ӘОК 524.834

НЕТЕР СИММЕТРИЯСЫ АРҚЫЛЫ F(R, T, φ) ГРАВИТАЦИЯСЫ

Абдешова Ляйла[1], Мейербеков Бекдаулет[2], Бауыржан Гульнур[2], Жасыбаева Меруерт[2]
abdeshova10@bk.ru
[1]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Физика-техникалық факультетінің студенті,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
[2]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Физика-техникалық факультетінің докторанты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшілері- К.Ержанов, Нуркасымова С.Н.

Космологияда танымал болып келе жатқан гравитация теориясына деген қызығушылық жылдан жылға артып келеді. Сонымен қоса көптеген тұжырымдар және идеялар даму үстінде. Нәтижесінде радиацияны байқау арқылы күңгірт энергия анықталып, ол көптеген сұраныстарға ие болды [1],[2]. Қазіргі уақытта қол жетімді деректер арқылы ғаламның жедел қарқынмен ұлғаюын түсіндіру үшін бір моделді анықтау жеткіліксіз. Ең қарапайымы, бастапқы уақытта Эйнштейннің космологиялық тұрақтысы Λ арқылы ұсынылып, әрі қарай дамуын жалғастырған . Қазіргі уақытта бұл модель стандартты космологиялық ΛCDM моделіне жетті.

Жалпы айтқанда әлемінің ұлғаюын сипаттайтын өріс - скаляр өрісі. Ең танымалы - квинтэссенция. Осы модель үшін Лагранж тығыздығы $L = -V(\varphi)$, мұндағы $V(\varphi)$ скаляр өрісіне негізделген функциясы φ [3]. Скалярлық өрістің үлгілерін жалпылау үшін, κ-түрдегі Лагранжиан тығыздығын $L = F(\varphi)$ κ-инфляция моделі үлгісіне негіздейміз [4], [5]. Кейбір скалярлық өрістердің басқа мысалдары ретінде - тахиналық өрісті, фантом өрісін, дилатониялық күңгірт энергияны және Чаплыгин газын қарастыруға болады. Үлгіні шынайы модельдерге жеткізу үшін көп факторлар арқылы жинақтаймыз және g - мәні пайдаланылады, ол сондай-ақ ψ фермиондық өрісіне жатады [6], [7]. Гравитация теориясының тағы бір мысалы - геометриялық тәсіл бойынша $F(R)$-гравитациясын жалпы салыстырмалылық теориясындағы түйіндемесі ретіндеде алып қарастыруға болады. Ол кезде Риччи скалярының орнына үдемелі ұлғаюды сипаттайтын функциясы қолданылады. Сондай-ақ гравитацияны анықтаудың үлгісі $F(T)$ [8] моделін T-бұралу скалярын [9], [10]. да арқылы анықтауға болады. Гравитация теориясындағы ең танымал модель екеуін біріктірген Мырзакулов $F(R,T)$ гравитациясы. Жалпы айтқанда Лагранжиан тек Риччи скалярына тәуелді емес, сонымен қатар скалярлық бұралуына да тәуелді.Осылайша, көріп отырғанымыздай, көптеген үлгілерді жинақтап, әртүрлі жағдайдағы шешімдерді қарастырамыз. Қолданыстағы модельдердің жалпы қасиеттері деректерге сүйеніп қолданылады.Біз модельді зерттеу үшін Нетердің симметриясын қолданамыз. Бұл әдіс әртүрлі физика салаларында, соның ішінде космологияда кеңінен қолданылады. Бұл мақалада Фридман Робертсон Уолкер (ФРУ) метрикасын нөлдік қисықтығы ретінде қарастырамыз және модель үшін Эйлер -Лагранж теңдеуін, Нетер симметриясының теңдеулер жүйесін қолдану арқылы дербес шешімдерін табамыз. Бұл мақалада келесі бөлімдер бар: II тарауда $F(R,T,\varphi)$ гравитациясының негіздері берілген. III тарауда осы модель үшін Эйлер - Лагранж теңдеуі алынды. IV тарауда Нетер симметриясының теңдеулер жүйесі алынды. V тарауында Нетер теңдеулерінің және ауқымды факторлық шешімдердің кейбір шешімдері келтірілген. VI тарауда келтірілген $F(R,T,\varphi)$ гравитациясының космологиялық теңдеулерінің қорытындысы.

