ӘОК 524.834

# ЛОКАЛЬДІ ЕМЕСКОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕРДЕГІ ДӘРЕЖЕЛІК ШЕШІМДЕР

**Орман Бурабай Арманұлы**
burorman@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Физика-техникалық факультетінің магистранты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Н.А. Мырзакулов

Зерттеу мәліметтерінің көбісі Әлемнің пайда болғаннан бастап үдеп ұлғайып жатқаны жайлы қағиданы ұстанады. Жалпы Салыстырмалық Теорияның гравитацияның дұрыс теориясы екендігі жайлы болжау қазіргі Әлемнің энергия тығыздығының шамамен жетпіс пайызы күңгірт энергия деп аталатын ғарыштық сұйықтықты баяу өзгерту арқылы таралады деген шешімге әкеледі. Егер әлдекім үдемелі ұлғаюды бұл сұйықтықсыз сипаттағысы келсе, гравитациялық теңдеу жаңаруы тиіс. Эйнштейн теңдеулерінің қай жағы жаңаруы тиіс екені жайлы көптеген жұмыстар жасалды, атап айтсақ, теңдеудің заттық жағына қандай да бір космологиялық тұрақтыны қосу арқылы, не теңдеудің гравитациялық жағын жаңарту арқылы. Бұл модификацияланған гравитация модельдерінің кейбіреулері, мысалы, F(R) гравитациялық модельдер метриканың ыңғайлы конформды түрлендіруі арқылы қосымша скалярлық өрістермен бірге жалпы салыстырмалылыққа түрлене алады.

Эйнштейн-Гильберт әсеріне жоғары дәрежелі түзетулер кванттық гравитацияда анық қарастырылады. Кванттық эффекттерді ескере отырып алынған локальді емес гравитациялық теория талқыланады. Бұл нәтиже әдетте барлық фундаменталды байланыстарды біріктіретін шектер/М-теориясына алып келеді. Шектер теориясында локальсіздіктің бар болуы локальді емес космологиялық модельдерді оқуға жақсы мотивация береді. Мүмкін локальды емес космологиялық модельдердің көбісінің құрамына Даламбер операторының функциясы кіреді.

Бұл мақалада біз құрамында Даламбер операторының функциясы бар және жаңа өлшемдік параметрі жоқ локальді емес гравитация моделін қарастырамыз. Қарастырылатын локальді емес модель локальді скалярлы-тензорлық түрге ие. Бұл түрдегі теория Әлем тарихының барлық даму қатарын орындай алады: инфляция, радиация/зат әсері және нәтижелік күңгірт дәуір. Төрт басты дәуірге сәйкес космологиялар: радиациялық басқару, зат басқаруы, үдеу және жалпы масштабты заң локальді емес модельдер үшін зерттелді. Оған қоса, күн жүйесі тесті мен ұйытқу анализі көрсетілген болатын.

Бұл мақалада біз қайта құру әдісін толығырақ қарастырамыз және дәрежелік ереже шешімдерін анықтаймыз. Дәрежелік ереже шешімдеріне сәйкес $f$ функцияларын табамыз, мысалы Хаббл параметрі $H = n/t$ түрінде берілген шешімдер үшін $n$ нақты сан. Сонымен қатар, біз қос дәрежелік ереже және де Ситтер шешімдері бар модельдерді табамыз. Қайта құру әдісі космологияда кеңінен қолданылады, әсіресе минимальды жұпты скалярлықөрістерде, минимальды емес жұпты скаляр не Янг-Миллс өрістерінде, $F(R)$ және Гаусс-Боннет гравитациялық модельдерде, $F(T)$ модельдерде.

