ӘОЖ 524.832

КОСМОЛОГИЯЛЫҚ ЖҮЙЕЛІК ШЕШІМДЕРДІҢ ҚАСИЕТІ

Салимбаева Алия Кенесхавновна
Salimbaeva.aliya@bk.ru
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ жалпы және теориялық физика кафедра студенті ,
Нұр – Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші – Цыба.П.Ю

Бұл мақаладағы алғашқы мақсатымыз - жүйелік космологияның жалпы және модельге тәуелсіз қасиеттерін зерттеу. Әртүрлі циклдік жүйелерді зерттеу үшін, циклдік модельдердің қасиеттерін дұрыс түсіну қажет. Жүйелік ғаламмен байланысты теория ретінде, Үшжапырақ тәріздес түйін (трилистник) зерттелген. Фридман-Леметр Робертсон-Уокердің (ФРУ) біртекті және изотропты космологиясында және Бианки I типті біртекті және анизотропты космологияда бұл түйін теорияларының геометриялық сипаттамасы гравитациялық өріс теңдеулерінің тербелмелі шешімдеріне сәйкес келеді.Осылайша, біз алдымен жүйелік модельдердің жалпы физикалық және геометриялық қасиеттерін қарастырамыз және одан әрі дамытамыз, содан кейін циклдік ғаламды динамикалық жүйе ретінде қалай қарастыруға болатындығын талқылаймыз.

Біз осы теориялардағы жүйелік шешімдердің жалпы талаптарын талқылап, сонымен қатар олардың негізгі қасиеттерін қарастырып, жүйелік космологияның әртүрлі мысалдарын аламыз. Жүйелік космологиялық модельдерді қайта құрып,. Метрикалық параметрлерді қолданып қысым мен тығыздық энергиясының шешімдерін аламыз. [1]

Біз Эйнштейн өрісінің теңдеуінің кейбір негізгі фактілерін қысқаша қарастырып, стандартты гравитациялық әсерді аламыз

$$S = \int d^{4x}\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2k^2} + f(G)\right), \tag{1}$$

мұндағы R – Риччи тензоры. Эйнштейннің жалпы – сызықты емес дифференциалдық теңдеулер жүйесінен біз ФРУ метрикасын қарастырамыз

$$dS^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2 + b^2(t)dy^2 + c^2(t)dz^2, \tag{2}$$

Риччи тензорының мәнін келесі түрде жазамыз:

$$R = 2\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{b}}{b}\frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{c}}{c}\frac{\dot{a}}{a}\right), \tag{3}$$

Бианки метрикасы үшін G мәні мынаған тең [3]

$$G = 8\left(\frac{\dot{a}\,\dot{b}\,\ddot{c} + \dot{a}\,\ddot{b}\,\dot{c} + \ddot{a}\,\dot{b}\dot{c}}{abc}\right), \tag{4}$$

Берілген әсерімізге (4) мәнді алып есептегенімізде мынадай өрнектің мәні шығады

$$S = \int d^{4x}\, abc\,(\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{b}}{b}\frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{c}}{c}\frac{\dot{a}}{a}\right) + f(G) + f'(G),$$

$$\left(G - 8\left(\frac{\dot{a}\,\dot{b}\,\ddot{c} + \dot{a}\,\ddot{b}\,\dot{c} + \ddot{a}\,\dot{b}\dot{c}}{abc}\right)\right) = \int d^{4x}\,(\ddot{a}bc + \ddot{b}ac + \dot{c}ab + \dot{a}\dot{b}c + \tag{5}$$

$$+\dot{b}\dot{c}a + \dot{c}\dot{a}b) + f'(G)abc - abc\, f'^{(G)}G + f'(G)\left(\dot{a}\,\dot{b}\,\ddot{c} + \dot{a}\,\ddot{b}\,\dot{c} + \ddot{a}\,\dot{b}\dot{c}\right).$$

