

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»  
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XIX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS  
of the XIX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024  
Астана**

**УДК 001**

**ББК 72**

**G99**

**«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001**

**ББК 72**

**G99**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2024**

5. Elizalde E. et al.  $\Lambda$ CDM epoch reconstruction from F (R, G) and modified Gauss–Bonnet gravities //Classical and Quantum Gravity. – 2010. – Т. 27. – №. 9. – С. 095007.

6. Li B., Barrow J. D., Mota D. F. Cosmology of modified Gauss-Bonnet gravity //Physical Review D. – 2007. – Т. 76. – №. 4. – С. 044027.

УДК 517.957; 532.5

## ЛОКАЛЬДЫ ЕМЕС МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН КДФ ТЕНДЕУІ ҮШІН ДАРБУ ТҮРЛЕНДІРУІ

**Прімхан Нұрсая Талғатқызы**

[nursayaprimkhan@gmail.com](mailto:nursayaprimkhan@gmail.com)

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі-А.Б.Алтайбаева

### Кіріспе

Кортевег-де Фриз теңдеуі  $q_t + 6qq_x + q_{xxx} = 0$  таяз суда пайда болатын шағын амплитудалық және әлсіз дисперсиялық толқындардың қозғалысын сипаттайды. КДФ теңдеуінің басқа өзгертілген нұсқасы күрделі мКДФ теңдеуі келесі түрге ие ( $\varepsilon = \pm 1$ )[1]

$$q_t + 6\varepsilon|q|q_x + q_{xxx} = 0, \quad (1)$$

Абловиц пен Муслимани интегралданатын мКДФ теңдеуін қамтитын жаңа локальды емес сызықты емес интегралданатын теңдеуін ұсынды[2]

$$q_t + 6\varepsilon q q(-x, t) q_x + q_{xxx} = 0, \quad (2)$$

мұндағы  $q = q(x, t)$  -  $x$  және  $t$  нақты айнымалылардың күрделі функциясы.

### Локальды емес мКДФ теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруі

Бұл бөлімде біз локальды емес мКДФ теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруін [3,4] қолданып, теңдеудің нақты шешімін табамыз. Локальды емес мКДФ (2) теңдеуі келесі Лакс жұптары арқылы шығарылады

$$\varphi_x = M\varphi, \quad (3)$$

$$\varphi_t = N\varphi,$$

мұндағы  $M = M(x, t, \lambda)$  және  $N = N(x, t, \lambda)$  матрицалары келесі түрге ие

$$M = -i\lambda\sigma_3 + Q, \quad (4)$$

$$N = -4i\lambda^3\sigma_3 + 4\lambda^2Q - 2i\lambda\sigma_3(Q^2 - Q_x) + Q_xQ - QQ_x - Q_{xx} - 2Q^3 \quad (5)$$

және

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -\varepsilon q^*(-x, t) & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Алдымен,  $\varphi$  сызықтық функциясының түрлендіруін қарастырайық. Ондай болса

$$\tilde{\varphi} = T\varphi = (\lambda I - P)\varphi \quad (7)$$

жана функция  $\tilde{\varphi}$  келесі шарттарды қанағаттандырады

$$\tilde{\varphi}_x = \tilde{M}\tilde{\varphi}, \quad \tilde{\varphi}_t = \tilde{N}\tilde{\varphi}. \quad (8)$$

мұндағы  $\tilde{M}, \tilde{N}$  матрицасы формуладағы  $M, N$  матрицалық формасымен сәйкес келеді, тек матрицада берілген  $q$  потенциалын  $\tilde{q}$  потенциалымен ауыстырамыз. Сондай-ақ Дарбу түрлендіруіндегі  $T$  матрицасы келесі шарттарды қанағаттандырады

$$T_x = \tilde{M}T - TM, \quad (9)$$

$$T_t = \tilde{N}T - TN. \quad (10)$$

Берілген (7) теңдеуі бойынша мұндағы  $T = \lambda I - P$ .

Олай болса шартынан келесі шешімді аламыз

$$\tilde{Q} = Q - i[\sigma_3, p] \quad (11)$$

мұндағы  $p = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$ , Олай болса матрицаның шешімі келесі түрге ие

$$\tilde{q} = q - 2ip_{12}, \quad \tilde{q}^*(-x, t) = q^*(-x, t) - 2i\varepsilon p_{21} \quad (12)$$

Демек,

$$P = H\Lambda H^{-1}, \quad (13)$$

және

$$H = \begin{pmatrix} f_1 & g_1 \\ f_2 & g_2 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

мұндағы  $(f_1, f_2)^T = (f_1(x, t), f_2(x, t))^T$  және  $(g_1, g_2)^T = (\varepsilon f_2^*(-x, t), f_1^*(-x, t))^T$ , сондай-ақ  $\lambda_2 = \lambda_1^*$ ,  $T$  жоғарғы индексі векторлық орын ауыстыруды білдіреді.  $P$  нақты өрнегін аламыз.