F (R, T, φ) гравитациясы

Мұнда сызықтық элементпен ФРУ метрикасын қарастырамыз. $ds^2 = dt^2 - a(t)^2\left(dx^2 + dy^2 dz^2\right)$ ФРУ метрикасындағы

$$S = 2\pi^2 \int dt a^3 \left\{ F - \lambda_1 \left[R - u + 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] - \lambda_2 \left[T - v + 6\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] \right\}, \tag{1}$$

мұндағы u, v функциясы - $a, \dot{a}$ функциясына тәуелді.

Бұл модель үшін Эйлер-Лагранжатеңдеуіне қатысты пайдаланамыз

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = \frac{\partial L}{\partial a}; \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = \frac{\partial L}{\partial R}; \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{T}} = \frac{\partial L}{\partial T}; \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial L}{\partial \varphi}, \tag{2}$$

энергия жағдайына байланысты

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{R}}\dot{R} + \frac{\partial L}{\partial \dot{T}}\dot{T} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\dot{\varphi} - L = 0, \tag{3}$$

Сигнатурасы үшін

$$R = u - 6\left(\dot{H} + 2H^2\right), \tag{4}$$

$$T = v - 6H^2 \tag{5}$$

әрі қарай $F(R,T,\varphi)F$ ретінде белгіленеді. Әрекетті өзгерту арқылы, R және T үшін

$$\lambda_1 = F_R, \lambda_2 = F_T \tag{6}$$

мұнда $F_R - R$ функциясы бойынша туындысы, $F_T - T$ функциясы бойынша туындысы. Бөлшектеп интегралдағаннан кейін, Лагранжианның келесі формасы:

$$L = a^3\left[F-(R-u)F_R-(T-\nu)F_T\right]+6a\dot{a}^2\left[F_R-F_T\right]+6a^2\dot{a}\left[\dot{R}F_{RR}+TF_{RT}+\dot{\varphi}F_{R\varphi}\right] \quad (7)$$

Эйлер- Лагранж теңдеулері

Енді біз a үшін Эйлер - Лагранж теңдеулерін аламыз

$$F = AF_R - BF_T - \left(u_{\dot{a}}\frac{a}{3}-4H\right)\dot{F}_R - \left(\nu_{\dot{a}}\frac{a}{3}-4\right)\dot{F}_T - 2\ddot{F}_R = 0, \quad (8)$$

Мұндағы

$$A = R-u-\frac{a}{3}u_a + u_{\dot{a}}\dot{a} + u_{\dot{a}a}\dot{a}\frac{a}{3} + u_{\dot{a}\dot{a}}\ddot{a}\frac{a}{3} - 4\dot{H} + 6H^2, \quad (9)$$

$$B = T-\nu-\frac{a}{3}\nu_a + \nu_{\dot{a}}\dot{a} + \nu_{\dot{a}a}\dot{a}\frac{a}{3} + \nu_{\dot{a}\dot{a}}\ddot{a}\frac{a}{3} - 4\dot{H} + 6H^2, \quad (10)$$

$$\dot{F}_R = \dot{R}F_{RR} + \dot{T}F_{RT} + \dot{\varphi}F_{R\varphi}, \quad (11)$$

$$\dot{F}_T = \dot{R}F_{TR} + \dot{T}F_{TT} + \dot{\varphi}F_{T\varphi}, \quad (12)$$

және

$$\ddot{F}_R = \ddot{R}F_{RR} + \ddot{T}F_{RT} + \ddot{\varphi}F_{R\varphi} + \dot{R}\dot{F}_{RR} + \dot{T}\dot{F}_{RT} + \dot{\varphi}\dot{F}_{R\varphi}, \quad (13)$$

бұл

$$\dot{F}_{RR} = \dot{R}F_{RRR} + \dot{T}F_{RRT} + \dot{\varphi}F_{RR\varphi} \quad (14)$$

$$\dot{F}_{RT} = \dot{R}F_{RTR} + \dot{T}F_{RTT} + \dot{\varphi}F_{RT\varphi}, \quad (15)$$

$$\dot{F}_{R\varphi} = \dot{R}F_{R\varphi R} + \dot{T}F_{R\varphi T} + \dot{\varphi}F_{R\varphi\varphi}, \quad (16)$$

Энергетикалық жағдай береді:

$$\begin{aligned} E_L = &-F + F_R\left(\dot{a}u_{\dot{a}} + 6H^2 + R - u\right) + F_T\left(\dot{a}\nu_{\dot{a}} - 6H^2 + T - \nu\right) + \\ &+ 6H\left(\dot{R}F_{RR} + \dot{T}F_{RT} + \dot{\varphi}F_{R\varphi}\right) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Бұл теңдеулердің шешілу жолы қиын.

