ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2024»

2024
Астана

УДК 001
ББК 72
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов имолодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001
ББК 72
G99

ISBN 978-601-7697-07-5

and estimated it using observational data. We used two methods for the assessment: 1) the "NonlinearModelFit" function from the Wolfram Mathematica package, and 2) the Monte Carlo method for Markov chains. The Monte Carlo method optimizes the free parameters of the model better than the built-in Wolfram Mathematica function.

This study is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP14869238).

Literature

1. Scalar Tensor Teleparallel Dark Gravity via Noether Symmetry. - Yusuf Kucukakca, March 8, 2018, p. (1-4), (arXiv:1404.7315v1).
2. Noether Symmetry in $f(T)$ Theory. - Hao Wei, Xiao-Jiao Guo and Long-Fei Wang, 8 Jan 2012, p. (6-8), (arXiv:1112.2270).

УДК 524.834

ПЕНЛЕВЕНІҢ ЕКІНШІ ТЕҢДЕУІН КОСМОЛОГИЯДА ҚОЛДАНУ

Мәлік Диана Нұрланқызы
diana.malik.00@inbox.ru
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті,Астана қ., Қазақстан
Ғылыми жетекші – Мырзақұл Ш.Р.

Пенлеве теңдеуі космологияда маңызды рөл атқарады, гравитациялық толқындардың өзгерістерін зерттеуге және ғарыштық құрылымдарды қалыптастыруға қуатты математикалық құрал беріп, әлемнің іргелі динамикасын түсінуге ықпал етеді.

Ары қарай біртекті, изотропты және тегіс кеңістіктік Фридман-Робертсон-Уокер метрикасымен (ФРУ) бірге зерттеледі [1-5]

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right), \tag{1}$$

мұндағы: $a(t)$ - масштабты фактор.

Энергияның сақталу заңы

$$3H^2 = \rho, \tag{2}$$

$$\dot{\rho} = 6H\dot{H}, \tag{3}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \tag{4}$$

Сақталу заңы

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \tag{5}$$

мұндағы H Хаббл параметрі

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \tag{6}$$

Мұнда тәуелсіз теңдеулер саны 2, ал белгісіз айнымалылар 3 болғандықтан, бұл теңдеулер жүйесі жабық емес. Сондықтан біз күй теңдеуін қолданамыз

$$p = f(\rho). \tag{7}$$

Пенлев теңдеуі келесідей

$$w'' = 2w^3 + zw + \alpha. \tag{8}$$

Берілген теңдеуге түрлендіру жасадым

$$w = H, z = t$$

$$\ddot{H} = 2H^3 + Ht + \alpha, \tag{9}$$

Сонымен 2 мен 4 теңдеуді қолданып

$$2\dot{H} = -p - \rho, \tag{10}$$

$$\dot{H} = \frac{-p-\rho}{2}, \tag{11}$$

$$\ddot{H} = -\frac{\dot{p}}{2} - \frac{\dot{\rho}}{2}, \tag{12}$$

$$\ddot{H} = -\frac{\dot{p}}{2} + \frac{3H(p+\rho)}{2}, \qquad (13)$$

Осы екі теңдеуді теңестіру арқылы біз аламыз

$$2H^3 + Ht + \alpha = -\frac{\dot{p}}{2} + \frac{3H(p+\rho)}{2}, \qquad (14)$$

$$2H^3 + Ht + \alpha = -\frac{\dot{p}}{2} + \frac{3H}{2}\rho + \frac{3H}{2}p / \cdot (-2), \qquad (15)$$

$$\dot{p} - 3H\rho - 3Hp = -4H^3 - 2Ht - 2a, \qquad (16)$$

$$\dot{p} = 3H(p+\rho) - \frac{2\dot{H}^2}{H} + 2d\frac{\dot{H}}{t} + 2\frac{b}{t} + 2cH^3 + 2\frac{l}{H}. \qquad (17)$$

Ары қарай p-ны табу үшін

$$H = (\ln a)_t = \frac{\dot{a}}{a}. \qquad (18)$$

$$\dot{H} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2}, \qquad (19)$$

Қозғалыс теңдеуін қолданып, Н Хаббл параметрінінен түрлендіріп табамыз

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \rho. \qquad (20)$$

(4)-(16) теңдеуге қойып

$$2\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -p, \qquad (21)$$

Ары қарай теңестіргеннен кейін, ұқсас шамаларын біріктіріп табамыз

$$2\frac{\ddot{a}}{a}=\left(-\frac{\dot{a}^{2}}{a^{2}}-p\right) \qquad /\cdot\frac{a}{2}, \tag{22}$$

