta f)^x = 4\pi^2|x|^2\hat{f}(x). \tag{1}$$

Отсюда один шаг до того, чтобы заменить показатель 2 в $|x|^2$ на произвольный показатель β и определить тем самым (по меньшей мере формально) дробную степень оператора Лапласа:

$$((-\Delta)^{\frac{\beta}{2}}f)^\wedge(x) = (2\pi|x|)^\beta\hat{f}(x). \tag{2}$$

Наиболее важными будут отрицательные степени β, удовлетворяющие неравенству $-n < \beta < 0$. Для них формальный оператор (2) будет реализован как интегральный оператор. А именно (несколько изменив обозначения) мы получим

$$I_\alpha(f) = (-\Delta)^{-\frac{\alpha}{2}}(f) \qquad , \qquad 0 < \alpha < n \qquad ,$$
(3)

где $I_\alpha(f)$ – *потенциал Рисса,* определяемый формулой

$$I_\alpha(f)\,(\mathrm{x}) = \frac{1}{\gamma(x)}\int_{R^n}|x-y|^{-n+\alpha}\, f(y)dy. \qquad (4)$$

Здесь

$$\gamma(\alpha) = \frac{\pi^{\frac{n}{2}}2^\alpha\Gamma(\frac{\alpha}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}-\frac{\alpha}{2})}.$$

Приведенные выше формульным рассуждением можно придать точный смысл.

С этой целью удобно использовать класс Ф функций φ , которые бесконечно дифференцируемы на R^n и все производные которых остаются ограниченными после умножения на любой многочлен.

Поскольку потенциалы Рисса – интегральные операторы, естественно выяснить, как они действуют на функции из пространства $L^p(R^n)$.

С этой целью мы поставим следующую задачу. Пусть дано $\alpha,\ 0 < \alpha < n$. Для каких пар чисел p и q оператор $f \to I_\alpha(f)$ ограничен как оператор из $L^p(R^n)$ в □□(□□) ? Другими словами, когда выполняется неравенство

‖□□(□)‖□ ≤ □‖□‖□
(5)

Нетрудно получить необходимое условие, которое по существу отражает факт однородности ядра (□(□))$^{-1}$|□|$^{-}$□$^{+}$□. В самом деле, рассмотрим оператор растяжения □□, определяемый равенством □□(□)(□) = □(□□), □ > 0.

Тогда ясно, что

□□$^{-1}$□□□□ = □$^{-}$□□□ , □ > 0

и

‖□□(□)‖□ = □$^{-}$□/□‖□‖□,   ‖□□$^{-1}$□□(□)‖□ = □□/□‖□□(□)‖□.

Отсюда следуют, что неравенство (5) возможно, только если

$\frac{1}{\square} = \frac{1}{\square} - \frac{\square}{\square}$.

Теорема. Пусть $0 < \square < \square$, $1 \leq \square < \square < \infty$, $\frac{1}{\square} = \frac{1}{\square} - \frac{\square}{\square}$.

а) Если $\square \in \square^{\square}(\square^{\square})$, то интеграл (4), определяющий $\square_{\square}(\square)$, сходится абсолютно для почти всех x.

б) Если, кроме того p > 1, то

$$\|\square_{\square}(\square)\|_{\square} \leq \square_{\square,\square}\|\square\|_{\square}.$$

в) Если $\square \in \square^{1}(\square^{\square})$, то $\square\{\square: |\square_{\square} > \square|\} \leq \left(\frac{\square\|\square\|_1}{\square}\right)^{\square}$ для всех $\square$, т.е. отображение $\square \to \square_{\square}(\square)$ является отображением «слабого типа» (1, q) $(\frac{1}{\square} = \frac{1}{\square} - \frac{\square}{\square})$.

Потенциал Бесселя. Недостатком потенциалов Рисса является то, что они играют роль «сглаживающих операторов». В то время как локальное поведение $(|\square| \to 0)$ ядер $\frac{|\square|^{-\square+\square}}{\square(\square)}$ вполне подходит для этой цели, глобальное их поведение $(|\square| \to \infty)$ хуже и приводит к неудобствам, возрастающим с ростом $\square$.

