

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ТЕОРИЯХ С
ИНВАРИАНТОМ ГАУССА-БОННЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМ
СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ**

Бекбосынова Жаннета Маратовна

z.bek01@bk.ru

Студент бакалавриата 4 курса кафедры «Общей и теоретической физики»
Евразийского национального университета им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель –Цыба П.Ю.

Общая теория относительности (ОТО) уже продолжительное время успешно описывает эволюционные процессы Вселенной в виде модели Λ CDM.[1] Данная модель позволяет предсказывать сценарий Вселенной, которая движется от большого взрыва через инфляционную эпоху и хорошо известную динамику ранней Вселенной, чтобы в итоге создать ускоряющуюся космологию более позднего времени, источником которой является темная энергия.[2] Мы рассматриваем теорию гравитации, включающую связь между скалярным полем (φ) и инвариантом Гаусса-Бонне (G). Введение скалярного поля может быть полезным для корректной оценки самых ранних периодов эволюции Вселенной, когда инфляционная эпоха должна быть доминирующей [3]. Наконец, мы оцениваем выбранные модели, в данной работе представлено две модели: степенная и экспоненциальная.

Можем получить скалярно-тензорную теорию гравитации связав функцию инварианта Гаусса-Бонне со скалярным поле. Начнем с рассмотрения действия

$$S = \int \sqrt{-g} [G^n f(\varphi) + U(\varphi) \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - V(\varphi)] d^4x \quad , n \in R \quad (1)$$

При таком выборе член Гаусса-Бонне приобретает вид:

$$G = 24 \frac{\dot{a}^2 \ddot{a}}{a^3} \quad (2)$$

В данной работе будет рассматриваться метрику Фридмана-Робертсон-Уокера (FRW):

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) = dt^2 - a^2(t) \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (3)$$

где δ_{ij} - трехмерная унитарная матрица, x^i -пространственные координаты и $a(t)$ - масштабный фактор, зависящий только от времени в космологическом понимании (t).

Для начала определим множитель Лагранжа λ , который введем в выше упомянутое действие (1).

После интегрирования поверхностного члена действие окажется вида [4]:

$$S = \int a^3 \left\{ [f(\varphi)G^n + U(\varphi)\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)] - \lambda \left[G - 24 \left(\frac{\dot{a}^2 \ddot{a}}{a^3} \right) \right] \right\} dt. \quad (4)$$

Варьируя действие относительно инварианта Гаусса-Бонне найдем множитель Лагранжа. Представим результат в действие и интегрирование вторых производных получаем точечный лагранжиан [5]:

$$L = (1 - n)a^3 G^n f(\varphi) - 8n\dot{a}^3 \dot{\varphi} f_\varphi(\varphi) G^{n-1} + a^3 U(\varphi) \dot{\varphi}^2 - a^3 V(\varphi) - 8n(n - -1)G^{n-2} \dot{a}^3 \dot{G} f(\varphi). \quad (5)$$

Для получения уравнений Эйлера-Лагранжа и функции Гамильтона будем дифференцировать лагранжиан по следующим параметрам: a, φ, G .

Как нам известно, уравнение Эйлера-Лагранжа имеет вид:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = 0. \quad (6)$$

В итоге получили:

1. Уравнение движения, зависящее от масштабного фактора – a .

$$\frac{\partial L}{\partial a} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = 3a^2[(n-1)G^n f(\varphi) - U(\varphi)\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)] - 24nG^{n-3}\dot{a}[(n-1)f(\varphi)\{2GG\ddot{a} + (n-2)\dot{a}\dot{G}^2 + \dot{a}G\ddot{G}\} + 2\ddot{a}\dot{\varphi}f_\varphi(\varphi)G^2 + \dot{a}G\{G\dot{\varphi}^2 f_{\varphi\varphi} + 2f_\varphi(n-1)\dot{G}\dot{\varphi} + \dot{\varphi}f_\varphi G\}]. \quad (7)$$

2. Уравнение движения с зависимостью от скалярного поля - φ .

