УДК 834

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ГИБРИДНЫМ ЗАКОНОМ РАСШИРЕНИЯ

Коптлеулов Едыль Алматович
Bring0THEwall@gmail.com
Магистрант 1 курса специальности 7М05304-Физика, кафедра общей и теоретической физики, ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина

Классическая ОТО, разработанная Эйнштейном, является самой достоверной моделью для изучения гравитационного взаимодействия, и экспериментально это было подтверждено несколько раз. Уравнения движения для полной теории, в представлении материи, могут быть получены из следующего действия

$$S_{GR} = \int (\frac{R}{2k} + \mathcal{L}_m)\sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

где R скалярная кривизна (след тензора Риччи $R_{\mu\nu}, R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$), $\mathcal{L}_m$ лагранжиан материи, g= det($g_{\mu\nu}$), и k = 8πG, где G гравитационная постоянная Ньютона. Здесь мы используем естественные единицы, такие что $c = \hbar = 1$. Будем использовать сигнатуру (-, +, +, +) для метрического тензора [1-5].

Метрика Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) в сферических координатах имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{d^2r}{1-Kr^2} + r^2dr^2(d\theta^2 + sin^2(\theta)d\phi^2) \right), \quad (2)$$

где *a(t)* безразмерная функция времени известная как масштабный фактор, и K это Гауссова кривизна пространства и метрики. Рассмотрим Вселенную с плоской геометрией K = 0.

Полная система уравнений движения нашей модели в результате примет следующий вид. Уравнения для давления и плотности

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (3)$$
$$3H^2 = \rho. \quad (4)$$

Уравнение Клейна-Гордона

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_\varphi = 0. \quad (5)$$

Уравнение сохранения

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (6)$$

где

$$p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V, \quad (7)$$
$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V. \quad (8)$$

Рассмотрим масштабный фактор в виде гибридной функции

$$a = a_0 e^{\alpha t} t^\beta, \text{ при } \quad \alpha > 0, \beta > 1 \quad (9)$$

Найдем производную по времени от заданного масштабного фактора

$$\dot{a} = a_0 \alpha e^{\alpha t} t^{\beta} + a_0 e^{\alpha t} \beta t^{\beta - 1}. \tag{10}$$

Параметр Хаббла для масштабного фактора (9)

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{a_0 e^{\alpha t} t^{\beta} (\alpha + \beta t^{-1})}{a_0 e^{\alpha t} t^{\beta}} = \alpha + \frac{\beta}{t}. \tag{11}$$

Производная по времени от параметра Хаббла

$$\dot{H} = -\frac{\beta}{t^2}. \tag{12}$$

Используя (11) и (12) рассчитаем скалярную кривизну R

$$R = 6\dot{H} + 12H^2 = -6\frac{\beta}{t^2} + 12\alpha^2 + 12\frac{\beta^2}{t^2} + 24\frac{\alpha\beta}{t}. \tag{13}$$

Производные по времени t от полученной скалярной кривизны R (13)

$$\dot{R} = 12\frac{\beta}{t^3} - 24\frac{\beta^2}{t^3} - 24\frac{\alpha\beta}{t^2}, \tag{14}$$

$$\ddot{R} = -36\frac{\beta}{t^4} + 72\frac{\beta^2}{t^4} + 48\frac{\alpha\beta}{t^3}. \tag{15}$$

Используя полученное уравнение (6) рассчитаем плотность и давление

$$\rho = \frac{1}{\frac{-2\beta+4\beta^2}{t^2}+4\alpha^2}\left(\frac{6\alpha(-\beta+2\beta^2)}{t^3} - \frac{6\beta^2+12\beta^3+12\beta^4}{t^4} - 12\alpha^3 - 12\frac{\alpha^2\beta}{t} + 3\frac{\beta^2}{t^2} + 12\alpha^4 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V\right), \tag{16}$$

$$p = \frac{1}{\frac{-2\beta+4\beta^2}{t^2}+4\alpha^2}\left(\frac{-2\beta+8\beta^2-8\beta^3-12\beta^4}{t^4} + 4\alpha^2 + \frac{4\alpha(\beta-2\beta^2)}{t^3} + 8\frac{\alpha^2\beta}{t} - 3\frac{\beta^2}{t^2} - 4\alpha^4 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V\right). \tag{17}$$

Для того что бы найти вид функции скалярного поля попарно сложим (3) и (4), затем (5) и (6), в результате получим

$$\dot{\varphi} = \frac{\sqrt{16\beta^3+44\beta^2+12\beta-12\alpha\beta t}}{t^2} \tag{18}$$

$$\varphi = -\frac{\sqrt{4\beta(-3\alpha t+4\beta^2+11\beta+3)}}{t} - \frac{6\alpha\beta \, arctanh t \sqrt{\frac{-3\alpha t}{4\beta^2+11\beta+3}+1}}{\sqrt{\beta(4\beta^2+11\beta+3)}} \tag{19}$$