Жүргізілген есептеулер бойынша біз (5) өрнекте алынған мәндерге, мындай шешім аламыз:

$$L = -\frac{1}{k^2}\left(\dot{a}\dot{b}c + a\dot{b}\dot{c} + \dot{a}b\dot{c}\right) + f(G)abc - f'(G)Gabc - f''(G)\dot{G}\dot{a}\dot{b}\dot{c}, \tag{6}$$

Біздің жағдайымызда берілген теңдіктен шығатын құраушылары мына мәнге ие болады

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial L}{\partial a} = 0, \tag{7}$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\ddot{b}c + \dot{b}\dot{c} + \dot{b}\dot{c} + \dot{b}\ddot{c}\right) - \left(f'''(G)\dot{G}^2 - f''(G)\ddot{G}\right)\dot{b}\dot{c} - f''(G)\dot{G}\,\ddot{b}\dot{c} -$$

$$-f''(G)\dot{G}\,\dot{b}\ddot{c} + \frac{1}{k^2}\left(\dot{b}\dot{c}\right) + f(G)bc - f'(G)Gbc = 0,$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{b}c}{bc} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} + \frac{\dot{b}\ddot{c}}{bc}\right) - f'''(G)\dot{G}^2\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} - f''(G)\ddot{G}\,\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} - f''(G)\frac{\ddot{b}\dot{c}}{bc} - f''(G)\dot{G}\frac{\dot{b}\ddot{c}}{bc} -$$

$$f(G) - f'(G)G = -\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\ddot{c}}{c} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}\right) - f'''(G)\dot{G}^2\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} - f''(G)\ddot{G}\,\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} -$$

$$-\left[\dot{G}\,f''(G)\left(\frac{\ddot{b}\dot{c}}{bc} + \dot{b}\ddot{c}\right)\right] - f(G) - f'(G)G,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{b}}-\frac{\partial L}{\partial b}=0, \tag{8}$$

$$-\frac{1}{k^2}(\ddot{a}c+\dot{a}\dot{c}+\dot{a}\dot{c}+a\ddot{c})-\left(f'''(G)\dot{G}^2-f''(G)\ddot{G}\right)\dot{a}\dot{c}-f''(G)\dot{G}\,\ddot{a}\dot{c}-f''(G)\dot{G}\,\dot{a}\ddot{c}+\frac{1}{k^2}(\,\dot{a}\dot{c}\,)-$$
$$-f(G)ac+f'(G)Gac=0,$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{a}c}{ac}+\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}+\frac{\dot{a}\ddot{c}}{ac}\right)-f'''(G)\dot{G}^2\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}-\ f''(G)\ddot{G}\ \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}-f''(G)\frac{\ddot{a}\dot{c}}{ac}-f''(G)\dot{G}\frac{\dot{a}\ddot{c}}{ac}-f(G)-$$
$$-f'(G)G=-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\ddot{c}}{c}+\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}\right)-f'''(G)\dot{G}^2\dot{a}\dot{c}-f''(G)\left(\ddot{G}\ \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}\ +\frac{\ddot{a}\dot{c}}{ac}+\dot{G}\ \frac{\dot{a}\ddot{c}}{ac}\right)-f(G)-f'(G)G.$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{c}}-\frac{\partial L}{\partial c}=0, \tag{9}$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\ddot{a}b+\dot{a}\dot{b}+\dot{a}\dot{b}+\dot{a}\ddot{b}\right)-\left(f'''(G)\dot{G}^2-f''(G)\ddot{G}\right)\dot{a}\dot{b}-f''(G)\dot{G}\,\ddot{a}\dot{b}-f''(G)\dot{G}\,\dot{a}\ddot{b}+$$
$$+\frac{1}{k^2}\left(\,\dot{a}\dot{b}\,\right)-f(G)ab-f'(G)Gab=0,$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{a}b}{ab}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}\right)-f'''(G)\dot{G}^2\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}-f''(G)\ddot{G}\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}\ \ -f''(G)\dot{G}\frac{\ddot{a}\dot{b}}{ab}-f''(G)\dot{G}\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}+$$
$$+\frac{1}{k^2}\left(\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}\right)-f(G)-f'(G)G=0,$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}\right)-f'''(G)\dot{G}^2\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}-f''(G)\ddot{G}\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}\ \ -f''(G)\dot{G}\frac{\ddot{a}\dot{b}}{ab}-f''(G)\dot{G}\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}-f(G)-$$
$$-f'(G)G=0.$$

