

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ И ПОЛЯ ТИПА МАКСВЕЛЛА НА ДИНАМИКУ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

**Нұржау Нұрзия Бақытқызы**

[nurziya.nurzhau@mail.ru](mailto:nurziya.nurzhau@mail.ru)

Магистрант 2-го года обучения кафедры Общая и теоретическая физика,

ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель – О. В. Разина

Действие для исследуемой модели выглядит следующим образом

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [f(R) - F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + 2K(X, \phi)], \quad (1)$$

где  $g$ -метрический тензор,  $R$ -скалярная кривизна,  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ -член поля Максвелла,  $K$ -лагранжиан к-эссенции [1-3].

Исследуем нашу модель при помощи метрики Фридмана-Робертсона-Уокера, которая является общим видом метрики плоского, однородного и изотропного пространства.

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Для этой метрики скалярная кривизна вычисленная с помощью метрического тензора и символов Кристоффеля равна

$$R = 6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right).$$

Тензор напряженности электромагнитного поля имеет вид

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Мы выбрали пространственно-подобное векторное поле, в виде

$$A_\mu = (0, A_1(t), A_2(t), A_3(t)).$$

Член поля Максвелла будет иметь вид

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -2a^{-2}[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2].$$

Перепишем действие (1), преобразовав его с помощью метода множителей Лагранжа и введя полученные значения

$$L = \frac{a^3}{2} f - \frac{a^3}{2} R f_R - 3\dot{a}a^2 f_{RR} \dot{R} - 3\dot{a}^2 a f_R + a((\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2) + a^3 K.$$

Для получения уравнений движения воспользуемся уравнением Эйлера-Лагранжа

$$L_q - (L_{\dot{q}})_t = 0$$

и условием нулевой энергии

$$L_{\dot{q}_i} \dot{q}_i - L = 0.$$

Система уравнений движения имеет следующий вид

$$3H^2 = \rho, \quad (2)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (3)$$

$$K_X \ddot{\varphi} + (\dot{K}_X + 3HK_X)\dot{\varphi} - K_\varphi = 0, \quad (4)$$

$$\ddot{A}_1 + H\dot{A}_1 = 0, \quad (5)$$

$$\ddot{A}_2 + H\dot{A}_2 = 0, \quad (6)$$

$$\ddot{A}_3 + H\dot{A}_3 = 0, \quad (7)$$

где

$$\rho = \frac{1}{f_R} \left[ -3H\dot{R}f_{RR} + \frac{1}{2}Rf_R - \frac{1}{2}f + \frac{1}{a^2}((\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2) + 2K_X X - K \right], \quad (8)$$

$$p = \frac{1}{f_R} \left[ f_{RRR}\dot{R}^2 + (2H\dot{R} + \ddot{R})f_{RR} - \frac{1}{2}Rf_R + \frac{1}{2}f + \frac{(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2}{3a^2} + K \right] \quad (9)$$

являются плотностью темной энергии и давление соответственно.

Рассмотрим случай, когда

$$f(R) = R + \alpha R^2, \quad (10)$$

где  $\alpha$  некоторая константа.

Выберем вид лагранжиана  $k$ -эссенции в виде

$$K = X - V, \quad (11)$$

а также компоненты потенциала векторного поля зададим в виде

$$A_1 = A_2 = A_3 = \varphi. \quad (12)$$

Перепишем систему уравнений движения (4)-(11) с учетом (12), (13) и (14)

$$3H^2 = \rho, \quad (13)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (14)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_\varphi = 0, \quad (15)$$

$$3\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = 0. \quad (16)$$

Тогда плотность темной энергии и давление будут иметь вид

$$\rho = \frac{1}{1+2\alpha R} \left[ -6\alpha H\dot{R} + \frac{1}{2}\alpha R^2 + \frac{3\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V \right], \quad (17)$$

$$p = \frac{1}{1+2\alpha R} \left[ 2\alpha(2H\dot{R} + \ddot{R}) - \frac{1}{2}\alpha R^2 + \frac{\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V \right]. \quad (18)$$

Рассмотрим экспоненциальный вид функции скалярного поля

$$\varphi = \varphi_0 e^{\beta t}, \text{ при } \beta < 0.$$

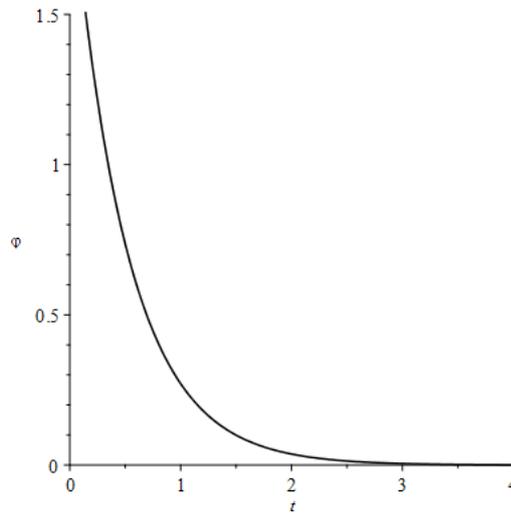


Рисунок 1. Функция скалярного поля в зависимости от t

График скалярного поля приведен на рисунке 1, для которого мы взяли следующие значения констант  $\varphi_0 = 2, \beta = -2$ .

