



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»**  
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

XIII Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»**

The XIII International Scientific Conference  
for Students and Young Scientists  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»**



12<sup>th</sup> April 2018, Astana

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2018»  
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2018»**

**PROCEEDINGS  
of the XIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2018»**

**2018 жыл 12 сәуір**

**Астана**

**УДК 378**

**ББК 74.58**

**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-997-6**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-997-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2018

математических объектов и положений. Поэтому ответив верно на все поставленные вопросы можно утверждать, что в ходе решения задачи проявляются такие качества математического мышления, как глубина и активность мышления, способность к обобщению математических объектов, отношений и действий.

Важно научить использовать одновременно несколько методов решения задач. Такой способ оказывает благое влияние на развитие логики и мышления, что входит в общую структуру математического склада ума. Рассмотренная методика развития качеств математического мышления через формирование эвристических приёмов решения задач даёт хорошие результаты для развития логики у способных учащихся при их практическом применении.

### Список использованных источников

1. Рабочая концепция одаренности / под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Просвещение 2000.
2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1998.
3. Саранцев Г.И. Методика преподавания математики. М.: Академия, 2010.

ӘОЖ 51:372.8

### ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ФАКУЛЬТАТИВ САБАҚТА ҚОЛДАНУ

**Рысдаулетова Айжан Абайқызы**

[30.03.94.a@mail.ru](mailto:30.03.94.a@mail.ru)

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, математика білім магистранты,  
Астана, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – Ойнаров Р.

*Кілтті сөздер:* теңсіздіктер, геометриялық ұғымдар.

*Түйіндеме:* Бұл мақалада күрделі геометриялық теңсіздіктерді дәлелдеу жолдарын қарастырамыз

Математика курсына теңсіздік ұғымы маңызды роль атқарады. Теңсіздік ұғымы заттарды санауға байланысты және әртүрлі шамаларды салыстыру қажеттілігінен теңдік ұғымымен қатар «артық» және «кем» ұғымы шыққан. XVII-XVIII ғасырларда теңсіздіктер тек таңбалар ретінде енгізілді. Ежелгі гректер теңсіздік ұғымын пайдалана білген. Ағылшын математигі Томас Гарриот және француз математигі Пьер Бугер «және» таңбаларын енгізді.

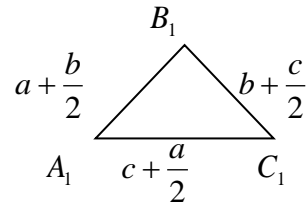
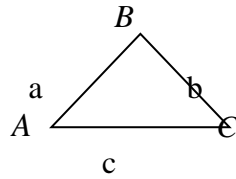
Мектеп математика курсына бастап оқушылар теңсіздіктер ұғымымен танысып, олардың қасиеттерін оқып-үйренеді. Теңсіздіктер мәселелері өте маңызды болуы себепті оқушылар арасында өткізілетін әртүрлі деңгейдегі конкурстарда, олимпиадаларда теңсіздіктерді шешуге және дәлелдеуге қатысты есептер көптеп кездеседі. Оның ішінде күрделі теңсіздіктердің бірі геометриялық теңсіздіктер. Мектеп математика курсына осындай тақырыптарды қарастыруға уақыттың жеткіліксіздігінен күрделі теңсіздіктерді шешу қиындықтар тудырады, сол себепті біз бұл теңсіздіктерді факультатив сабақтарда шешудің әдістерін қарастырамыз. Геометриялық теңсіздіктерді шешу арқылы оқушылардың шығармашылық қабілетін және логикалық ойлауын жетілдіреді.

Осы тақырыпқа байланысты теңсіздіктерді дәлелдеу жолдарын қарастырамыз.

**Есеп-1.**  $ABC$  әр түрлі қабырғалы үшбұрышының  $a, b, c$  ұзындықтары және  $A_1B_1C_1$  әр түрлі қабырғалы үшбұрышының  $a + \frac{b}{2}, b + \frac{c}{2}, c + \frac{a}{2}$  ұзындықтары болсын,  $ABC$  әр түрлі

кабырғалы үшбұрышының  $P$  ауданы және  $A_1B_1C_1$  әр түрлі кабырғалы үшбұрышының  $P_1$  ауданы берілсін. Онда  $P_1 \geq \frac{9}{4}P$  теңсіздігін дәлелдендер.[1]

**Шешуі.**



Герон формуласы арқылы  $ABC$  әр түрлі кабырғалы үшбұрышының ауданы  $P = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(b+a-c)}$ , ал  $A_1B_1C_1$  әр түрлі кабырғалы үшбұрышының