Выход заключается в такой модификации потенциалов Рисса, при которой сохраняется нужное локальное поведение, но в то же время исключаются не относящиеся к существу дела трудности на бесконечности. Одним из таких путей модификации является то, что «неотрицательный» оператор $-\Delta$ заменяется «строго положительным» оператором $\square - \Delta$ ($\square$ – единичный оператор). Бесселевы потенциалы определяются равенством

$$\Phi_{\square} = (\square - \Delta)^{-\square/2}$$

По аналогии с равенством $\mathrm{I}_{\square} = (-\Delta)^{-\square/2}$

Обозначив через $\square_{\square}(\square)$, оно определяется следующим образом

$$\square_{\square}(\square) = \frac{1}{(4\square)^{\square/2}} \frac{1}{\Gamma(\frac{\square}{2})} \int_0^{\infty} \square^{-\frac{\square|\square|^2}{\square}} \square^{-\frac{\square}{4\square}} \square^{(\frac{-\square+\square}{2})} \frac{\square\square}{\square}.$$

В силу самого определения и в силу асимптотических соотношений можно ожидать, что между бесселевыми потенциалами и потенциалом Рисса существует тесная связь.

Лемма. Пусть $\square > 0$.

1) Существует такая конечная мера $\square_{\square}$ на $\square^{\square}$, что ее преобразование Фурье имеет вид

$$\widehat{\square_{\square}(\square)} = \frac{(2\square|\square|)^{\square}}{(1 + 4\square^2|\square|^2)^{\square/2}}$$

2) Существует такая пара конечных мер $\square_{\square}$ и $\square_{\square}$ на $\square^{\square}$, что

$$(1 + 4\square^{2}|\square|^{2})^{\square/2} = \widehat{\square_{\square}(\square)} + (2\square|\square|)^{\square}\,\widehat{\square_{\square}(\square)}.$$

Список использованных источников

1. Стейн И. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. Издательство «Мир», Москва, 1973 г.
2. Красносельский М.А., ЗАбрейко П.П, Пустыльник Е.И., Соболев П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. Издательство «Наука», Москва, 1966 г.

БІРІНШІ РЕТТІ ЖАЛПЫ СЫЗЫҚТЫ ЭЛЛИПСТІК ЖҮЙЕНІ БЕЛЬТРАМИ ТИПТІ КОМПЛЕКС ТЕҢДЕУГЕ КЕЛТІРУ ТУРАЛЫ

Сақтанова Гүлзат Таңатарқызы
gulzat93.ru@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ іргелі математика кафедрасының 2-курс магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – М.М.Байбурин

Жазықтықтағы бірінші ретті жалпы сызықтық эллипстік жүйені келесі түрде жазуға болады [1]

$$\begin{aligned} -v_y + a_{11}u_x + a_{12}u_y + a_1u + b_1v &= f_1 \\ v_x + a_{21}u_x + a_{22}u_y + a_2u + b_2v &= f_2 \end{aligned} \qquad (1)$$

Мұндағы a_{ik} коэффициенттері – E жазықтығындағы шенелген өлшемді нақты мәнді функциялар және эллипстіктің келесі шарттарын қанағаттандырады:

$$a_{11} > 0, \qquad \Delta = a_{11}a_{22} - \frac{1}{4}(a_{12} + a_{21})^2 > \Delta_0 > 0, \qquad \Delta_0 - const$$

(2)

Осыдан c оң саны табылып, барлық жерде дерлік $c \ge a_{22}(x,y) > 0$ екендігі шығады. Қалған коэффициенттер $L_{P,2}(E), p > 2$ кеңістігіне [2] тиісті деп аламыз. Егер $w = u + iv$ комплекс функциясын енгізсек (1) жүйе

$$\partial_{\bar z} w + q_1(z)\partial_z w + q_2(z)\overline{\partial_z w} + Aw + B\bar{w} = F$$

(3)

теңдеуге келетіні белгілі [1], мұндағы $A, B, F \in L_{P,2}(E)$ және $|q_1(z)| + |q_2(z)| \le q_0 < 1$ теңсіздігі орындалады. a_{ik} коэффициенттерінің жалпыланған туындылары бар деп алайық.

Бұл жұмыста біз (1) жүйені (3) теңдеуге келтірмей, бірден Бельтрами теңдеуіне келтіруге болатынын көрсетеміз.