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = 6a^2 U \dot{a} \dot{\varphi} - 24nG^{n-1} \dot{a}^2 f_\varphi \ddot{a} + a^3(n-1)G^n f_\varphi + a^3 V_\varphi + a^3 U_\varphi \dot{\varphi}^2 + 2a^3 U \ddot{\varphi} = 0. \quad (8)$$

3. Уравнение Эйлера-Лагранжа с зависимостью от инварианта Гаусса-Бонне - G .

$$\frac{\partial L}{\partial G} - \frac{\partial L}{\partial \dot{G}} = -n(n-1)a^3 G^{n-1} f(\varphi) - 24n(n-1)G^{n-2} \dot{a}^2 \ddot{a} f(\varphi) = 0. \quad (9)$$

4. Функция Гамильтона.

$$-8nG^{n-2} \dot{a}^3 [2(n-1)f(\varphi)\dot{G} + 3Gf_\varphi(\varphi)\dot{\varphi}] + a^3 [U(\varphi)\dot{\varphi}^2 + (n-1)G^n f(\varphi) + V(\varphi)] = 0 \quad (10)$$

Итак, было получено 4 уравнения движения.

Проведя замену масштабного фактора на параметр Хаббла, выделили два уравнения. Соответственно, плотность энергии и давление материальной компоненты, используя уравнения Фридмана можно выразить следующим образом:

$$6UH\dot{\varphi} - 24nG^{n-1}H^2 f_\varphi (\dot{H} + H^2) + (n-1)G^n f_\varphi + V_\varphi + U_\varphi \dot{\varphi}^2 + 2U\ddot{\varphi} = -p. \quad (11)$$

$$-8nG^{n-2}H^3 [2(n-1)f(\varphi)\dot{G} + 3Gf_\varphi(\varphi)\dot{\varphi}] + [U(\varphi)\dot{\varphi}^2 + (n-1)G^n f(\varphi) + V(\varphi)] = \rho. \quad (12)$$

Далее рассмотрим модель $F(G) = G^n$ и скалярное поле $\varphi = t^{1-\alpha}$;

Потенциал зависящий от скалярного поля зададим в таком виде [6]: $V = \alpha * \varphi^4$;

При этом потенциал с зависимостью от космологического времени t [7]: $U = -d\varphi^2/\beta$;

Построили графики p и ρ , предварительно внося имеющиеся данные и полученные уравнения в программу «Wolfram Mathematica».

Для первой космологической модели выбрали степенную функцию [8]:

$$a = \alpha t^\beta \quad (13)$$

где параметры α и β произвольные константы.

Первая модель, с заданными параметрами: $n = 1/8$; $\alpha = 3$; $\beta = -0.5$:

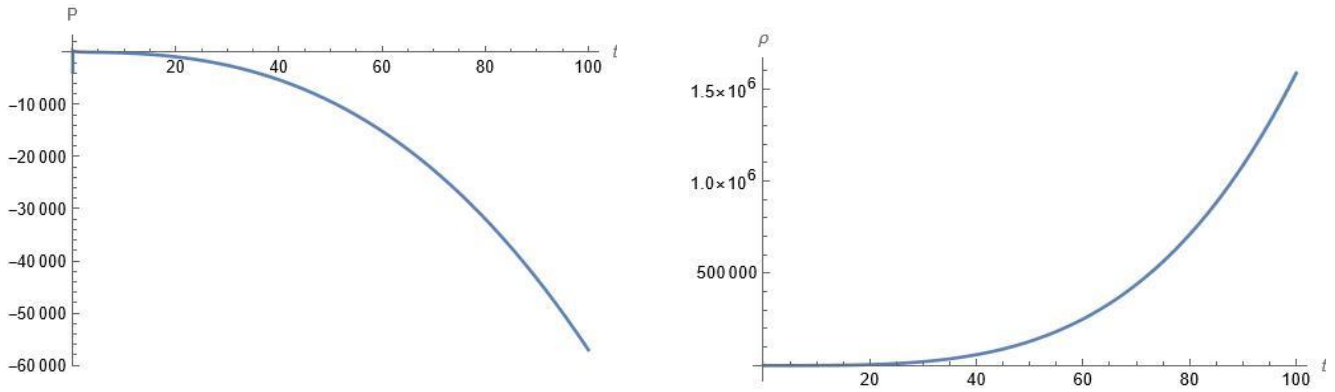


Рис.1. Графики зависимости давления p и зависимости плотности ρ от космологического времени t .

График функции в начале принимает положительные значения, далее график устремляется к значениям Λ CDM модели, но функция снова растет в значениях и устремляется к нулю. Данные графически значения говорят нам о том, что мы наблюдаем к-эссенцию.

