

ӘОК 537.311; 519.68

**МЕХАНИКАЛЫҚ ҚҰБЫЛЫСТАРДАҒЫ БАЙЛАНЫС ЭНЕРГИЯСЫН
ЗЕРТТЕУГЕ АРНАЛҒАН ЕСЕПТЕР ЖҮЙЕСІ**

Қонысов Ертарғын Маралбайұлы

Targin_93@mail.ru

Л.Гумилев атындағы Евразия ұлттық университетінің магистранты, Нұр-Сұлтан,
Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Б.А.Мукушев

Кіріспе

Физикалық денелер жүйесіндегі байланыс энергиясы құбылысының айырықша ерекшелігі оның теріс шама болғандығында. Дененің, немесе бөлшектің энергиясының терістігі - ол дененің басқа денемен (бөлшекпен) немесе денелермен (бөлшектермен) байланысқан күйде екенін білдіреді. Денені басқа денелердің тартуынан «босату» үшін, ол дененің энергиясын нөлге дейін өсіру қажет. Мұндай жағдайда төмендегі физикалық нысандар бола алады: Жер мен дене арасындағы өзара әрекеттесу, атомдардағы кулондық күш, нақты газдардағы ван-дер-ваальс күштері, кристалдардағы атомдар мен молекулалардың өзара әрекеттесуі, сұйықтықтағы беттік керілу құбылысы және т.б.

Табиғи жүйелердің тұрақтылығын зерттеуде кеңінен қолданылатын минималды потенциалдық энергия принципі байланыс энергиясы ұғымымен тікелей байланысты. Бұл принцип бойынша жүйе басқа ықтимал жағдайлармен салыстырғанда минимал потенциалдық энергияға ие болса, онда жүйе орнықты тепе-теңдікте болады. Бұл жағдайда дене немесе бөлшек тереңдігі олардың байланыс энергиясындай *потенциалдық шұңқырдың* түбінде орналасқаны айтылады. Демек, дене өзін тартып тұрған басқа денеден шексіз қашықтықта орналасса, онда оның максималды потенциалдық энергиясы нөлге тең. Бұл жағдайда дене (немесе бөлшек) потенциалдық «шұңқырдан» шығып кетті дейді [1-4].

Енді әр түрлі механикалық жүйелерде кездесетін байланыс энергиясы құбылысына қатысты нақты есептерге талдау жасаймыз және осы құбылысты MathCAD қолданбалы программалар пакеті көмегімен зерттейміз.

Механикадағы байланыс энергиясына арналған есептер

Есеп 1. Жер және Жер центрінен r қашықтықта орналасқан массасы $m = 1$ кг дене арасындағы байланыс энергиясын табу керек. Жердің массасы $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, ал радиусы $R_{ж} = 6,4 \cdot 10^6$ м. ($r \geq R_{ж}$).

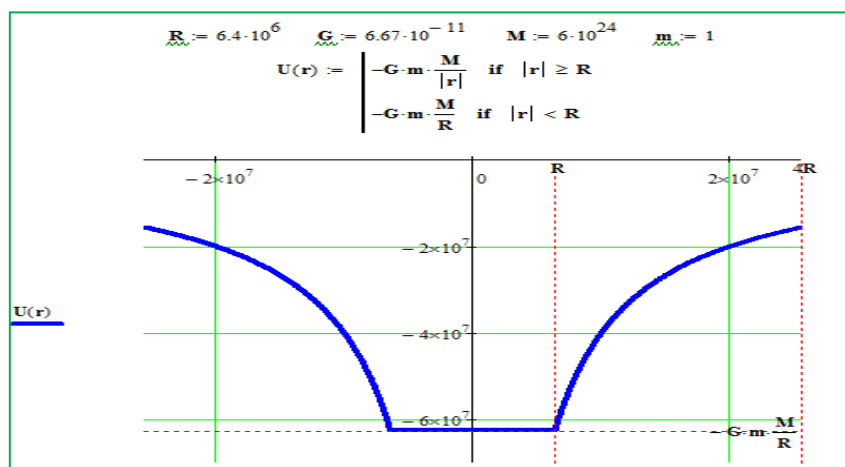
Талдау. «Жер-дене» оңашаланған жүйенің байланыс энергиясы дененің Жер тартылыс өрісіндегі потенциалдық энергиясы болады. Бұл энергия Жер центрінен r қашықтықта орналасқан денені өте үлкен қашықтыққа көшіруге қажетті жұмысқа тең. Денеге үнемі Жер центріне қарай бағытталған $F = G \frac{mM}{r^2}$ күші әсер етеді. Сонда осы жұмыс шамасы мынаған тең болады:

$$A_{\infty} = - \int_r^{\infty} F dr = - \int_r^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = - \frac{GmM}{r} = U(r) . \quad (1)$$

\vec{F} және \vec{dr} бағыттары бойынша өзара қарсы болғандықтан интеграл алдына минус таңбасы қойылады. Демек, Жер бетіне орналасқан дененің байланыс энергиясы:

$$U(R_{ж}) = - \frac{GmM}{R_{ж}} \quad (2)$$

Бұл теңдеу «Жер-дене» оңашаланған жүйенің байланыс энергиясы болып табылады. Өрнек алдындағы минус таңбасы дененің Жер тартылыс өрісінің потенциалдық шұңқырында жатқанын көрсетеді (Сурет 1). Дене Жердің тартылыс өрісін жеңіп алысқа кету үшін сыртқы күштер потенциалдық шұңқырдың тереңдігіндей жұмыс жасау керек: $A = \frac{GmM}{R_{ж}}$ Mathcad пакетін қолдана отырып «Жер-дене» жүйесі үшін потенциалдық шұңқырдың графигін саламыз [5,7].



1-сурет – «Жер-дене» оңашаланған жүйенің байланыс энергиясының графигі

Есеп 2. Массасы 1 кг денені Жер бетінен Ай бетіне жеткізу үшін сыртқы күш қандай жұмыс жасау керек.

Талдау. Алдымен Жер және Айды қосатын түзудің бойынан екі аспан денесінің денені тарту күшінің тең болатын нүктесін табамыз. Жер массасы Ай массасынан 81 есе үлкен, демек іздеп отырған нүкте Айдың центріне Жер центріне қарағанда 9 есе жақын орналасқан. Демек бұл нүкте (С нүктесі) Жер центрінен

$384000 \times 0,9 = 345600 \text{ км} \approx 54 R_{\text{ж}}$, ал ай центрінен $38400 \text{ км} \approx 22 R_{\text{а}}$. «Жер-дене» және «Ай - дене» жүйелердің байланыс энергиялары С нүктесінде нольге жақын, өйткені:

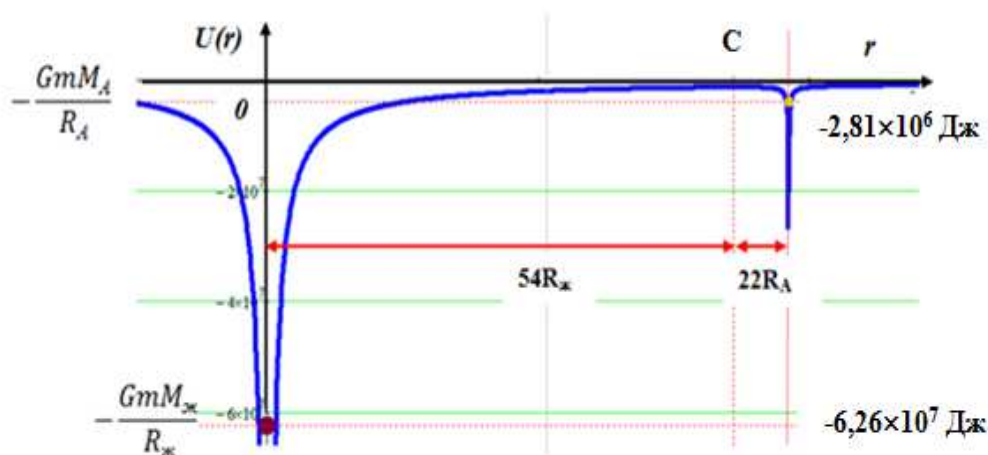
$$\frac{GmM_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}} \gg \frac{GmM_{\text{ж}}}{54R_{\text{ж}}} \quad \text{и} \quad \frac{GmM_{\text{а}}}{R_{\text{а}}} \gg \frac{GmM_{\text{а}}}{22R_{\text{а}}} \quad (3)$$