(7), (8), (9) формуладан шыққан мәндерді түрлендіре қозғалыс теңдеуін аламыз.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\partial\dot{a}-\frac{\partial L}{\partial \dot{b}}\partial\dot{b}-\frac{\partial L}{\partial \dot{c}}\partial\dot{c}-L=0, \tag{10}$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\dot{a}b\dot{c}+\dot{a}\dot{b}c+a\dot{b}\dot{c}\right)-2f''(G)\dot{G}\,\dot{a}\dot{b}\dot{c}-f(G)abc-f'(G)Gabc=0,$$

$$-\frac{1}{k^2}\left(\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}\right)-2f''(G)\dot{G}\ \frac{\dot{a}\dot{b}\dot{c}}{abc}\ -f(G)-f'(G)G=0.$$

(2) метрика үшін бұл теңдеу мына түрде жазылады:

$$\frac{\ddot{b}}{b}+\frac{\ddot{c}}{c}+\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}+p_1=0, \tag{11}$$
$$\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\ddot{c}}{c}+\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}+p_2=0, \tag{12}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}+p_3=0, \qquad (13)$$

$$\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}-\rho=0. \qquad (14)$$

Біз (11) – (14), өрнектерді қысым мен энергия тығыздығы үшін жүйеге ауыстырып, A, B, C үшін біз оның келесі шешімін аламыз.

Бізде метрикалық потенциалдар A, B, C функция болып табылады.

$$A=A_0+[2+\cos(3t)]\cos(3t), \qquad (15)$$

$$B=B_0+[2+3\cos(3t)]\sin(2t), \qquad (16)$$

$$C=C_0+\sin(3t). \qquad (17)$$

мұндағы A_0, B_0, C_0 - кез келген нақты тұрақтылар [4].

G мәнін өрнектеп түрлендіреміз , бұл мәнді алғаннан кейін (11) – (14) өрнекке апарып қоямыз

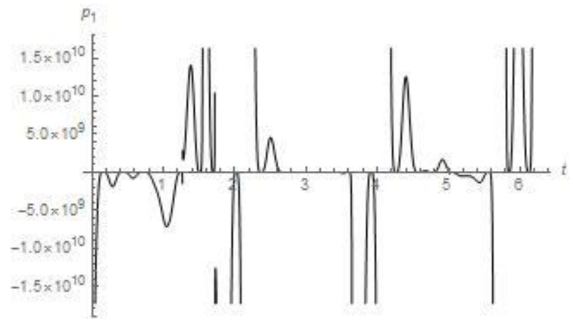
$$p_1=\frac{\ddot{b}}{b}+\frac{\ddot{c}}{c}+\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}-f(G)-f'(G)G, \qquad (18)$$

$$p_2=\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\ddot{c}}{c}+\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}-f(G)-f'(G)G, \qquad (19)$$