Тогда масштабный фактор будет выглядеть следующим образом

$$a = a_0 e^{-\beta t}.$$

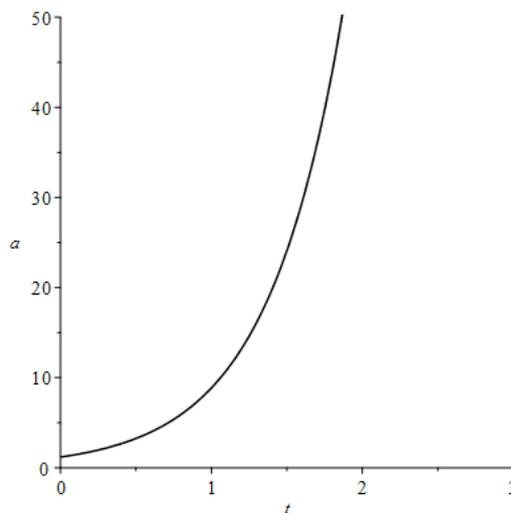


Рисунок 2. Масштабный фактор в зависимости от t

На рисунке 2 представлен график масштабного фактора, где  $a_0 = 1.2$  - константа интегрирования.

Подставим найденный масштабный фактор в параметр Хаббла

$$H = \frac{-a_0 \beta e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta t}} = -\beta$$

и в скалярную кривизну

$$R = 6 \left( \frac{a_0 \beta^2 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta t}} + \frac{a_0^2 \beta^2 e^{-2\beta t}}{a_0^2 e^{-2\beta t}} \right) = 12\beta^2.$$

На следующем этапе найдем потенциал скалярного поля из уравнения Клейна-Гордона (15)

$$V = \varphi_0^2 \beta^2 e^{2\beta t} + V_{10}.$$

Зная вид функции и потенциала скалярного поля, а также масштабного фактора, мы можем найти плотность и давление темной энергии, с учетом того, что  $\dot{R} = \ddot{R} = 0$

$$\rho = \frac{1}{1 + 24\alpha\beta^2} \left( 6\alpha\beta^4 + \frac{3\varphi_0^2\beta^2 e^{4\beta t}}{a_0^2} + \frac{3}{2}\varphi_0^2\beta^2 e^{2\beta t} + V_{10} \right),$$

$$p = \frac{1}{1 + 24\alpha\beta^2} \left( -6\alpha\beta^4 + \frac{\varphi_0^2\beta^2 e^{4\beta t}}{a_0^2} - \frac{1}{2}\varphi_0^2\beta^2 e^{2\beta t} - V_{10} \right).$$

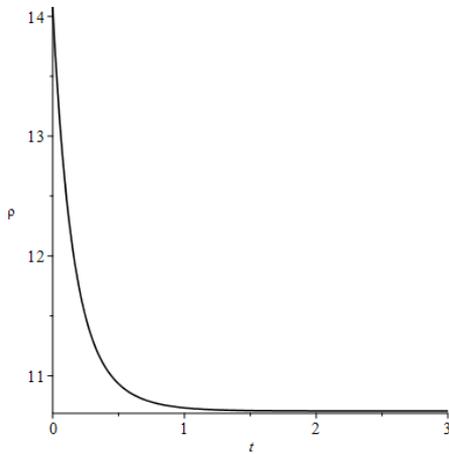


Рисунок 3. Плотность темной энергии  $\rho(t)$

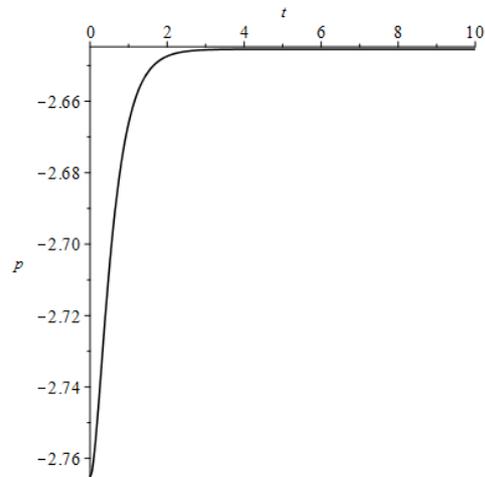


Рисунок 4. Давление  $p(t)$

Для построения графиков плотности темной энергии и давления, которые изображены на рисунках 3 и 4, были взяты следующие значения параметров  $\alpha = \frac{1}{6}, V_{10} = -7$ .