$M_{\text{ж}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, $R_{\text{ж}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$, $M_{\text{а}} = 7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$, $R_{\text{а}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$; $m = 1 \text{ кг}$, $l = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

l – Жер және Ай центрлерінің ара қашықтығы. Жер мен Айдың қортқы тартылыс өрісінде орналасқан дененің потенциалдық энергиясының теңдеуі мынандай түрде болады:

$$U(r) = -Gm \left(\frac{M_{\text{ж}}}{r} + \frac{M_{\text{а}}}{|r-l|} \right) \quad (4)$$

Mathcad пакетін қолдана отырып Жер және Ай аспан денелері үшін «потенциалдық шұңқырларды» саламыз. (Сурет 2).



2-сурет – «Жер - Ай және дене» оңашаланған жүйенің байланыс энергиясының графигі

2-суреттегі Жер мен Айдың қортқы тартылыс өрісінде орналасқан дененің потенциалдық энергиясының графигін талдай отырып мынандай тұжырым жасаймыз:

1 тұжырым: Денені Жер бетінен Ай бетіне жеткізу үшін бірінші кезеңде оған Жер бетінде екінші космостық жылдамдық (немесе $Gm \frac{M_{\text{ж}}}{R_{\text{ж}}}$ шамасына тең кинетикалық энергия) берсек жеткілікті. Сонда дене Жер және Ай аралығындағы С нүктесіне өте аз жылдамдықпен жетеді де Ай бетіне құлап түседі. 1959 жылы 14 қыркүйекте 00.02.24 уақытта Жер бетінен ұшырылған «Луна - 2» станциясы адамзат тарихында бірінші рет Ай бетіне жетті. Дәлірек айтқанда, станция Ай бетіне 3,3 км/с (Ай үшін дененің екінші космостық жылдамдығы) жылдамдықпен соғылып, ұсақ бөлшектерге ыдырап кетті. Станция соғылған орында үлкен кратер пайда болды.

2 тұжырым: Ай бетіне «жұмсақ» қону үшін Айдың денені өзіне тартуы нәтижесінде пайда болған жылдамдықты өте аз шамаға дейін азайту керек. Яғни дене Ай бетіне тұрақты және шамалы жылдамдықпен қонатын жағдай жасау қажет. Мұндай жағдайды арнаулы двигательдер («тормоздық» двигатель) жасайды. Арнаулы двигательдің жасайтын жұмысы осы денені Ай бетінен С нүктесіне дейін жеткізуге қажетті жұмысқа тең. Демек денені Ай

бетіне «жұмсақ» қондыру үшін арнаулы двигатель (немесе сырқы күш) $Gm \frac{M_A}{R_A}$ шамасындай жұмыс жасауы қажет.

Массасы 1 кг денені Ай бетіне «жұмсақ» қондыру үшін оны Жердің потенциалдық шұңқырынан шығарып аламыз да, жайлап Айдың потенциалдық шұңқырына түсіреміз. Осы денені Жердің потенциалдық шұңқырынан шығару үшін сыртқы күш $Gm \frac{M_{ж}}{R_{ж}} \approx 6,26 \cdot 10^7$ Дж шамаға тең жұмыс, ал жайлап Ай бетіне түсіру үшін $Gm \frac{M_A}{R_A} \approx 2,81 \cdot 10^6$ Дж жұмыс жасауы қажет.