Біз әсері келесі түрде сипатталатын локальді емес гравитация класын қарастырамыз

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2k^2}\left[R(1+f([]^{-1}R)) - 2\Lambda\right] + L_{matter}\right\}, \tag{1}$$

мұндағы $k^2 = 8\pi G = 8\pi / M_{Pl}^2$, Планк массасы $M_{Pl} = G^{-1/2} = 1.2\times 10^{19} GeV$, $f$ локальсіздіктің табиғатын сипаттайтын дифференциалданатын функция, $[]^{-1}$ теріс дәрежелі Даламбер операторы, $\Lambda$ космологиялық тұрақты және $L_{matter}$ matter заттық Лагранжиан. Алдағы уақытта $g_{\mu\nu}$ метрикалық тензордың анықтауышы $g$ болып табылатын (−,+,+,+) сигнатурасын пайдаланамыз. Скаляр өріс үшін ковариантты Даламбертиан келесі түрде жазылады

$$[] \equiv \nabla^{\mu}\nabla_{\mu} = \nabla^{\mu}\partial_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_{\mu}(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\partial_{\nu}),$$

мұндағы $\nabla^{\mu}$ ковариантты туынды.

Жоғарыдағы (1) әсерді $\psi$ , $\xi$ екі скалярлық өрістерін енгізу арқылы келесі түрде жазуға болады

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2k^2}\left[R(1+f(\psi)+\xi) - \xi[]\psi - 2\Lambda\right] + L_{matter}\right\}, \tag{2}$$

(2) теңдеуді $\xi$ арқылы вариациялап, $[]\psi = R$ аламыз. $\psi = []^{-1} R$ өрнегін (2) әсерге қойып, (1) теңдеуді алуға болады. Сол себепті, (2) әсер локальді әсер деп аталады.

Бұл әсерді $\xi$ мен $\psi$ қатысты вариациялап, сәйкесінше келесі өріс теңдеулерін алуғаболады

$$[]\psi = R\,, \tag{3}$$

$$[]\xi = f'(\psi) R\,. \tag{4}$$

Табылған (2) әсерді $g_{\mu\nu}$ метрикалық тензор арқылы вариациялап, келесі теңдікті алуға болады,

$$\frac{1}{2} g_{\mu\nu}\left[R\Psi + \partial_\rho \xi \partial^\rho \psi - 2(\Lambda + []\Psi)\right] - R_{\mu\nu}\Psi - \frac{1}{2}(\partial_\mu \xi \partial_\nu \xi) + \nabla_\mu \partial_\nu \Psi = -k^2 T_{m\mu\nu}\,, \tag{5}$$

мұндағы $\Psi = 1 + f(\psi) + \xi$ , ал $T_{m\mu\nu}$ заттың энергия-импульстік тензоры келесідей анықталады

$$T_{m\mu\nu} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_{matter})}{\delta g^{\mu\nu}}\,. \tag{6}$$

Космологиялық шешімдерді қарастыру үшін кеңістіктік жазық Фридман-Леметр-Робертсон- Уолкер(ФЛРУ) әлемін қарастырамыз,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij} dx^i dx^j\,, \tag{7}$$

және тек уақыттан тәуелді скалярлық өрістерді талдаймыз. ФЛРУ метрикасында (3)-(5)теңдеулер жүйесі келесі түрге қысқарады

$$3H^2\Psi = -\frac{1}{2}\dot{\xi}\dot{\psi} - 3H\dot{\Psi} + \Lambda + k^2 \rho_m\,, \tag{8}$$

$$(2\dot{H} + 3H^2)\Psi = \frac{1}{2}\dot{\xi}\dot{\psi} - \ddot{\Psi} - 2H\dot{\Psi} + \Lambda - kP_m\,, \tag{9}$$

$$\ddot{\xi} = -3H\dot{\xi} - 6(\dot{H} + 2H^2) f'(\psi)\,, \tag{10}$$

$$\ddot{\psi} = -3H\dot{\psi} - 6(\dot{H} + 2H^2)\,, \tag{11}$$

Үзіліссіздік теңдеуі келесі түрде жазылады

$$\dot{\rho}_m = -3H(P_m + \rho_m)\,. \tag{12}$$

Табылған (8) бен (9) теңдеулерді қосып, $\Psi$ үшін келесі екінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеуді аламыз

$$\ddot{\Psi} + 5H\dot{\Psi} + (2\dot{H} + 6H^2)\Psi - 2\Lambda + k^2(P_m - \rho_m) = 0\,. \tag{13}$$

