РУХАНИ ЖАҢҒЫРУ

20 АСТАНА

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XIII Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»

The XIII International Scientific Conference
for Students and Young Scientists
«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»

12[th] April 2018, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2018»
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2018»

PROCEEDINGS
of the XIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2018»

2018 жыл 12 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-997-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Гальперин Г.А., Земляков А.Н. Математические бильярды (бильярдные задачи и смежные вопросы математики и механики). – М.: Наука, 1990
2. Перельман Я.И. Занимательная Геометрия, издание одиннадцатое, стереотипное, под ред. И с дополнениями Б.А. Кордемского, государственное издательство физико-математической литературы. Москва, 1959(Я.И.Перельман.,Занимательная геометрия М.: ГИФМЛ, 1959, с.238
3. Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин, Математическая шкатулка Москва, «Просвещение», 1984, с.160

ӘОЖ: 372.851

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ ТУРАЛЫ

Жұмақын Жанар, Сағынова Ардақ

zhanar_92.06.28@mail.ru **,** *ardak.sagynova@mail.ru*

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті механика-математика факултетінің 2-курс магистранты және 2- курс студенті, Астана, Қазақстан

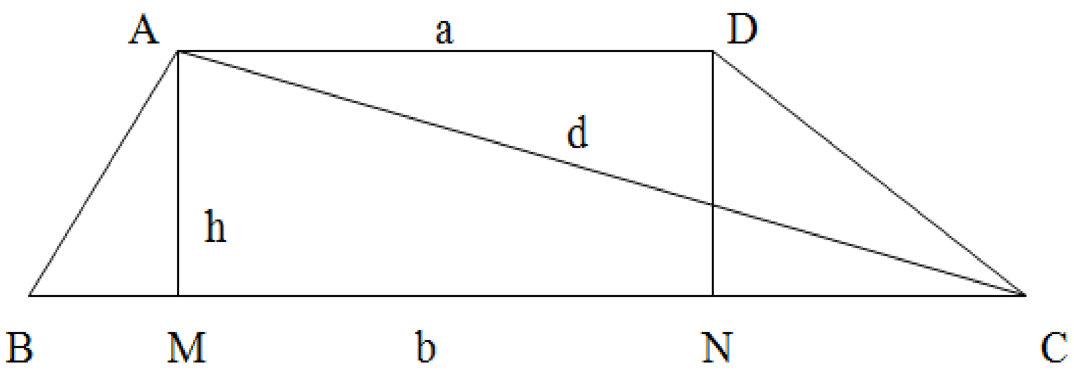
Ғылыми жетекшісі – Туканаев Т.Д

Математиканы оқығанда оқушыларға есептерді шығару жолында теңсіздіктерді шешу жиі кездеседі. Соның ішінде ең күрделі теңсіздіктердің бірі ол геометриялық теңсіздіктер. Мектеп курсында мұндай тақырыпты қарастыруға аз уақыт беріледі, сондықтанда оқушыларға осындай теңсіздіктерді шешу қиындық тудырады. Бірақ математикалық олимпиадаларда және жоғарғы оқу орындарына емтихан тапсыру кезінде осы сияқты тапсырмалар көп кездеседі. Геометриялық теңсіздіктерді қолдану арқылы есептерді шығару зертеушінің шығармашылық ойын және қиялын жандандырады және логикалық ойлау қабилетін жетілдіреді.

Енді осы тақырыпқа байланысты есептерді шешу жолдарын қарастырайық.

1-есеп. Табандары a және b , ал биіктігі h болатын трапеция берілсін. Диагональдарының біреуі $\sqrt{h^2+\frac{(a+b)^2}{4}}$ шамадан кем емес екенін дәлелдеңдер.

Шешімі. $ABCD$ трапеция берілсін. Табандары $AD=a,$ $BC=b$, биіктігі $AM=DM=h$, диагоналі $AC=d$ болсын.



$BM = x,\quad NC = y$ деп белгілейік. $AC > BD$ болсын, онда $y > x$ болады. AMC үшбұрышынан $d = \sqrt{h^2 + (b-x)^2}$ және $d = \sqrt{h^2 + (a+y)^2}$ деп аламыз. $b - x = a + y$ болғандықтан $b - x = \frac{b - x + a + y}{2}$ шығады. Онда

$$d = \sqrt{h^2 + (b-x)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{(b-x+a+y)^2}{4}} = \sqrt{h^2 + \frac{(a+b)^2 + 2(a+b)\cdot(y-x) + (y-x)^2}{4}}$$

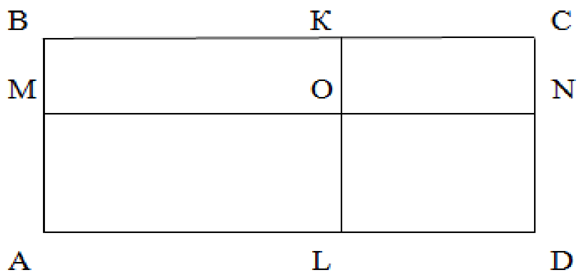
$a + b > 0,\quad y - x > 0$ шарттарды еске алу арқылы келесі теңсіздікке келеміз

$$d \geq \sqrt{h^2 + \frac{(a+b)^2 + 2(a+b)\cdot(y-x) + (y-x)^2 - 2(a+b)\cdot(y-x) - (y-x)^2}{4}}$$

Сондықтан, $d \geq \sqrt{h^2 + \frac{(a+b)^2}{4}}$ болады.