Сонда сыртқы күш мынандай жалпы жұмыс жасайды:

$$A = Gm \left(\frac{M_{ж}}{R_{ж}} + \frac{M_A}{R_A} \right) \approx 6,54 \cdot 10^7 \text{ Дж.} \quad (5)$$

1966 жылы 3 ақпанда космонавтика тарихында бірінші рет Ай бетіне «Луна 9» автоматты станциясы «жұмсақ» қонды және станция Жерге өзі қонған аймақтың фотосуреттерін жіберді. «Луна 9» біздің табиғи серігіміздің мәңгілік «қонағы» болып қалды.

3 тұжырым. Айдың потенциалдық шұңқырының «тереңдігі» Жердің потенциалдық шұңқырының «тереңдігінен» 22 еседей аз. Демек Жер-Ай - Жер трассасы бойынша қозғалаған ғарыш кемесіне жұмсайтын энергия осы кемеге Жер бетінен Ай бетіне жетуге ғана қажетті энергиядан ($Gm \frac{M_{ж}}{R_{ж}}$) екі еседен сәл ғана асады.

1969 жылы бірінші рет 16-24 шілде аралығында «Аполлон 11» астронавтарды Ай бетіне жеткізді және Ай бетінен Жерге оларды алып келді.

4 тұжырым: Осы уақытқа дейін Жер-Шолпан-Жер трассасы бойынша ғарыш кемелерін ұшыру мәселесі шешілген жоқ. Осы трасса бойымен кеме қозғалу үшін ракета двигателі төмендегідей жұмыс жасауға тиіс:

$$A = 2 Gm \left(\frac{M_{ж}}{R_{ж}} + \frac{M_{ш}}{R_{ш}} \right); \quad \frac{M_{ж}}{R_{ж}} \approx \frac{M_{ш}}{R_{ш}} \text{ екенін ескерсек } A \approx 3 \cdot 10^8 \text{ Дж.} \quad (6)$$

Бұл шама Жер бетінен Шолпан бетіне ракетаны «атып» жібергенге жұмсалатын энергиядан 4 есе көп. Осы себептен космонавтарды Шолпан планетасына жеткізу мәселесі шешілген жоқ.

Есеп 3. Планеталар парады болған кездегі Күн, Жер, Марс; Юпитер, Сатурн және олардың тартылыс өрісінде орналасқан $m_0 = 1$ кг арасындағы байланыс энергиясын зерттеу керек. Қажетті физикалық шамалар: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$, Күн массасы $M = 2 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, Жер массасы $m_1 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$, Күн және Жердің өзара ара қашықтығы $l_1 = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$, $m_2 \approx m_1$ - Марс планетасының массасы, $l_2 = 1,5 \cdot l_1$ - Марстың Күннен ара қашықтығы; $m_3 = 318 \cdot m_1$, $l_3 = 5,2 \cdot l_1$ - Юпитера массасы және оның Күннен қашықтығы; $m_4 = 95 \cdot m_1$, $l_4 = 9,3 \cdot l_1$ - Сатурн массасы және оның Күннен қашықтығы.

Талдау: Өрістердің суперпозиция принципі бойынша кеңістіктің әрбір нүктесіндегі аталған аспан денелерінің тартылыс өрісінің потенциалдарының қосындысы төмендегідей болады [7]:

$$\varphi = \varphi_c + \varphi_3 + \varphi_m + \varphi_{ю} + \varphi_c \quad (7)$$