Нетер симметриясының тәсілі

Лагранжиан үшін келесі түрде Нетердің симметрия жағдайын былай жазуға болады

$$XL = 0. \quad (18)$$

мұндағы

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \beta\frac{\partial}{\partial R} + \gamma\frac{\partial}{\partial T} + \varepsilon\frac{\partial}{\partial \varphi} + \dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta}\frac{\partial}{\partial \dot{R}} + \dot{\gamma}\frac{\partial}{\partial \dot{T}} + \dot{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}}, \quad (19)$$

$\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ функциялары a, R, T, φ айнымалыларына байланысты және одан кейін

$$\dot{\alpha} = \alpha_\alpha\dot{\alpha} + \alpha_R\dot{R} + \alpha_T\dot{T} + \alpha_\varphi\dot{\varphi}, \quad (20)$$

$$\dot{\beta} = \beta_\alpha\dot{\alpha} + \beta_R\dot{R} + \beta_T\dot{T} + \beta_\varphi\dot{\varphi}, \quad (21)$$

$$\dot{\gamma} = \gamma_\alpha\dot{\alpha} + \gamma_R\dot{R} + \gamma_T\dot{T} + \gamma_\varphi\dot{\varphi}, \quad (22)$$

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon_\alpha \dot{\alpha} + \varepsilon_R \dot{R} + \varepsilon_T \dot{T} + \varepsilon_\varphi \dot{\varphi} \tag{23}$$

Нетер симметриясынан:

$\dot{\mathbf{a}}^2$: $\alpha[F_R - F_T] + \beta a[F_{RR} - F_{TR}] - \gamma a[F_{RT} - F_{TT}] + \varepsilon a[F_{R\varphi} - F_{T\varphi}] + \alpha_a 2a[F_R - F_T] +$
$+ \beta_a a^2 F_{RR} + \gamma_a a^2 F_{TR} + \varepsilon_a a^2 F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{R}}^2$: $6\alpha_R a^2 F_{RR} = 0,$

$\dot{\mathbf{T}}^2$: $6\alpha_T a^2 F_{RT} = 0,$

$\dot{\varphi}^2$: $6\alpha_\varphi a^2 F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{a}}\dot{\mathbf{R}}$: $2\alpha F_{RR} + \beta\alpha F_{RRR} + \gamma a F_{RRT} + \varepsilon a F_{RR\varphi} + 2\alpha_R[F_R - F_T] + \alpha_a a F_{RR} + \beta_R a F_{RR} +$
$+ \gamma_R a F_{TR} + \varepsilon_R a F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{a}}\dot{\mathbf{T}}$: $2\alpha F_{TR} + \beta a F_{TRR} + \gamma a F_{TRT} + \varepsilon a F_{TR\varphi} + 2\alpha_T[F_R - F_T] + \alpha_a a F_{TR} + \beta_T a F_{RR} +$
$+ \gamma_T a F_{TR} + \varepsilon_T a F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{a}}\dot{\varphi}$: $2\alpha_\varphi[F_R - F_T] + a\beta_\varphi F_{RR} + a\gamma_\varphi F_{TR} + \varepsilon_a + 2\alpha F_{R\varphi} + \beta a F_{R\varphi R} + \gamma a F_{R\varphi T} + \varepsilon a F_{\varphi\varphi} +$
$+ \alpha_a a F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{R}}\dot{\mathbf{T}}$: $\alpha_R a^2 F_{TR} + \alpha_T a^2 F_{RR} = 0,$

$\dot{\mathbf{R}}\dot{\varphi}$: $6\alpha_\varphi a^2 F_{RR} + 6\alpha_\varphi a^2 F_{R\varphi} = 0,$

$\dot{\mathbf{T}}\dot{\varphi}$: $6\alpha_\varphi a^2 F_{TR} + 6\alpha_T a^2 F_{R\varphi} = 0,$

$$3a\left[F - (R-u)F_R - (T-v)F_T + \frac{1}{3}a(u_a F_R + v_a F_T)\right] + \beta a[-(R-u)F_{RR} - (T-v)F_{TR}] +$$
$$\gamma a[-(R-u)F_{RT} - (T-v)F_{TT}] + \varepsilon a[F_\varphi - (R-u)F_{R\varphi} - (T-v)F_{T\varphi}] + \dot{a}a[u_a F_R + v_a F_T] +$$
$$\dot{\varphi}\alpha_\varphi a[u_{aF_R} + v_{aF_T}] + \dot{R}\alpha_R a[u_a F_R + v_a F_T] + \dot{T}\alpha_T a[u_a F_R + v_a F_T] = 0\ ,$$