2-есеп. $ABCD$ тіктөртбұрышын екі кесінді төрт тіктөртбұрышқа бөледі. A және C төбелерінің біреуіне тиісті төртбұрышының ауданы $ABCD$ төртбұрышының ауданының $\frac{1}{4}$ бөлегінен аспайтынын дәлелдеңдер.

Шешімі. $ABCD$ тіктөртбұрышын MN және KL кесінділері төмендегі суреттегідей $BMOK$, $KONC$, $MALO$, $OLDN$ тіктөртбұрыштарға бөлсін.



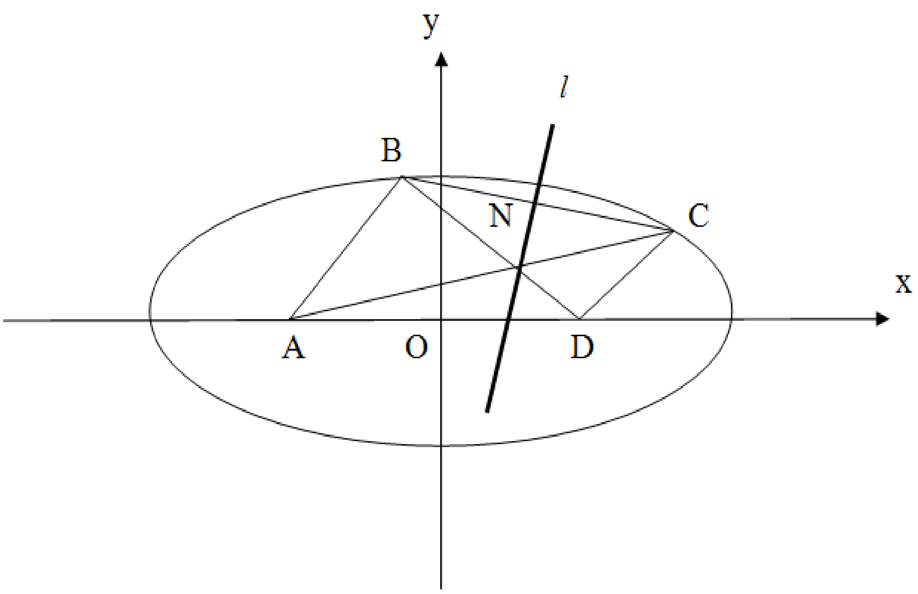
Төртбұрыштардың ішінде ауданы ең кішісі $KONC$ болсын. $S_{KONC} \leq \frac{1}{4} S_{ABCD}$ болатынын дәлелдеу керек. Кері жору әдісін пайдаланып $S_{KONC} > \frac{1}{4} S_{ABCD}$ деп алайық. Сонда, $\frac{1}{4} S_{ABCD} < S_{KONC} < S_{BMOK}$, $\frac{1}{4} S_{ABCD} < S_{KONC} < S_{MALO}$, $\frac{1}{4} S_{ABCD} < S_{KONC} < S_{OLDN}$. Осы төрт теңсіздіктерден келесі теңсіздікті аламыз

$$S_{BMOK} + S_{KONC} + S_{MALO} + S_{OLDN} > S_{ABCD}.$$

Төрт тіктөртбұрыштардың аудандарының қосындысы $ABCD$ тіктөртбұрыштың ауданынан асып кетті, ал былай болуы мүкін емес. Демек, $S_{KONC} \leq \frac{1}{4} S_{ABCD}$.

3-есеп. Егер $AB + BD = AC + CD$ болса, онда BC қабырғасына жүргізілген орта перпендикуляр $ABCD$ төртбұрышының AD кесіндісін қиятынын дәлелдеңдер.

Шешімі.



$AB + BD = AC + CD$ болғандықтан $ABCD$ дөңес төртбұрыш болады және A, D кандай да бір эллипстің фокустары, ал B, C эллипстің бойындағы нүктелер болады. Эллипстің теңдеуі

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ болсын. Онда $D(c,0)$, $B\left(k,\frac{b}{a}\sqrt{a^2-k^2}\right)$, $C\left(n,\frac{b}{a}\sqrt{a^2-n^2}\right)$. N нүктесі BC кесіндінің ортасы болғандықтан оның координаттары $N\left(\frac{n+k}{2},\frac{b}{2a}\left(\sqrt{a^2-n^2}+\sqrt{a^2-k^2}\right)\right)$ болады.