После вычисления зависимости p от ρ , получили значения $\omega = \frac{p}{\rho}$:

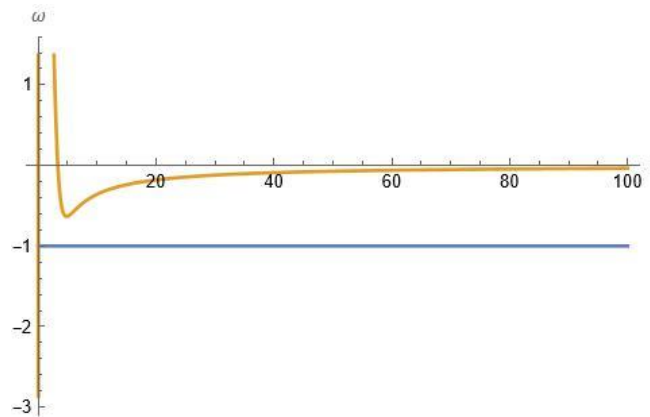


Рис.2. Параметр уравнения состояния ω для первой космологической модели (степенная). Для второй модели была выбрана экспоненциальная функция с заданными параметрами [9]-[10]: $n = 2$; $\alpha = 0.6$; $\beta = -1$:

$$a = \frac{\text{Exp}(\beta t)}{\alpha} \quad (14)$$

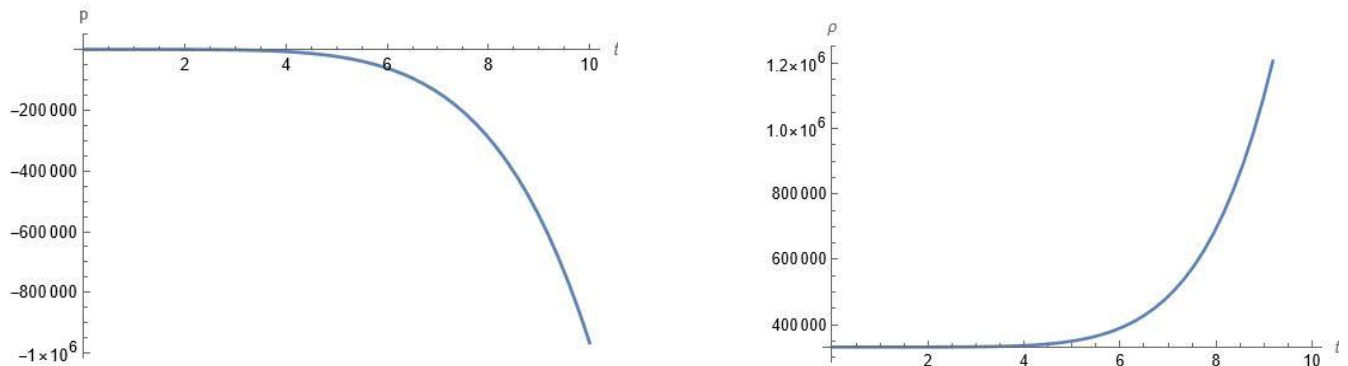


Рис.3. Графики зависимости давления p и зависимости плотности ρ от космологического времени t .

График $\omega = \frac{p}{\rho}$ для экспоненциальной функции:

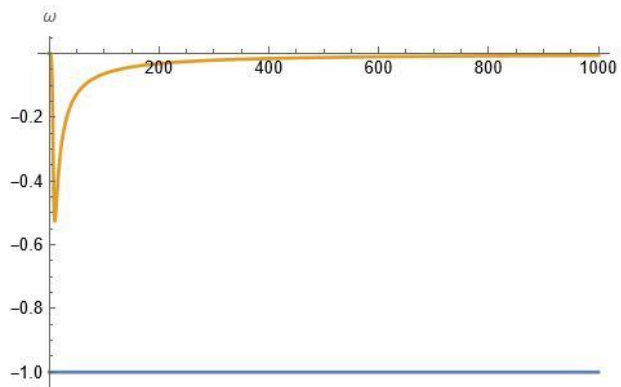
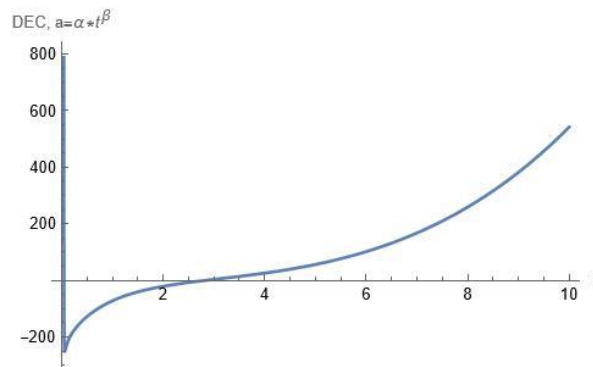


Рис.4. Параметр уравнения состояния ω для второй космологической модели (экспоненциальная).