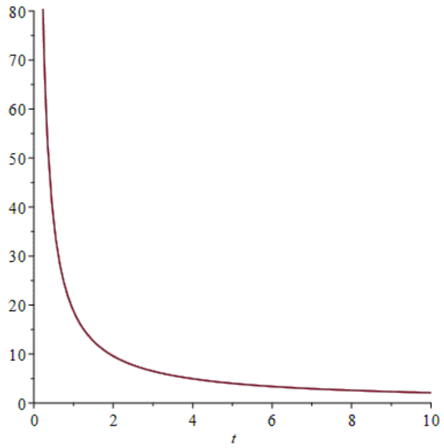

Рисунок 1. Зависимость φ от времени t при α = 0.2, β = 2.

Из уравнения (5) находим потенциал скалярного поля

$$V_{\varphi}=\frac{-6\alpha\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta}(\alpha-\beta)+30\alpha\beta t^{2}-32\beta^{3}t-88\beta^{2}t-24\beta t}{t^{6}} \qquad (20)$$

Так как решение для потенциала скалярного поля получилось в виде длинного выражения для удобства введем условные обозначения

$$972(-3\alpha+3\beta)\alpha^{5}\beta^{5}=A, \qquad (21)$$

$$\frac{1}{243t^{5}\alpha^{5}\beta^{5}}=B\ , \qquad (22)$$

$$\frac{7\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta}}{256}=C, \qquad (23)$$

$$\frac{79(-\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta)^{\frac{3}{2}}}{384\beta(4\beta^{2}+11\beta+3)}=\mathrm{D}, \qquad (24)$$

$$\frac{49(-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta)^{\frac{7}{2}}}{384\beta^{3}(64\beta^{6}+528\beta^{5}+1596\beta^{4}+2123\beta^{3}+1197\beta^{2}+297\beta+27)}=E, \qquad (25)$$

$$\frac{7(-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta)^{\frac{9}{2}}}{256\beta^{4}(\mathrm{T})}=F \qquad (26)$$

$$\mathrm{T}=256\beta^{8}+2816\beta^{7}+12384\beta^{6}+27632\beta^{5}+32929\beta^{4}+20724\beta^{3}+6966\beta^{2}+1188\beta+81$$

$$\frac{7\operatorname{arctanh}\left(\frac{\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta}}{\sqrt{4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta}}\right)}{256\beta^{4}(256\beta^{8}+2816\beta^{7}+12384\beta^{6}+27632\beta^{5}+32929\beta^{4}+20724\beta^{3}+6966\beta^{2}+1188\beta+81)\sqrt{4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta}}=\mathbf{G} \qquad (27)$$

$$2\beta\left(-\frac{-16\beta^{2}-44\beta-12}{4t^{4}}-\frac{5\alpha}{t^{3}}\right)=I, \qquad (28)$$

$$\frac{7(-3\alpha\beta t+4\beta^{3}+11\beta^{2}+3\beta)^{\frac{5}{2}}}{30\beta^{2}(16\beta^{4}+88\beta^{3}+145\beta^{2}+66\beta+9)}=J, \qquad (29)$$

$$V = -A(-B(-C - D + J - E + F) - G) + I + V_0 \tag{30}$$

Параметры медленного скатывания

$$\epsilon = \frac{3\dot{\varphi}^2}{\dot{\varphi}^2+2V} = \frac{\frac{44\beta^3+132\beta^2+36\beta}{t^4}-\frac{36\alpha\beta}{t^3}}{\frac{16\beta^3+44\beta^2+12\beta}{t^4}-\frac{12\alpha\beta}{t^3}+\frac{2(-6\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^3+11\beta^2+3\beta}(\alpha-\beta)+30\alpha\beta t^2-32\beta^3 t-88\beta^2 t-24\beta t)}{t^6}} \tag{31}$$

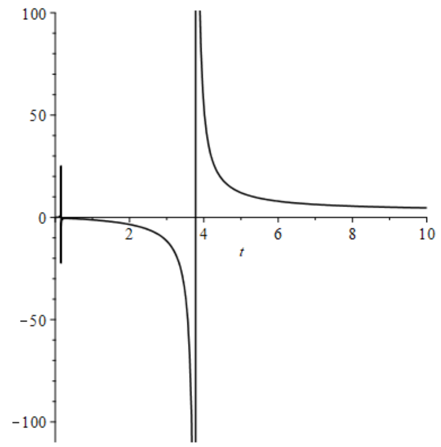

Рисунок 2. Зависимость ϵ от времени t при α = 0.2, β = 2.