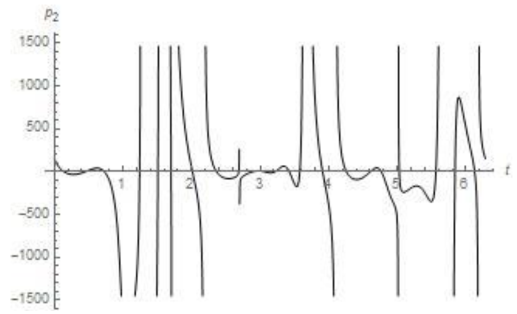
$$p_3=\frac{\ddot{a}}{a}+\frac{\dot{a}\ddot{b}}{ab}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}-f(G)-f'(G)G, \qquad (20)$$

$$\rho=\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac}+\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab}+\frac{\dot{b}\dot{c}}{bc}-f(G)+f'(G)G. \qquad (21)$$

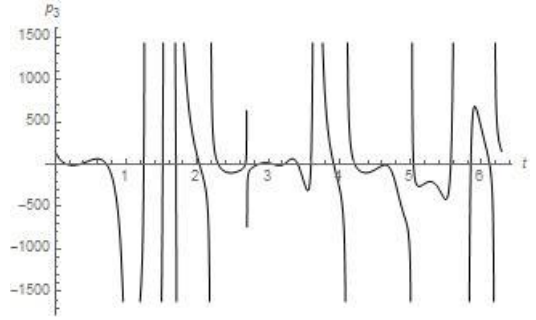
(18) – (21) теңдеуді шешу үшін (Mathematica) бағдарламасын қолданып. Бастапқы шарттармен $A_0=1, B_0=1, C_0=1$ және $n=4$ мәндерін орнына қою арқылы аламыз .



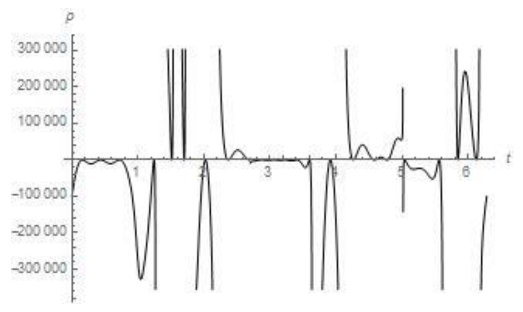
1-сурет. p_1 – қысымның уақытқа тәуелділігі



2-сурет. p_2–қысымның уақытқа тәуелділігі



3-сурет. p_3 – қысымның уақытқа тәуелділігі



4-сурет. ρ –энергия тығыздығының уақытқа тәуелділігі

Біз бұл мақалада Эйнштейн Гилберт шешімінен қозғалыс теңдеуін алып, қозғалыс теңдеуі үшін жүйелік космологиялық модельдерді қайта құрдық. Біз алдымен жүйелік модельдердің жалпы физикалық және геометриялық қасиеттерін қарастырдық , содан кейін жүйелік ғаламды динамикалық жүйе ретінде қалай қарастыруға болатындығын талқыладық. Метрикалық параметрлерді қолданып қысым мен тығыздық энергиясының шешімдерін алдық.

Атап айтқанда, біз түйіндік ғаламдарды сипаттайтын бірнеше нақты модельдер жасадық және осы космологиялық ерекшеліктер мен қасиеттерді егжей-тегжейлі зерттедік.

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (№AP09261147)

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Nojiri S., Odintsov S. D.,Tsujikawa S. Inhomogeneous Equation of State of the Universe: Phantom Era, Future Singularity and Crossing the Phantom Barrier // Physical.Review D. 2005.-Vol.71 № 6 P.300 [arXiv:hep-th/0501025].
2. Cai Y. F., Saridakis E. N., Cosmol J. Non-singular Cyclic Cosmology without Phantom Menace // Physical.Review D.-2011.-Vol.17 №7.- P.238 [arXiv:1108.6052 [gr-qc]].
3. Sahni V., Toporensky A. Cosmological Hysteresis and the Cyclic Universe // Physical.Review D.-2012.-Vol.85 №1235.-P.24 [arXiv:1203.0395 [gr-qc]].
4. D.Y.Chung The cyclic universe // Physical.Review D.-2001.-Vol.88 №123.-P.542 [arXiv:physics/0105064].