Член Максвелла для этого примера имеет вид

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{6\varphi_0^2\beta^2 e^{4\beta t}}{a_0^2}.$$

Наклон потенциала и кривизну потенциала или параметры медленного скатывания, можно получить с помощью скалярного потенциала и функции скалярного поля

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\dot{\varphi}^2} \left( \frac{\dot{V}}{V} \right)^2, \quad \eta(t) = \frac{\ddot{V}}{\dot{V}^2} - \frac{\dot{V}\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}^3}.$$

Для нашей модели параметры медленного скатывания будут иметь вид

$$\varepsilon = \frac{2\varphi_0^2\beta^4 e^{2\beta t}}{(\varphi_0^2\beta^2 e^{2\beta t} + V_{10})^2}, \quad \eta = 2\beta^2.$$

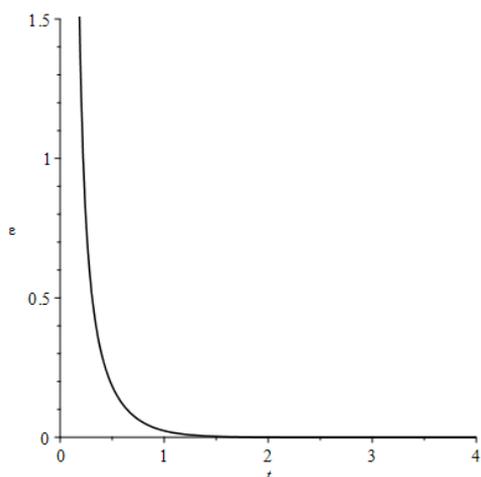


Рисунок 5. Наклон потенциала  $\varepsilon$

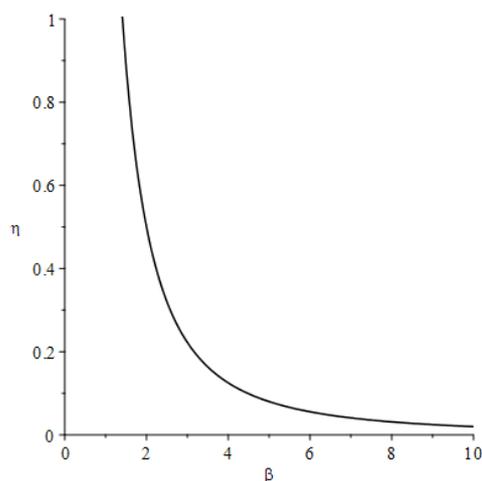


Рисунок 6. Кривизна потенциала  $\eta$

Для возникновения инфляции необходимо, чтобы  $\varepsilon(t) \ll 1$  и  $\eta(t) \ll 1$ . Из рисунков 5 и 6 видно, что параметры меденного скатывания удовлетворяют этому условию.

*Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан АР13067567.*

#### Список использованных источников

1. Болотин Ю. Л., Ерохин Д. А., Лемец О. А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 18, №9 - С. 941-986
2. Блинников С. И., Долгов А. Д. Космологическое ускорение // Успехи физических наук. - 2019. - Vol. 189,6 - С. 561-602
3. Razina O, Tsyba P, Meirbekov B, Myrzakulov R Cosmological Einstein–Maxwell model with g-essence // International Journal of Modern Physics D. –2019. -Vol.28, N10. –P. 1950126.

ӘОЖ 517.957, 532.5

#### КЕҢЕЙТІЛГЕН МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН КОРТЕВЕГ-ДЕ ФРИЗ ТЕНДЕУІ ҮШІН ТАНГЕНС ӘДІСІ

Прімхан Нұрсая Талғатқызы<sup>1</sup>, Муханмедина Камшат Тлеукабыловна<sup>2</sup>  
 nursayaprimkhan@gmail.ru, kama\_2007@mail.ru

<sup>1</sup>Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 4-курс студенті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup>Жамбыл атындағы ММИ математика пәні мұғалімі, Қарағанды, Қазақстан  
 Ғылыми жетекшісі-Г.Н.Шайхова

Бұл жұмыста жоғары деңгейлі сызықтық емес мүшелер мен бесінші ретті дисперсияны қамтитын кеңейтілген модификацияланған Кортевег-де Фриз тендеуін зерттейміз, ол

$$u_t + u_x + a(-6u^2 u_x + u_{xxx}) + a(6u^5 - 10uu_x^2 - 10u^2 u_{xx} + u_{xxxx})_x = 0, \quad (1)$$

мұндағы  $u(x, t)$  – кеңістіктік координатаның  $x$  және  $t$  уақытының нақты функциясы,  $a \ll 1$  терендікке қатысты шағын толқын амплитудасының өлшемсіз өлшемі. Кеңейтілген модификацияланған Кортевег-де Фриз тендеуінің бесінші ретті модификацияланған Кортевег-де Фриз тендеулерінің стандартты тобынан өзгешелігі төрт сызықтық емес мүшелерді және екі сызықтық дисперсиялық мүшелерді қамтиды. Бұл тендеу стандартты