УДК 524.832

МОДЕЛЬ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА-КАРТАНА-МАКСВЕЛЛА С F-ЭССЕНЦИЕЙ

Мадиярова Аягоз Ербулатовна[1], Мейрбеков Бекдаулет[2]
madiyarova96@list.ru
[1]Магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина
[2]Докторант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина

В теоретической физике теория Эйнштейна-Картана, является теорией гравитации, подобной Общей теории относительности, но учитывающей тензор кривизны [1]-[4].

Интерес к этой теории возник в начале прошлого века, но теория и сейчас активно исследуется физиками-теоретиками. В этой статье мы введем в действие для модели Эйнштейна-Картана, максвелловский член для рассмотрения проблем получения единой теории гравитации и электромагнетизма[5].

В данной статье будем использовать сигнатуру $(-,+,+,+)$ и единицы измерения выбираем так, что $8\pi G = c = \hbar = 1$.

Модель гравитации Эйнштейна-Картана-Максвелла с f-эссенцией

Рассмотрим модель гравитации Эйнштейна-Картана-Максвелла с f-эссенцией с действием в виде

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\left[R + 2K(Y,\psi,\bar{\psi}) - \frac{1}{2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right], \tag{1}$$

где ковариантный тензор электромагнитного поля определяется с помощью

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \tag{2}$$

где A_μ 4-вектор потенциала, и лагранжиан f-эссенции имеет вид

$$K = Y - mu - V(u) + \frac{a\left[\dot{A}_1^2 + \dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2\right]}{2}. \tag{3}$$

Действие для гравитации Эйнштейна-Картана-Максвелла с f-эссенцией рассмотрим совместно с однородной, изотропной, плоской метрикой Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ)

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \tag{4}$$

где $a(t)$ является масштабным фактором Вселенной.

Скалярная кривизна и детерминант метрического тензора равны

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right), \tag{5}$$

$$\sqrt{-g} = a^3. \tag{6}$$

Для метрики ФРУ (4) кинетический член f-эссенции примет вид

$$Y = \frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) + \frac{3\pi G}{2}\left(\bar{\psi}\gamma_5\gamma^i\psi\right)^2. \tag{7}$$

Ковариантный тензор $F_{\mu\nu}$ (2) совместно с метрикой (4) будет иметь следующие не нулевые компоненты

$$F_{01} = -F_{10} = \dot{A}_1, \quad F_{02} = -F_{20} = \dot{A}_2, \; F_{03} = -F_{30} = \dot{A}_3, \tag{8}$$

где точка производная по времени t.

Тогда Максвелловский член будет равен

$$\frac{1}{2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = g^{00}g^{11}(F_{01})^2 + g^{00}g^{22}(F_{02})^2 + g^{00}g^{33}(F_{03})^2 = -\frac{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}{a^2}. \tag{9}$$

Для метрики ФРУ (4) с учетом (7) и (9) лагранжиан модели гравитации Эйнштейна-Картана-Максвелла с f-эссенцией примет вид

$$L = -3a\dot{a}^2 + a^3\left[\frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi\right) + \frac{3\pi G}{2}\left(\bar{\psi}\gamma_5\gamma^i\psi\right)^2 - mu - V\right] + \frac{a\left[A_1^2 + A_2^2 + A_3^2\right]}{2}. \tag{10}$$

Полная система уравнений движения примет вид

$$3H^2 = \rho, \tag{11}$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -p, \tag{12}$$

$$\dot{\psi} + 1.5H\psi + im\gamma^0\psi - i\gamma^0 V_{\overline{\psi}} - 3\pi G i\gamma^0\left(\overline{\psi}\gamma_5\gamma^i\psi\right)\left(\gamma_5\gamma^i\psi\right) = 0, \tag{13}$$

$$\dot{\overline{\psi}} + 1.5H\overline{\psi} + im\overline{\psi}\gamma^0 - iV_{\psi}\gamma^0 - 3\pi G i\left(\overline{\psi}\gamma_5\gamma^i\psi\right)\left(\overline{\psi}\gamma_5\gamma^i\right)\gamma^0 = 0, \tag{14}$$

$$\ddot{\mathrm{A}}_l + H\dot{A}_l = 0, \tag{15}$$

где $l = 1,2,3$.

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \tag{16}$$

где

$$\rho = -\frac{3\pi G}{2}\sigma^2 + mu + V + \frac{1}{2a^2}\left[\dot{\mathrm{A}}_1^2 + \dot{\mathrm{A}}_2^2 + \dot{\mathrm{A}}_3^2\right] \tag{17}$$

$$p = V_{2u}u - V - \frac{3\pi G}{2}\sigma^2 + \frac{\left[\dot{\mathrm{A}}_1^2 + \dot{\mathrm{A}}_2^2 + \dot{\mathrm{A}}_3^2\right]}{6a^2}. \tag{18}$$

Уравнения (11), (12) являются уравнениями Фридмана, уравнения (13), (14) уравнениями Дирака, уравнение (16) уравнением сохранения, (18) плотность энергии и давление, соответственно. Из уравнений (11) и (14) можно получить выражения связывающие масштабный фактор a и функции u и σ

$$u = \frac{c}{a^3}, \quad \sigma = \overline{\psi}\gamma_5\gamma^i\psi = \frac{\sigma_0}{a^3}, \tag{19}$$

где c и σ_0 константы интегрирования.

4-вектор потенциала из уравнения (15) равен

$$A_l = \frac{c}{a_0 t^{\alpha-1}(1-\alpha)} + A_{l0}, \tag{20}$$

где A_{l0} константа интегрирования.