Как можно заметить графические значения также, как и случае степенной функции прибывает в области к-эссенции. Принимая в начальный момент времени нулевые значения и уходя к значениям (10, -0.525). После чего функция резко растет устремляясь к нулю.

Проанализируем космологическую эволюцию воспользовавшись условиями энергодоминантности, всего их 4 (NEC -нулевое, SEC -сильное, WEC -слабое, DEC -доминирующее).

Рассмотрим первую модель – степенную функцию:

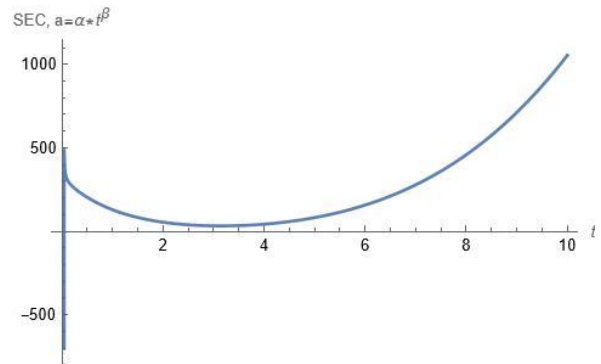
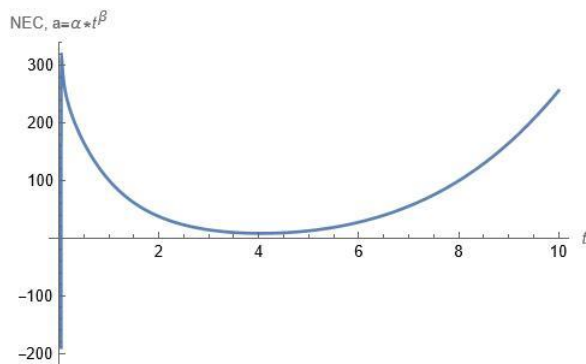


Рис.5. Графики параметра NEC – значение суммы плотности энергии и давления « $\rho + p$ » и параметра SEC – значение плотности энергии и давления « $\rho + 3p$ » в зависимости от космологического времени t .

Энергетическое условие WEC – слабое условие, которое соблюдается в связи с выбранной моделью. Выбранная модель не содержит в себе мнимой части, исходя из этого WEC соблюдается.

Рис.6. Параметр DEC – значение « $-\rho \leq p \leq \rho$ » в зависимости от космологического времени t .

Выше указанные графики явно демонстрируют, что неравенства соблюдаются и сумма давления и плотности энергии больше нуля, что говорит о соответствии энергетическим условиям. Параметр SEC ограничивает компоненты Вселенной с большим значением отрицательной энергии, то в рамках исследуемой модели параметр SEC соблюдается.

Экспоненциальная модель:

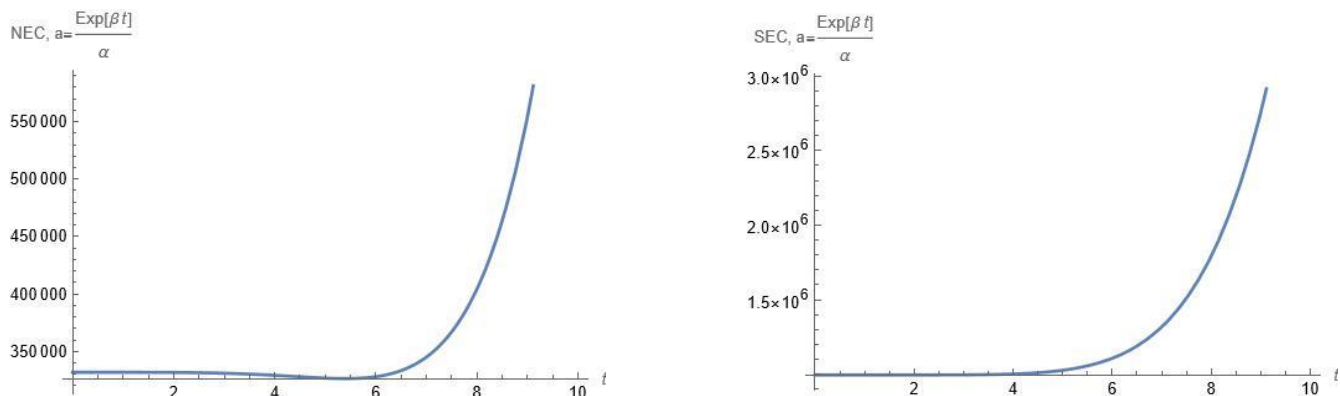


Рис.7. Графики параметра NEC – значение суммы плотности энергии и давления « $\rho + p$ » и параметра SEC – значение плотности энергии и давления « $\rho + 3p$ » в зависимости от космологического времени t .

