



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»**  
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

XIII Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»**

The XIII International Scientific Conference  
for Students and Young Scientists  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»**



12<sup>th</sup> April 2018, Astana

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2018»  
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2018»**

**PROCEEDINGS  
of the XIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2018»**

**2018 жыл 12 сәуір**

**Астана**

**УДК 378**

**ББК 74.58**

**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-997-6**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2018

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАПЕЛЬ

Омарова Жания Жанатовна

[zhaniya.omarova@bk.ru](mailto:zhaniya.omarova@bk.ru)Студент кафедры математическое и компьютерное моделирование ЕНУ им. Л.Н.Гумилева,  
Астана, Казахстан

Научный руководитель – Шалабаева Б.С.

В данной работе рассматриваются некоторые вопросы эволюции электрически заряженных капель жидкости, движущихся под действием поверхностного натяжения и электростатических сил. Особенно интересны устойчивость этих капель и образование конечно-временных особенностей на свободной поверхности. Эти особенности имеют вид конических наконечников на поверхности капли, где кривизна поверхности и поля скорости жидкости расходятся в определенное время. Эволюция капель заряженных жидкостей и формирование выше упомянутых особенностей актуальны во многих прикладных задачах:

- Электрически заряженные капли воды образуются в грозовых тучах. Электрический заряд влияет на то, как капельки сливаются и делятся на два основных явления, определяющих начало дождя.

- При электрораспылении «электростатический пистолет-распылитель» загружается электрически заряженной краской, которая, в свою очередь, привлекается поляризованной поверхностью. Это приводит к тому, что поверхность покрывается однородной пленкой краски. [2]

- Двигатели с полевым выбросом (FEEP), которые используются для управления спутниками, основаны на выбросе капель жидкого топлива с вольфрамовой иглы под воздействием сильного электрического поля.

- Очень перспективным применением мелкомасштабного потока капель жидкости является микрожидкостной чип, где электрические поля используются для манипулирования небольшими количествами химических веществ внутри "интегральной схемы" чрезвычайно тонких каналов внутри микрожидкостного устройства.

- Электронная бумага. В последние годы был предложен ряд технологий для создания гибких компьютерных дисплеев в промышленном масштабе. Одна из технологий, разработанная Филлипсом, состоит из электрически заряженных капель чернил, инкапсулированных между заряженными проводниками. Прозрачность каждого «пикселя» контролируется применением соответствующего электрического потенциала, который «формирует» капсулированную каплю чернил. [1]

В результате изучения данной темы была использована математическая модель движения капли, в случае, когда капли проводящей вязкой жидкости погружаются в диэлектрическую вязкую жидкость бесконечной протяженности и развиваются под влиянием капиллярности и электростатического отталкивания.

Рассматривается капля  $D$  жидкости  $A$  с вязкостью  $\mu_{in}$ , суспендированной в бесконечной жидкости  $B$ , с вязкостью  $\mu_{out}$  (см. [Рисунок 1.1](#)). Как внутренняя, так и внешняя жидкости развиваются в соответствии со стоковым приближением уравнений Навье-Стокса:

$$\mu_{in} \nabla^2 u(x, t) = \nabla p(x, t), x \in D \quad (1.1a)$$

$$\mu_{out} \nabla^2 u(x, t) = \nabla p(x, t), x \in \mathbb{R}^3 \setminus D \quad (1.1b)$$

$$\nabla * u(x, t) = 0, x \notin \partial D \quad (1.1c)$$

где  $u$  - поле скоростей, а  $p$  - давление в жидкости. Из уравнений (1.1a) - (1.1c) сразу следует, что давление  $p$  является гармонической функцией от границы:

$$\nabla^2 p(x, t) = 0, x \notin \partial D \quad (1.2)$$

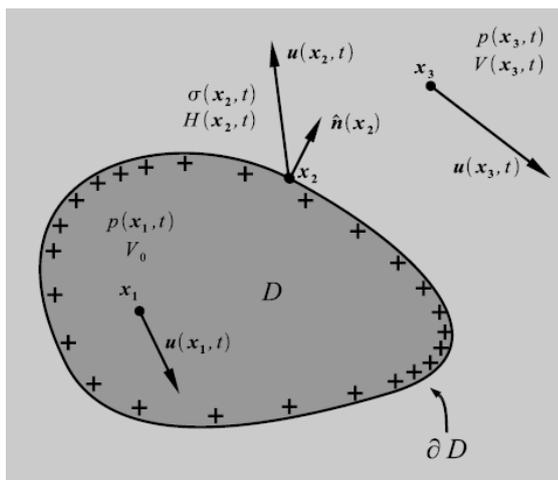


Рисунок 1.1. Капля заряженной жидкости

Используя уравнения гидродинамики и электромагнетизма и ряд физически реалистичных предположений, задача была сведена к системе уравнений с частными производными. Найдены явные выражения для скорости роста каждого решения и для критического количества заряда, которое должно быть превышено, чтобы решение стало неустойчивым.[\[4\]](#)

В результате изучения данной темы была приведена подходящая математическая модель проблемы. Затем мы представили анализ линейной устойчивости семейства решений, возникающих из-за возмущения сферы радиуса  $R$  (являющейся равновесным решением).

Были найдены явные выражения для скорости роста устойчивого решения и выражения для превышенного критического количества заряда, в случае, когда решение становится неустойчивым.

По итогам работы можно увидеть как стабильность капли зависит от значений заряда, объема, поверхностного натяжения и вязкости, а также от формы капли.[\[6\]](#)

#### Список использованных источников

1. M. Abramowitz, I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical
2. I. G. Loscertales, A. Barrero, I. Guerrero, R. Cortijo, M. Marquez, A. M. Gañan-Calvo, Micro/Nano Encapsulation
3. Via Electrified Coaxial Liquid Jets, Science, Vol. 295, 5560 (2002), 1695-1698.
4. D. M. Bates, D. G. Watts, Nonlinear Regression and Its Applications, Wiley, 1988.
5. I. B. Bazhlekov, F. N. van de Vosse, H. E. H. Meijer, 3D Numerical Simulation of Drop Coalescence,
6. S. N. Reznik, A. L. Yarin, A. Theron, E. Zussman, Transient and steady shapes of droplets attached to a surface in a strong electric field, J. Fluid Mech. (2004), vol. 516, pp. 349-377