$$\ddot{a}=-\frac{\dot{a}^{2}}{2a}-\frac{a}{2}p, \tag{23}$$

$a(t)$ - масштабты фактордан анықтап, тапсақ

$$\ddot{a}=2a^{3}+at+\alpha, \tag{24}$$

Сонда шешімі

$$p=-\frac{1}{3}\rho-4a^{2}-2t-\frac{2\alpha}{a}. \tag{25}$$

Барлық Пенлеве теңдеулерін сызықтық теңдеулер жүйесі ретінде көрсетуге болады. Теңдеулер жүйесін қарастырайық:

$$\psi_{\lambda}=U(z,\lambda)\cdot\psi, \tag{26}$$

$$\psi_{z}=V(z,\lambda)\cdot\psi, \tag{27}$$

мұндағы, U және V матрицалар және λ тәуелсіз z. Содан кейін теңдеу

$$\psi_{z\lambda}=\psi_{\lambda z} \tag{28}$$

қатынастарға әкеледі

$$U_{z}-V_{\lambda}+[U,V]=0. \tag{29}$$

Бұл үйлесімділік шарты(29). U және V матрицалары келесі формада болады:

$$U(z,\lambda)=-i\left(4\lambda^{2}+2y^{2}+z\right)\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}-2y'\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}+\left(4\lambda y-\frac{\alpha}{\lambda}\right)\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \tag{30}$$

$$V(z,\lambda)=\begin{pmatrix}-i\lambda&y\\y&i\lambda\end{pmatrix}. \tag{31}$$

Пенлевенің II теңдеуі теңдеулер параметрлерінің кейбір мәндері үшін рационалды және арнайы шешімдерге ие.

$$w = N, z = t, \dot{N} = H, N = \ln a + c$$

$$\ddot{N} = 2N^3 + Nt + \alpha \qquad (32)$$

(7), (8) және (9) теңдеулеріне ауыстыра отырып, біз мынаны аламыз

$$3\dot{N}^2 = \rho, \qquad (33)$$

$$3\ddot{N} + 2\dot{N}^2 = -p, \qquad (34)$$

$$2\ddot{N} = -p - 3\dot{N}^2, \qquad (35)$$

Сол сияқты, біз бұл шамаларды шамаларды ауыстыру арқылы табамыз

$$\ddot{N} = -\frac{p}{2} - \frac{\rho}{2}, \qquad (36)$$

$$-\frac{p}{2} - \frac{\rho}{2} = 2N^3 + tN + \alpha, \qquad (37)$$

$$-\frac{p}{2} = 2N^3 + tN + \alpha + \frac{\rho}{2} / \cdot (-2), \qquad (38)$$

Сондағы шыққан шешімді,ары қарай түрлендіреміз

$$p = -3\dot{N}^2 - 4N^3 - 2tN - 2\alpha, \qquad (39)$$

Енді Пенлевенің 2 теңдеуіне шешімді қоямыз.

$$H(1,t) = -\frac{1}{t}, N = -\frac{1}{t}, \dot{N} = \frac{1}{t^2}, \ddot{N} = -\frac{2}{t^3}, \qquad (40)$$

(32) теңдеуді (39) қойып, табамыз

$$p=-\frac{3}{t^4}+4\frac{1}{t^3}+2t\cdot\frac{1}{t}-2\alpha, \tag{41}$$

$\alpha=1$ - ге тең болғанда

$$p=-\frac{3}{t^4}+4\frac{1}{t^3}. \tag{42}$$

Енді тапқан шешімдерімізді қозғалыс теңдеуіне қойып тексереміз

$$\frac{3}{t^4}=\rho$$

$$-2\frac{2}{t^3}+3\frac{1}{t^4}=\frac{3}{t^4}-4\frac{1}{t^3} \tag{43}$$

$$\dot{\rho}=6\cdot\frac{1}{t^2}\cdot\left(\frac{1}{t^3}\right)=-\frac{12}{t^5}$$

$$-\frac{12}{t^5}+3\cdot\frac{1}{t^2}\left(\frac{3}{t^4}+\frac{4}{t^3}-\frac{3}{t^4}\right)=0 \tag{44}$$