$$P = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 f_1 f_1^*(-x, t) + \varepsilon \lambda_1^* f_2 f_2^*(-x, t) & -\varepsilon (\lambda_1 + \lambda_1^*) f_1 f_2^*(-x, t) \\ (\lambda_1 + \lambda_1^*) f_2 f_1^*(-x, t) & -\varepsilon \lambda_1 f_2 f_2^*(-x, t) - \lambda_1^* f_1 f_1^*(-x, t) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

мұндағы  $\Delta = f_1 f_1^*(-x, t) - \varepsilon f_2 f_2^*(-x, t)$ . Демек бізде келесі шешім табылады

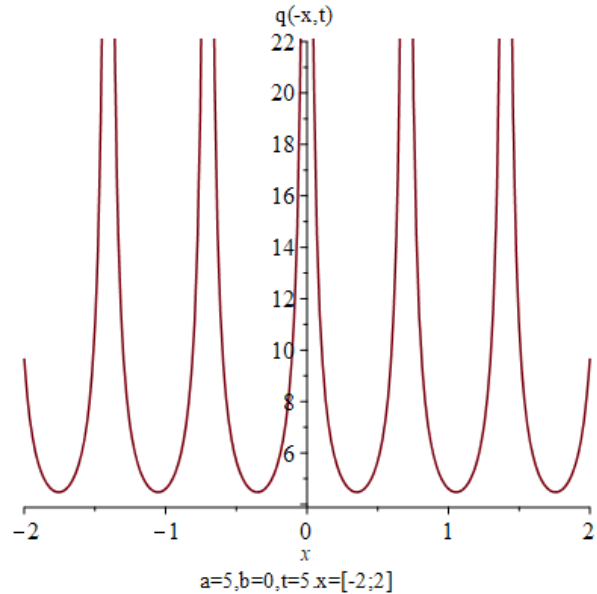
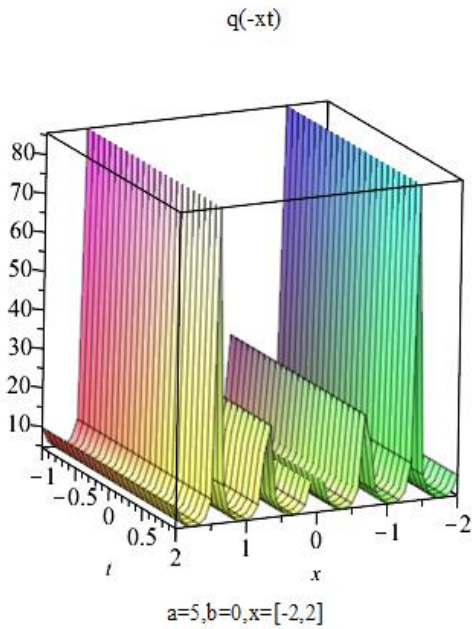
$$\tilde{q} = q + \frac{2i\varepsilon}{\Delta} (\lambda_1 + \lambda_1^*) f_1 f_2^*(-x, t) \quad (16)$$

Табылған  $\tilde{q}$  шешіміне  $q = 0$  және келесі меншікті функцияларды қолдану арқылы теңдеудің шешімін табамыз

$$f_1 = e^{-i\lambda_1 x - 4i\lambda_1^3 t}, \quad f_2 = e^{i\lambda_1 x + 4i\lambda_1^3 t}, \quad (17)$$

Демек  $\lambda_1 = a + ib (a \neq 0)$  жағдайында берілген локальды емес мКдФ теңдеуі үшін келесі шешімді аламыз

$$q = 2ae^{-8i(a+ib)^3 t} \csc(2ax + 2ibx) \quad (18)$$



Сурет 1.(а)Локальды емес мКдФ теңдеуінің  $q = q(-x,t)$  периодты шешімінің графигі.

(b)  $t = 5$  кезіндегі кеңістік периоды

### Қорытынды

Бұл жұмыста біз локальды емес модификацияланған Кортевег-де Фриз теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруін құру арқылы шешімін алдық. «Maple» бағдарламасы арқылы табылған шешімнің толқындық кескінін алдық.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. M.J. Ablowitz and P.A.Clarkson, Solitons,Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering (Cambridge University Press, New York) 1991.
2. M.J. Ablowitz and Z.H. Musslimani, Inverse scattering transform for the integrable nonlocal nonlinear Schrödinger equation, Nonlinearity, 29, 915-946 2016.
3. G. Neugebauer and R. Meinel, General N-soliton solution of the AKNS class on arbitrary background, Phys. Lett. A, 100, 467-470 1984.
4. V.B. Matveev and M.A. Salle, Darboux Transformations and Solitons (Springer, Berlin-Heidelberg, 1991).