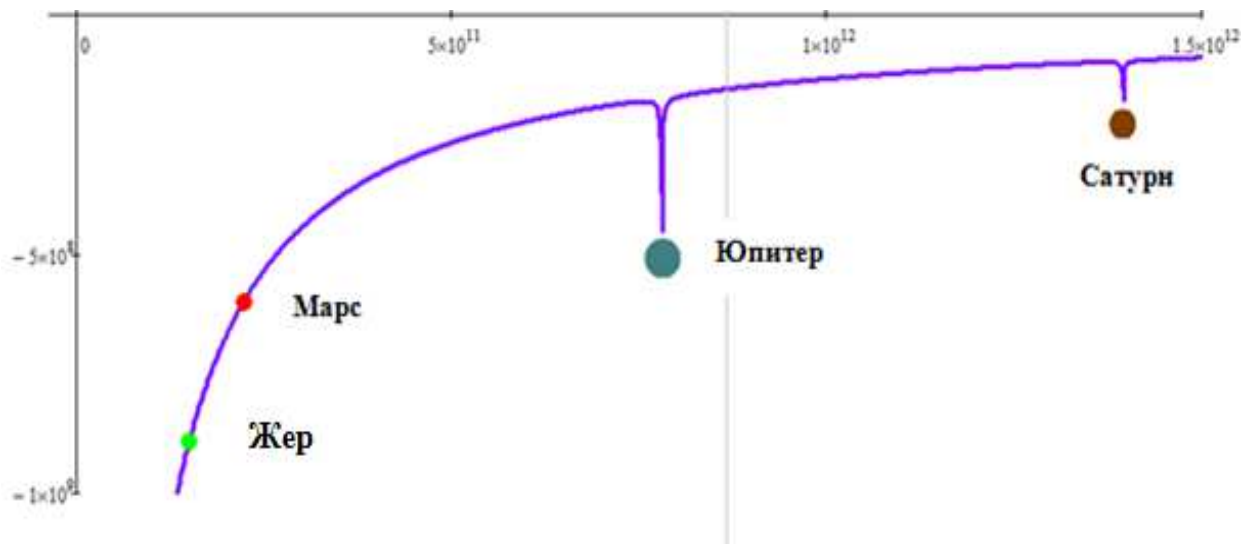
m_0 дене орналасқан нүктедегі потенциалдық энергияның теңдеуі

$$U(r) = m_0 (\varphi_c + \varphi_3 + \varphi_m + \varphi_{ю} + \varphi_c) \quad (8)$$

Планеталар парады болған жағдай үшін Күн жүйесінде орналасқан m_0 дене үшін потенциалдық энергияның өрнегі мынандай болады:

$$U(r) = -m_0 \left(G \frac{M_k}{|r|} + G \frac{m_1}{|r-l_1|} + \frac{m_2}{|r-l_2|} + G \frac{m_3}{|r-l_3|} + G \frac{m_4}{|r-l_4|} \right) \quad (9)$$

3 суретте Mathcad пакеті көмегімен жасалған жоғарыдағы теңдеудің графигі көрсетілген. Графикте абсцисса бойымен ара қашықтық метрмен, ал ордината бойымен m_0 дененің потенциалдық энергиясы - джоульмен берілген.



3-сурет – Күн жүйесінде орналасқан m_0 дене үшін потенциалдық энергияның графигі

3-суреттен Күн жүйесінің кеңістігіндегі гравитациялық өріс Күннің арқасында ғана жасалатынын байқауға болады. Оның себебі Күн массасы Күн жүйесіндегі барлық планеталардың массасын қосындысынан 750 есе артық. Демек $r \geq R_k$, (R_k – Күн радиусы) жағдай үшін Күн жүйесінде орналасқан m_0 дене үшін потенциалдық энергияның графигін гиперпола деп айтуға болады. Гипербола графигінің Юпитер және Сатурн планеталары тұсында көзге әрең байқалатын вертикаль шұңқырлар орналасқан. Ал массалары Күнмен салыстырғанда өте аз Жер және Марс планеталары тұсында ондай шұңқырлар көрінбейді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Стручков В.В., Яворский Б.М. Вопросы современной физики.- М.: Просвещение, - 1973
2. Р.Фейнман и др. Фейнмановские лекции по физике 1 том. – Издательство «Мир» - М.:1977. – 432 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики (Механика) – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005. - 560 с
4. Мукушев Б.А., Нурбакова Г.С., Исимов Н.Т. Гравитационное поле небесных тел // Вестник КазНТУ им. Сатпаева. 2016, -№5.
5. Карманов Ф.И. Компьютерное моделирование межпланетных перелетов в Солнечной системе // Соросский образовательный журнал. 2000. -№9. Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. Санкт-Петербург. – 2007.- 682 с.
6. Очков В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург. – 2007.- 370 с.
7. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы / Глав. ред. физ.-мат. лит. — М.: Наука, 1968.