Тапқан шешімдерімізді қозғалыс теңдеуін қанағаттандырады

Енді Хаббл параметрін табу үшін теңдеуге түрлендірулер жасаймыз

$$H(2,t)=\frac{1}{t}-\frac{3t^2}{t^3+4} \tag{45}$$

$$N=\frac{1}{t}-\frac{3t^2}{t^3+4} \tag{46}$$

$$\dot{N}=-\frac{1}{t^2}-\frac{6t(t+3)-3t^2\cdot 3t^2}{\left(t^3+4\right)^2}=-\frac{1}{t^2}-\frac{6t^2+18t-9t^4}{\left(t^3+4\right)^2} \tag{48}$$

$$H=-\frac{1}{t^2}-\frac{6t^2+18t-9t^4}{\left(t^3+4\right)^2} \tag{49}$$

Қорытындылай келе, Пенлеве теңдеуі космология туралы түсінігімізді ілгерілетуде шешуші рөл атқаратынын атап өткен жөн. Бұл зерттеушілерге Гравитациялық толқындарды, ғарыштық құрылымдарды, күңгірт энергияны және іргелі космологиялық құбылыстарды зерттеуге мүмкіндік береді, айта келгенде, Әлем туралы білімнің кеңеюіне үлес қосады. Пенлеве теңдеуін қолдана отырып, ғалымдар ғарыштың құпияларын шешуде және оның пайда болуы мен эволюциясы туралы негізгі мәселелерді шешуде айтарлықтай жетістіктерге жете алады. Бұл зерттеу космологияға және біздің әлем туралы жалпы түсінігімізге маңызды әсер етеді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Allemandi G., Borowiec A., Francaviglia M., Odintsov S. D. Dark energy dominance and cosmic acceleration in first-order formalism // Physical Review. - 2005. - Vol 72. -P.063505.

2. Frieman J. A., Turner M. S., Huterer D. Dark energy and the accelerating universe // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. - 2008. - Vol. 46.- P. 385–432.

3. Clifton T., Ferreira P. G., Padilla A., Skordis C. Modified gravity and cosmology // Physics reports. - 2012. - Vol. 513. - P. 1–189.

4. Gromak, V. I., Solutions of the third Painleve equation, Diff. Uravneniya, 9 (1973), 1599-16W.

5. Lukashevich, N. A., On the theory of the third Painleve equation, Diff. Uravneniya, 3 (1967), 994-999.

УДК 524.834

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС КЛЕЙН-ГОРДОН-ФОК ТЕҢДЕУІ

Мусабаева Ажар Серікқызы

azhara.musabaeva@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 4-курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – А.А. Жадыранова

Көптеген ғылыми салаларда кездесетін сызықты емес жалғыз толқын динамикасы сызықты емес туынды дифференциалдық теңдеулер арқылы сипатталады. Сызықтық емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуі - дербес дифференциалдық теңдеулердің маңызды кластарының бірі болып табылады[1], [2]. Бұл теңдеу кристалдардағы дислокацияның таралуын және элементар бөлшектердің әрекетін қоса алғанда, көптеген әртүрлі құбылыстарды модельдеу үшін қолданылады [3]. Клейн-Гордон-Фок теңдеуінің дәл және сандық солитондық шешімдері [4]-ші жұмыста келтірілген $k = h = 0,05$ қадамдары уақыт пен координаттарды ескере отырып, сандық түрде шешілді және Тейлор қатары арқылы сипаттау схемасы табылды. Сызықты емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуін инвариантты сақтайтын шекті айырмашылық алгоритмдерін интегралдау [5] және энергия мен импульсті сақтау схемалары [6] берілген.

Тармақталған құрылымдардағы сызықты емес дербес дифференциалдық теңдеулер соңғы онжылдықта үлкен қызығушылық тудырды [7,8]. Бұл сызықты емес Шредингер және Дирак теңдеулері сияқты сызықты емес дербес дифференциалдық теңдеулердің солитондық шешімін алу мүмкіндігімен [9,10] көптеген қолданылуымен байланысты болды. Тармақталған құрылымдарды [11] метрикалық графиктер арқылы модельдеуге болады. Метрикалық графиктер екі жиыннан тұрады [12], шың нүктелер жиыны және шыңдарды қосатын интервалдар жиыны [13] графиктердің топологиясын іргелес матрицалар деп атауға болады.

Сызықты емес толқындық құбылыстар физика ғылымының көптеген салаларында пайда болды. Мұхит шетіндегі су толқындарының «үзілуі», газдар мен плазмалардағы соққы толқындары, жарылғыш заттардағы детонациялық толқындар бірнеше мысалдар ғана. Сонымен қатар, толық сипаттау үшін сызықтық емес толқындар теориясын қажет ететін көптеген жақында пайда болған сызықты емес толқындық жүйелер бар. Оларға жылжымалы толқын түтігі және кері толқын генераторы, жылжымалы толқынды мазер күшейткіші, лазерлік күшейткіш пен генератор және сызықты емес оптика жатады.

Сызықты емес Клейн-Гордон-Фок теңдеуін қарастырайық:

$$(\partial^2\phi/\,\partial\phi^2) - (\partial^2\phi/\,\partial t^2) = \sin\phi. \quad (1)$$