BC қабырғасының орта перпендикуляры AD кесіндісін қимасын кері жорайық. Онда $\angle\left(\overline{DN},\overline{CB}\right)>90^0$ болу керек. Яғни, $\overline{DN}\cdot\overline{CB}<0$ болады. Осы векторлардың координаттары келесідей болады

$$\overline{CB}=\left(k-n,\frac{b}{a}\left(\sqrt{a^2-k^2}-\sqrt{a^2-n^2}\right)\right),$$

$$\overline{DN}=\left(\frac{n+k}{2}-c,\frac{b}{2a}\left(\sqrt{a^2-n^2}+\sqrt{a^2-k^2}\right)\right).$$

Сонда,

$$\overline{DN}\cdot\overline{CB}=(k-n)\cdot\left(\frac{n+k}{2}-c\right)+\frac{b^2}{2a^2}\left(a^2-k^2-a^2+n^2\right)<0 .$$

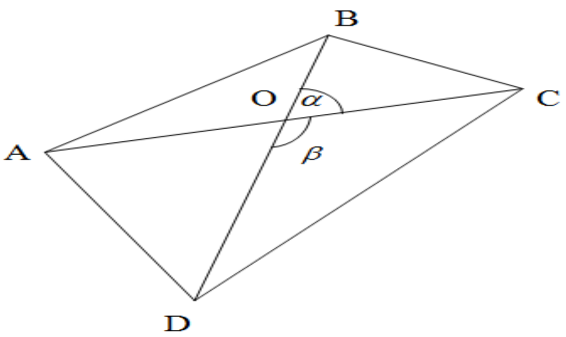
Түрлендіре келесі теңсіздікке келеміз

$$a^2-\frac{n+k}{2}\cdot c<0 .$$

Бұл теңсіздік орындалмайды, өткені $\frac{n+k}{2}<a$ және $c<a$. Қайшылық болды. Бұл дегеніміз: BC қабырғасының орта перпендикуляры AD кесіндісін қияды.

4-есеп. Егер $ABCD$ дөңес төртбұрышының BD диагоналі AC диагоналін тең екі бөлікке бөлсе және $AB>BC$ болса, онда $AD<DC$ болатынын дәлелдеңдер.

Шешімі. $ABCD$ дөңес төртбұрышы берілсін. $\angle BOC=\angle AOD=\alpha$ деп алайық. Онда $\angle AOB=\angle COD=180^0-\alpha=\beta$. Косинустар теоремасы бойынша $AB^2=OB^2+OA^2-2OB\cdot OA\cdot\cos\beta$, $BC^2=OB^2+OC^2-2OB\cdot OC\cdot\cos\alpha$. $AB>BC$ болғандықтан $AB^2>BC^2$ болады.



Онда

$$OB^2 + OA^2 - 2OB \cdot OA \cdot \cos\beta > OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos\alpha .$$

Бұдан

$$OD^2 + OA^2 - 2OD \cdot OA \cdot \cos\beta > OD^2 + OC^2 - 2OD \cdot OC \cdot \cos\alpha$$

шығады. $OA = OC$ болғандықтан

$$OD^2 + OC^2 - 2OD \cdot OC \cdot \cos\beta > OD^2 + OA^2 - 2OD \cdot OA \cdot \cos\alpha$$

теңсіздікті аламыз.

Бұл теңсіздік $DC^2 > AD^2$ шартты білдіреді. Сондықтан, $AD < DC$ болады.

Геометрияны оқытуда оқушылардың геометриялық есептерді шығаруға деген қызығушылығын арттырып, өз бетінше жұмыс жасауға мүмкіндік беретін әдістердің бірі – есептерді шығаруда геометриялық теңсіздіктерді қолдану болып табылады. Мектеп кезінен геометрияны оқуға деген ынтасы пайда болған оқушы әрі қарай жоғары оқу орындарында сол бағыт бойынша білімін тереңдетіп, зерттеу жұмыстарын қажетті деңгейде жүргізуге мүмкіндік алады.

Басқа математикалық ұғымдармен салыстырғанда геометриялық ұғымдар анықтамасымен қоса қандай да бір нақты көрнекті бейнелерімен түсіндіріледі. Мектеп геометриясын оқу ұғымдарды меңгеруден (елестетуден) басталады. Геометриялық ұғымдардың мұндай ерекшелігі оқушыларға оқу материалдарын жақсы меңгеруге көмектеседі.

Бұл зерттеу нәтижелері мектеп мұғалімдері оқушыларды олимпиадалық және ғылыми жобаларға дайындағанда көмек береді және ғылыми ізденушілерге де пайдасын тигізеді деп ойлаймыз.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Ч.1. – М.: Наука, 1991