Система уравнений (11)-(18) имеет следующее степенное решение

$$a = a_0 t^{\alpha}, \tag{21}$$

где a_0 и a некоторые константы. Так как $a(t)$ имеет значение радиуса Вселенной, для ускоренного расширения Вселенной необходимо $\alpha > 1$.

Решение для фермионного поля будем искать в виде

$$\psi_k = B_k(t)e^{iD_K(t)}, \ (k = 0,1,2,3), \tag{22}$$

где B_k и D_k некоторые функции зависящие от t. Коэффициенты B_k и D_k найдем из уравнений Дирака (13), (14)

$$B_k = B_{k0}a_0^{-\frac{3}{2}}t^{-\frac{3}{2}\alpha}, \tag{23}$$

$$D_k = -\frac{3\pi G\sigma_0(\sigma_0 + c)}{ca_0^3(1-3\alpha)}t^{1-3\alpha} - \frac{2\alpha a_0^3}{c(3\alpha-1)}t^{3\alpha-1} + \frac{2k^2}{a_0 c(1-\alpha)}t^{1-\alpha} + D_{k0}, \tag{24}$$

где B_{k0} и D_{k0} константы интегрирования $(D_0 = D_1 = -D_2 = -D_3)$.

Потенциал фермионного поля найдем из уравнений Фридмана (11), (12) совместно с (18)

$$V = \frac{3\pi G \sigma_0^2}{2a_0^6 t^{6\alpha}} + 3\alpha^2 t^{-2} - \frac{mc}{a_0^3 t^{3\alpha}} - \frac{3k^2}{2a_0^4 t^{4\alpha}} + V_0, \tag{25}$$

где V_0 константа интегрирования. Плотность энергии и давления из уравнений (17) и (18) равны (дальше единицы измерения выбираем так, что $8\pi G = 1$)

$$\rho = 3\alpha^2 t^{-2}, \tag{26}$$

$$p = -\alpha(3\alpha - 2)t^{-2}. \tag{27}$$

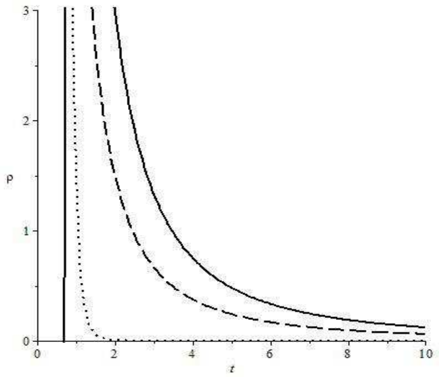

Рисунок 1 – Зависимость плотности энергии ρ от времени t

На рисунке 1 показана полная плотность энергии (сплошная линия), плотность энергии фермионного поля (пунктирная линия), плотность энергии максвелловского члена (точечная линия).

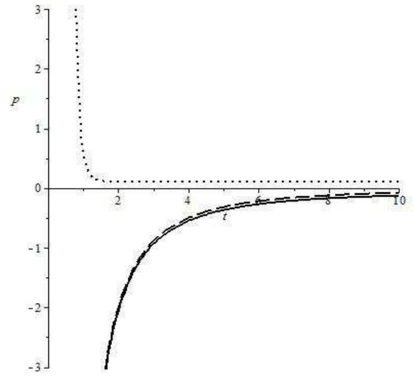

Рисунок 2 – Зависимость давления p от времени t

На рисунке 2 изображены полное давление (сплошная линия), давление фермионного поля (пунктирная линия), давление максвелловского члена (точечная линия). Давление максвелловского члена играет роль только в раннюю эпоху, причем оно положительное и значит, замедляет ускоренное расширение Вселенной. Давление фермионного поля отрицательно и является ответственным за ускоренный период в раннюю и позднюю эпохи.

Параметр уравнения состояния w

$$w(t) = \frac{p}{\rho}. \qquad (28)$$

Согласно последним наблюдательным данным $w = -0.980 \pm 0.053$.
Для нашей модели параметр уравнения состояния равен

$$w(t) = -\frac{3\alpha^2 t^{-2} - 2\alpha t^{-2}}{3\alpha^2 t^2} = -1 + \frac{2}{3\alpha}. \qquad (29)$$

В данной статье рассмотрели модель гравитации Эйнштейна-Картана-Максвела с f-эссенцией совместно с однородной, изотропной и плоской Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера. Для этой модели нашли степенное решение для масштабного фактора. Восстановили фермионный потенциал. Нашли значение 4-вектора потенциала A_μ. Для описания кинематики космологического расширения нашли параметр уравнения состояния w, который удовлетворяет последним наблюдательным данным при $\alpha > 1$. Давление максвелловского члена играет роль только в раннюю эпоху, фермионное поле является ответственным за ускоренный период в раннюю и позднюю эпохи. Общее давление в рассматриваемой модели отрицательно и стремится в позднее время к нулю. Поэтому в позднее время происходит переход в замедленный режим.

Список использованных источников

1. Bamba K., Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S. Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests // Astrophysics and Space Science. 2012. V. 342. P. 155-228.
2. Hehl F.W. and Obukhov Yu.N. Elie Cartan’s torsion in geometry and in field theory, an essay // Ann. Fond. Louis Broglie. 2007. P.38.
3. Ribas M.O. and Kremer G.M., Fermion fields in Einstein-Cartan theory and the accelerated-decelerated transition in a primordial Universe // Grav.Cosmol. 2010. V.2, №16. P.173-177.
4. Razina O., Kulnazarov I., Yerzhanov K., Tsyba P. Yu., Myrzakulov R. Einstein-Cartan gravity and G-essence // Central European Journal of Physics. 2012. V.10, №1. P.47-50.
5. Will C.M. Theory and experiment in gravitational physics // Cambridge University Press. 1981.