ауданы  $P_1 = \frac{1}{16}\sqrt{(3a+3b+3c)(3c+b-a)(3a+c-b)(3b+a-c)}$ . Енді аудандарын түрлендіріп

$$4P^2 = (a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)$$

$$16P_1^2 = 3(a+b+c)(3c-a+b)(3a-b+c)(3b-c+a) \text{ осындай түрге келтіреміз.}$$

Осыдан кейін  $a, b, c$  ұзындықтарын  $p, q, r$  нақты оң сандарға ауыстырамыз, сондай-ақ  $a = q+r, b = r+p, c = p+q$  енгізулер енгіземіз. Түрлендірулер жасап ұзындықтардың орындарын ауыстырамыз.

$$4P^2 = (2q+2r+2p) * 8pqr$$

$$16P_1^2 = (3(2q+2z+2p))(4p+2q)(4p+2r)(4r+2p)$$

Енді мына түрге келтірейік.

$$\frac{P^2}{P_1^2} = \frac{16pqr}{3(2p+q)(2q+r)(2r+p)} \quad (1)$$

Сондықтан мына теңдік жеткілікті екенін көрсетеміз.

$$(2p+q)(2p+z)(2r+p) \geq 27pqr$$

$AM \geq QM$  орта теңсіздігін қолдану арқылы келесі теңдіктерді орындаймыз.

$$(2p+q)(2p+z)(2r+p) = (p+p+q)(q+q+z)(z+z+p) \geq 3\sqrt[3]{p^2q} * 3\sqrt[3]{r^2p} * 3\sqrt[3]{q^2r} = 27pqr \quad (2)$$

(1) және (2) арқылы нәтижені аламыз.

**Есеп-2.**  $S$  жарты периметр және  $r$  ішкі радиусы болсын (тең кабырғалы үшбұрыш).

$S \geq 3r\sqrt{3}$  теңсіздігін дәлелдеу.[1]

**Шешуі.**  $S \geq 3r\sqrt{3}$  теңсіздігін ашып жазатын болсақ, онда  $(a+b+c)(a+b+c) \geq 3a^2\sqrt{3}$

Теңсіздікті түрлендіріп  $(a+b+c)^3 \geq 9abc$

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3\sqrt[3]{4PR} \quad \left| P = \frac{abc}{4R} \Rightarrow abc = 4PR \right.$$

$$= 3\sqrt[3]{4SrR} \quad \left| P = Sr \right.$$

$$\geq 3\sqrt[3]{8Sr^2} \quad \left| \frac{R}{r} \geq 2, R = \frac{abc}{4P}, r = \frac{2P}{a+b+c}, \frac{R}{r} = \frac{abc(a+b+c)}{8S^2r^2} \right.$$

яғни  $S \geq 3\sqrt[3]{Sr^2}$  немесе  $S \geq 3r\sqrt{3}$

**Есеп-3.**  $ABC$  үшбұрышының  $a, b, c$  ұзындықтары болсын. Онда  $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$  теңсіздігін дәлелдеңіз.[2]

**Шешуі.**  $a, b, c$  ұзындықтарын  $x, y, z$  нақты оң сандарға ауыстырамыз, сондай-ақ  $a = x + y, b = y + z, c = z + x$  енгізулер енгіземіз.

Онда  $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 < 2((x + y)(y + z) + (y + z)(z + x) + (z + x)(x + y))$  немесе  $xy + yz + zx > 0$  теңсіздігі орындалады.

**Есеп-4.**  $ABC$  үшбұрышының  $a, b, c$  ұзындықтары болсын. Онда

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \text{ теңсіздігін дәлелдеңіз. [2]}$$

**Шешуі.** Сондай-ақ  $AM \geq HM$  орта теңсіздігін қолдану арқылы келесі теңдіктерді орындаймыз.  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} \right) \geq \frac{2}{a+b-c+b+c-a} = \frac{1}{b}$

Дәл осылай жалғастырамыз

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{c+a-b} \right) \geq \frac{2}{a+b-c+c+a-b} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} \right) \geq \frac{2}{b+c-a+c+a-b} = \frac{1}{c}$$

Осы соңғы теңсіздіктерді қосатын болсақ талап етілген теңсіздік дәлелденді.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b}$$

Қорытындылай келе, математиканы оқытуда теңсіздіктер үлкен маңызы бар. Себебі геометриялық теңсіздіктер математика саласынан өзге архитектура, дизайн және т.б. салаларда қолданысқа ие. Сонымен қатар геометриялық теңсіздіктер оқушылардың логикалық ойлау, кеңістікті елестету қабілеттерін дамытуға бірден-бір себепші болатын басты құрал болып табылады.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Zdravko Cvetkovski. Inequalities Theorems, Techniques and Selected Problems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012.
2. Pham Kim Hung. Secrets in inequalities.