$$\epsilon_V = \frac{3\dot{\varphi}^2}{2V} = \frac{(\frac{44\beta^3+132\beta^2+36\beta}{t^4}-\frac{36\alpha\beta}{t^3})t^6}{2(-6\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^3+11\beta^2+3\beta}(\alpha-\beta)} + \frac{1}{30\alpha\beta t^2-32\beta^3 t-88\beta^2 t-24\beta t} \tag{32}$$

$$\eta = -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} = \frac{\frac{3\alpha\beta}{\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^3+11\beta^2+3\beta}}+4t\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^3+11\beta^2+3\beta}}{2t^2(\alpha+\frac{\beta}{t})\sqrt{-3\alpha\beta t+4\beta^3+11\beta^2+3\beta}} \tag{33}$$

$$\eta_V = \epsilon + \eta \tag{34}$$

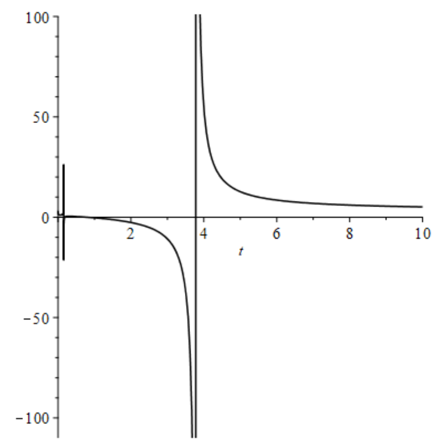

Рисунок 3. Зависимость ηv от времени t при α = 0.2, β = 2.

Для рассматриваемой модели нашли уравнения движения, решения для масштабного фактора. А также изучили параметры медленного скатывания и спектральные индексы. Для этой модели параметры медленного скатывания удовлетворяют условию необходимости возникновения инфляции.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP09261147

Список использованных источников

1. Golovnev A., Guzman M.J., Bianchi identities in f (T) gravity: Paving the way to confrontation with astrophysics// Physics Letters B. – 2020. – Vol.810. – P. 135806.
2. Ferraro R., Fiorini F., Modified teleparallel gravity: Inflation without an inflaton// Physical Review D. – 2007. – Vol.75. – P. 084031.
3. Zaregonbadi R., Farhoudi M., Riazi N., Dark matter from f(R,T) gravity// Physical Review D. – 2016. – Vol.94. – P. 084052.
4. Myrzakulov R., FRW cosmology in f(R,T) gravity// The European Physical Journal C. – 2012. – Vol.72. – P. 2203.
5. Alves M.E.S., Moraes P.H.R.S., de Araujo J.C.N., Malheiro M., Gravitational waves in f(R,T) and f(R,T^ϕ) theories of gravity// Physical Review D. – 2016. – Vol.94. – Issue 2. – P. 024032.

ӘОЖ 517.957, 532.5

ӨЛШЕМСІЗ ХИРОТА ТЕҢДЕУІ ҮШІН КОСИНУС ӘДІСІ

Қалықбай Ырысбай Сағынтайұлы
yrys.bay@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі-Г.Н.Шайхова

Сызықты емес дербес туындылы дифференциалды теңдеулер математикалық физикада маңызды рөл атқарады [1]. Соңғы жылдары сызықты емес теңдеулердің нақты шешімдерін алуда көптеген әдістер ұсынылды. Сызықты емес толқындық құбылыстар, атап айтсақ, дисперсия, диффузия және конвекция сызықты емес толқындық теңдеулерде өте маңызды [2-3]. Бұл жұмыстың мақсаты маңызды солитондық теңдеу болып табылатын Хирота теңдеуінің нақты шешімін косинус әдісімен алу [4-5.

Өлшемсіз Хирота теңдеуі–маңызы зор кубтық сызықты емес теңдеу. Ол мына түрде беріледі

$$iq_x + \frac{1}{2}q_{tt} + |q|^2 q - i\alpha\left(q_{ttt} - 6|q|^2 q_t\right) = 0, \tag{1}$$

мұндағы $q(x,t)$ кеңістіктік координат x және t уақыттың комплекс мәнді функциясы болады, α нақты тұрақты, i комплексті сан. (1) теңдеу [6] ұсынылды және [7-8] зерттелді.

Косинус әдісінің сипаттамасы

Бұл бөлімде косинус әдісін сипаттаймыз [4-5].. Әдіс бойынша толқындық айнымалыны келесідей түрде аламыз

$$Q(x,t) = Q(x-ct), \tag{2}$$

дербес туынды дифференциалдық теңдеуді