Біз үшін $H(t)$ белгілі болуы (3) теңдеуді интегралдап, $\psi$ анықтауға мүмкіндік береді.

$$\xi(t) = \Psi(t) - f(\psi) - 1$$

Жоғарыдағы өрнекті (10) теңдеуге қойып және t(ψ) функциясын пайдаланып, $f(\psi)$ үшін сызықты дифференциалдық теңдеуді аламыз,

$$\dot{\psi}^2 f''(\psi) - 12(\dot{H} + 2H^2) f'(\psi) = \ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi} . \tag{14}$$

Жалпы салыстырмалық теорияда, $H = n/t$ дәрежелік шешімі нағыз сұйықтық моделінесәйкес келеді және $\omega_m \equiv P_m / \rho_m$ күй теңдеуіпараметрі $\omega_m = -1 + 2/3n$ мәніне тең. Қарастырылып жатқан модельде біз $\omega_m$ күй теңдеуі параметрі ” − 1”-ге тең емес айнымалы тұрақтыболатынматерияныңқарастырамыз.

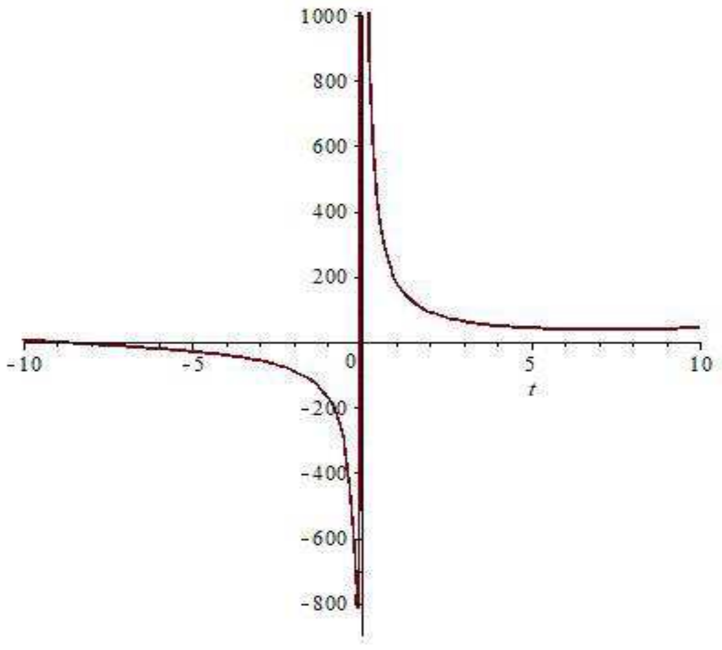
Шарт $H = \frac{n}{t}$ кезінде (12) теңдеу келесі шешімге ие

$$\rho_m = \rho_0 e^{-\frac{1}{t}3n(\omega_m + 1)}, \tag{13}$$

мұндағы $\rho_0$ айнымалы тұрақты. Жоғарыдағы (13) теңдеу келесі шешімдерге ие

- $n = 1$ үшін

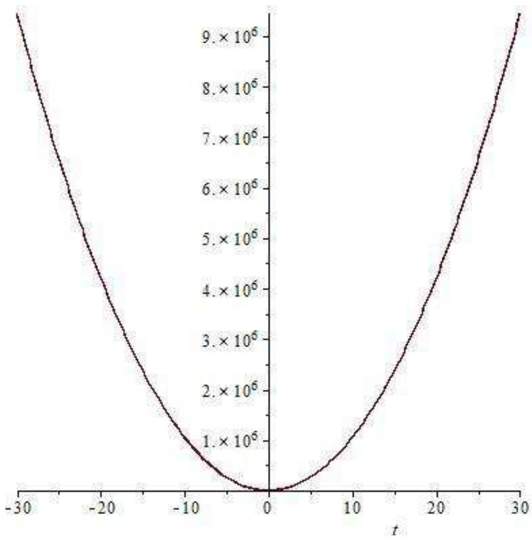
$$\Psi_0 = C_1 \ln(t) t^{-2} + C_2 t^{-2} - \frac{1}{8} \frac{8k^2 \rho_0 (\omega_m - 1) + \Lambda t^3}{t}, \tag{14}$$