Нетер симметриясының шешімі

$\dot{R}^2, \dot{T}^2$, теңдеуінен екі мүмкін шешім табуға болады. Біріншіден $F_{RR} = F_{RT} = F_{R\varphi} = 0.$ Екінші тәсіл, сызықты емес теңдеу үшін $\alpha_R = \alpha_T = \alpha_\varphi = 0.$ Дербес жағдай үшін $F = C_1(\varphi)R + C_2(\varphi)T + C_3(\varphi)T^2 + C_4(\varphi)$ қолданамыз.Бұл жерде нақты шешу жолын қолданамыз, яғни ол C_1, C_2, C_3, C_4 еркін тұрақтылардан тұрады. Яғни, ол дегеніміз $\dot{a}\dot{R}, \dot{a}\dot{R}$ және $\dot{a}\dot{\varphi}$ теңдеулерді біріктіреміз, ол дегенім $Z(a,\varphi) = (2\alpha + \alpha_a a)F_R + \beta a F_{RR} + \gamma a F_{RT} + \varepsilon a F_{R\varphi}$ Сонымен қатар, біз мұнда θ Нетер тоғын пайдалана аламыз. $F(R,T,\varphi)$ үшін θ түрі:

$$\theta = \alpha\left[a^3(u_a F_R + v_a F_T) + 12a\dot{a}(F_R - F_T) + 6a^2 \dot{F}_R\right] + \dot{a}\left[\beta F_{RR} + \gamma F_{RT} + \varepsilon F_{R\varphi}\right] \tag{24}$$

Осы формуланы қолдана отырып, табылған мүшелер:

$$v_{\dot{a}} = \frac{12\dot{a}}{a^2};\ u_{\dot{a}} = -\frac{12}{a^2}, \tag{36}$$

Енді Нетер симметрия жүйесінен мүшелер үшін нақты шешімдерді аламыз

$$\varepsilon = -\frac{\varepsilon_0(a,T,\varphi)}{F_\varphi C_{1\varphi}} \qquad (37)$$

және Z мұндағы

$$Z = 2\alpha C_1. \qquad (38)$$

$$C_1 = C_{10}e^{\varphi}, \qquad (39)$$

мұндағы C_{10} тұрақты. Енді біз екі жағдайды қарастырамыз:

1-жағдай бойынша:

$$\varepsilon_{0t} = 0 \qquad (40)$$

2-жағдай бойынша:

$$C_3 = 0, \quad C_2 = \varphi \qquad (41)$$

Бұл бізге F жалпы түрін береді.

Қорытынды

Скаляр өрісі мен F(R,T) Мырзакулов гравитациясын –Нетер симметрия әдісі арқылы жалпы гравитацияны қарастырдық. Бұл модель үшін Эйлер-Лагранжа теңдеулері алынды. Нәтижесінде көптеген мүмкіндіктерді көрсетті және бастапқыда Лагранжа арқылы алынып нәтижесінде Нетер әдісі қолданылды. Осылайша модельде көрсетілген Риччи скалярының компоненттерінің әсерін ескергенде, скалярлық бұралуды және скалярлық өрісте бірнеше жағдайлар қарастырылды. Дербес шешім ретінде $F = C_1(\varphi)R + C_2(\varphi)T + C_3(\varphi)T^2 + C_4(\varphi)$ алынды. Еркін шешімдер үшін Старобинский әдісі қолданылды.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // Astroph. J. 1999. Vol.517. P. 565-586.

2. Riess A.G., Filippenko A.V., Challis P. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Astron. J. 1988. №3. P.1009.

3. Myrzakulov R. Accelerating universe from F(T) gravity // Eur.Phys.J. 2010. P. 71

4. Myrzakulov R. Dark Energy in F(R,T) Gravity. arXiv:1205.5266

5. Myrzakulov R. FRW Cosmology in F(R,T) gravity. // The European Physical Journal C. P. 2203.

6. Sharif M., Rani S., Myrzakulov R.. Analysis of F(R,T) Gravity Models Through Energy Conditions. // Eur. Phys. J. Plus. 2013. P. 123.

7. Pasqua A., Chattopadhyay S., Myrzakulov. R. A dark energy with higher order derivatives of H in the modified gravity f(R, T) // ISRN High Energy Phys. 2014. P. 535.

8. Capozziello S., De Laurentis M., Myrzakulov R.. Noether Symmetry Approach for teleparallel - curvature cosmology // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 2015 №09. P. 1550

9. Myrzakulov. R. F(T) gravity and k-essence // General Relativity and Gravitation, №12. P. 3059-3080

10. Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in f(T) gravity with a cosmological constant // Astrophysics and Space Science. – P. 357