Параметр WEC соблюдается аналогичным образом, как и в первой модели, ввиду вещественности масштабного фактора.

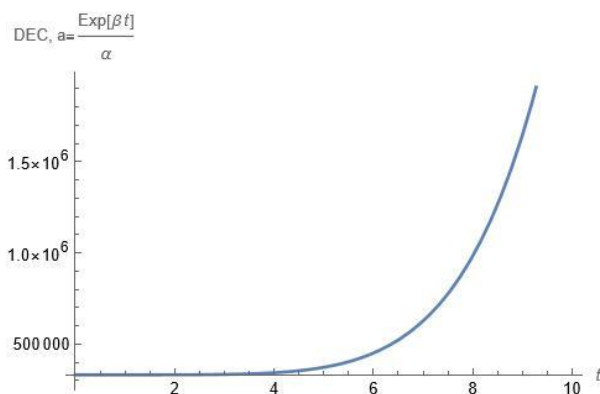


Рис.8. Энергетическое условие DEC – разнице плотности энергии и давления « $\rho - p$ » в зависимости от космологического времени t .

В данной статье, мы изучили тензорно-скалярную теорию гравитации, включающую связь между скалярным полем (ϕ) и инвариантом Гаусса-Бонне (G). В частности, мы изучили гравитационное действие, содержащее функцию $F(G)$, и отобрали устойчивые модели по существованию симметрий. Была проведена оценка выбранных космологических моделей: степенной и экспоненциальной. Проанализировали космологическую эволюцию энергетическими условиями: NEC, SEC, WEC, DEC и удостоверились в их соблюдении.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (Грант №. AP14869238).

Список использованных источников

1 Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Лемец О.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение // УФН. – 2012. – Т.18, №9. – [941-986].

2 Cosmin A. , A. Ijjas, P. J. Steinhardt. Rapidly Descending Dark Energy and the End of Cosmic Expansion // NY 10003 USA. -<https://arxiv.org/abs/2201.07704>

- 3 S. Capozziello, F. Bajardi, T. Di Salvo and F. Spinnato. The Noether Symmetry Approach: Foundation and applications. The case of scalar-tensor Gauss-Bonnet gravity. // Via Cinthia, I-80126, Napoli, Italy – 2023 - <https://arxiv.org/abs/2308.00082>
- 4 F. Bajardi, S. Capozziello. Noether symmetries in theories of gravity. // CB2 8EA, NY 10006, VIC 3207, etc. – 2023 – [191-193].
- 5 L.K. Duchaniya, B. Mishra and Jackson Levi Said. Noether Symmetry Approach in Scalar-Torsion $f(T, \phi)$ Gravity // MSD 2080. – <https://arxiv.org/abs/2210.11944>
- 6 S. Bhanja, G. Mandal, A. Al Mamonb and S. Kr. Biswasa. Dynamical systems analysis of an interacting scalar field model in an anisotropic universe. // Darjeeling734013, Manikpara 721513 – 2023 - <https://arxiv.org/abs/2307.13000>
- 7 Planck 2018 results X. Constraints on inflation. // ESA; CNES and CNRS/INSU-IN2P3-INP (France); ASI, CNR, and INAF (Italy); NASA and DoE (USA) etc. – 2018 – C.4 – [17-18]. [file:///C:/Users/User/Downloads/aa33887-18%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/User/Downloads/aa33887-18%20(1).pdf)
- 8 A. Bedroya. Holographic origin of TCC and the Distance Conjecture. // MA 02138, USA - <https://arxiv.org/abs/2211.09128v1>
- 9 P. Giacomo. Cosmological scenarios from topological invariants: Inflation and Quintom theory with Barbero-Immirzi scalar field. // 611 37 Brno, Czech Republic - <https://arxiv.org/abs/2308.03145>
- 10 N. Ahmed, Tarek M. Kamel. Revisiting scalar field cosmology with $\Lambda(t)$ in $f(R, T)$ gravity. // 2023 - <https://arxiv.org/abs/2303.04076v4>