1-сурет – *n*=*1* үшін (14) теңдеу шешімі

- $n = 0$ үшін

$$\Psi_2 = C_1 t + C_2 + \frac{1}{2} t^2 (2\Lambda - k^2 \rho_0 (\omega_m - 1)), \tag{15}$$




2-сурет $-n=1$ үшін (14) теңдеу шешімі

Хаббл параметрінің $H = n/t$ мәні үшін $n$ шамасы әр түрлі болған кездегі (13) теңдеудіңбірнеше жауабын алдық. Теңдеу параметрлерінің белгілі мәндері(мысалы $\rho_0 = -5$, $\omega_m = 5$, $\Lambda = 2$, $C_1 = 0$, $C_2 = 10$, $k = 3$) кезінде, (14)-(15) теңдеулер жоғарыдағы графиктер түрінде сәйкесінше бейнеленеді.

Бұл мақалада біз қарастырылған скалярлы-тензоролық модель үшін дәрежелік шешім ұғымын талқыладық. Дәрежелік шешім жалпы локальді емес модель үшін ыңғайлы амал болып табылады. Біз $f(\psi)$ модельдерінің дәрежелік шешімдерінің құрамына $H = n/t$ кіретінін нақты көрсеттік. Кейбір функцияларда табылған айнымалы параметрлер шешімдердің толық бір параметрлі жүйесін анықтауға мүмкіндік береді. $n$ айнымалысының $n = 1$ және $n = 0$ жағдайлары үшін $f(\psi)$ функциясы түрлі формаларға ие екені көрінді.

Бұл мақалада біз ұйытқымаған Әлемді қарастырдық, сондықтан жаңартылған гравитациялық модельдердегі ұйытқуларды толық зерттеу ғана қарастырылып жатқан модель мен салыстырмалық теорияның айырмашылығын анықтауға мүмкіндік беретінін ескеру қажет. Материясыз модельдің ұйытқу анализі Күн жүйесі тестінен $f(\psi)$ функциясын алуға мүмкіндік береді, бұған бір себеп материялық ұйытқулар мен олардың даму тарихын білу жасалып жатқан және жоспардағы зерттеулерден нәтижелерді алуға көмек береді.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Perlmutter S. Measurements of  and High-Redshift Supernovae // The Astrophysical Journal. 1999. V.517. P.565-586.
2. Riess G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. 1998. – V.116. P.1009-1038.
3. Spergel N. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)* Observations: Determination of Cosmological Parameters // The Astophysical Journal. 2003. – V.148. P.175–194.
4. Tegmark M. Cosmological parameters from SDSS and WMAP // Physical Review D. 2004. – V.69. P.103-501.
5. Seljak U., Makarov A., McDonald P Cosmological parameter analysis including SDSS forest and galaxy bias: Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy // Physical Review D. 2005. – V.71. P.515.
6. Jain B., Taylor A. Cross-Correlation Tomography: Measuring Dark Energy Evolution with Weak Lensing // Physical Review Letters. 2003. – V.91. P. 141-302.
7. Padmanabhan T. Cosmological constant_the weight of the vacuum // Physics Reports. 2003. – V.380. P.235-320.

8. Nojiri S., Odintsov S.D. Introduction to modified gravity and gravitational alternative for dark energy // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 2007. – V.4. P. 115–146.

9. Nojiri S, Odintsov S.D. Unified cosmic history in modified gravity: from F(R) theory to Lorentz non-invariant models // Physics Reports. 2011. – V.505. P.59-144.