ӘОЖ 524.832

МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН ГАУСС-БОННЕ ГРАВИТАЦИЯСЫНДАҒЫ СЕКІРУ ШЕШІМІ

Сейтхазина Сания Арманқызы
Saniusha_98@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ жалпы және теориялық физика кафедра студенті ,
Нұр-Сұлтан , Қазақстан
Ғылыми жетекші - Цыба П.Ю.

Бұл мақаладағы менің ең басты мақсатым Модификацияланған Гаусс-Бонне гравитациясындағы секіру шешімін табу. Ғаламның қазіргі жағдайы Эйнштейннің жалпы салыстырмалылық теориясынан зерттеуге түрткі болды. Өріс теңдеулеріне космологиялық тұрақты қосу энергияның белгісіз формасын түсінуге көмектеседі, бірақ кейбір мәселелер бар, мысалы, дәл баптау мәселесі, сәйкестік мәселесі. Оның әсері тек космологиялық тұрғыдан байқалады. Мәселелерді шешу үшін әдебиеттерде гравитацияның бірнеше балама модификацияланған теориялары енгізілд [1].

Гравитацияның кванттық және жалпы теориясын зерттеу үшін гравитацияны жалпыланған $f(G)$ гравитация моделі ретінде зерттеу біршама қызықты. Ал енді Гаусс-Бонне модификацияланған гравитациясының әсерін қарастырамыз.

Берілген $f(G)$ үшін әсерді қарастырайық:

$$s=\int d^4x\sqrt{-g}\left(f(G)-\lambda\left(G-24\frac{\ddot{a}\dot{a}^2}{a^3}\right)\right), \tag{1}$$

мұндағы $f(G)-G$ жалпы функциясы;

$$\sqrt{-g}=a^3;\ \lambda=f'(G)\ ;$$

$$L=a^3f(G)-f'(G)a^3G-24\ddot{a}\dot{a}^2f'(G), \tag{2}$$

$$(f'(G)\dot{a}^3)_t=f"(G)\dot{G}\dot{a}^3+f'(G)3\dot{a}^2\ddot{a}=0, \tag{3}$$

$$f'(G)\dot{a}^2\ddot{a}=-\frac{1}{3}f"(G)\dot{G}\dot{a}^3, \tag{4}$$

Осы жерден Лагранжианды алып жазсақ:

$$L=a^3f(G)-f'(G)a^3G+24*\frac{1}{3}f"(G)\dot{G}\dot{a}^3, \tag{5}$$

Енді осы жерден қозғалыс теңдеуін табамыз:

$$\frac{\partial L}{\partial a}=3a^2f(G)-3f'(G)a^2a, \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}=24f"(G)\dot{G}\dot{a}^2, \tag{7}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\right)=24f'''(G)\dot{G}^2\dot{a}^2+24f"(G)\ddot{a}\dot{a}^2+48f"(G)\dot{G}\dot{a}\ddot{a}, \tag{8}$$

Эйлер-Лагранж теңдеуі:

$$\frac{\partial L}{\partial a}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\right)=0, \tag{9}$$

$$3a^2f(G)-3f'(G)a^2G-24f'''(G)\dot{G}^2\dot{a}^2+24f"(G)\ddot{G}\dot{a}^2+48f"(G)\dot{G}\dot{a}\ddot{a}=0, \tag{10}$$

Бұл бізде a-бойынша қозғалыс теңдеуі.

$$\frac{\partial L}{\partial G}=a^3f'(G)-f"(G)a^3G-f'(G)a^3+8f'''(G)\dot{G}\dot{a}^3, \tag{11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{G}}=8f"(G)\dot{a}^3, \tag{12}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{G}}\right)=8f'''(G)\dot{G}\dot{a}^3+24f"(G)\dot{a}^2\ddot{a}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial G}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{G}}\right)=0, \tag{14}$$

$$-f''(G)a^3G+8f'''(G)\dot{G}\dot{a}^3-8f'''(G)\dot{G}\dot{a}^3+24f''(G)\dot{a}^2\ddot{a}=p, \tag{15}$$

$$-f''(G)a^3G+24f''(G)\dot{a}^2\ddot{a}=0, \tag{16}$$

G-бойынша қозғалыс теңдеуі.

Нөлдік энергия шарты [0]:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a}+\frac{\partial L}{\partial \dot{G}}\dot{G}-L=0, \tag{17}$$

$$24f''(G)\dot{G}\dot{a}^3+8f''(G)\dot{G}\dot{a}^3-a^3f(G)+f'(G)a^3G-8f''(G)\dot{G}\dot{a}^3=0, \tag{18}$$

$$24f''(G)\dot{G}\dot{a}^3-a^3f(G)+f'(G)a^3G=0, \tag{19}$$

$$24f''(G)\dot{G}H^3-f(G)+f'(G)G=\rho, \tag{20}$$

Енді осы жерден ρ және p –ны тауып аламыз:

$$f(G)=G^n, \tag{21}$$

$$f'=nG^{n-1}, \tag{21.1}$$

$$f''=n(n-1)G^{n-2}, \tag{21.2}$$

$$f'''=n(n-1)(n-2)G^{n-3}, \tag{21.3}$$

$$G=24\frac{\ddot{a}\dot{a}^2}{a^3}, \tag{22}$$

$$\dot{G}=24\left(\frac{(\ddot{a}\dot{a}^2)'a^3-3\ddot{a}\dot{a}^2a^2\dot{a}}{a^6}\right)=24\left(\frac{\dddot{a}\,\dot{a}^2a^3+2\dot{a}^2\dot{a}a^3-3\ddot{a}\dot{a}^3a^2}{a^6}\right)=$$

$$=24\left(\frac{\dddot{a}\,\dot{a}^2a^3+2\ddot{a}^2\dot{a}a^3-3\ddot{a}\dot{a}^3a^2}{a^6}\right),$$

$$\rho=24n(n-1)G^{n-2}\dot{G}H^3-G^n+nG^{n-1}G, \tag{23}$$

$$\rho=24n(n-1)G^{n-2}\dot{G}H^2-G^n+nG^n, \tag{24}$$

$$p=-n(n-1)G^{n-2}a^3G+24n(n-1)G^{n-2}\dot{a}^2\ddot{a}, \tag{25}$$

$$p=-n(n-1)G^{n-1}a^3+24n(n-1)G^{n-2}\dot{a}^2\ddot{a}, \tag{26}$$

Ендігі кезекте біз $f(G)$-ды қойып Хаббл арқылы жазамыз:

$$G=24\frac{\dot{a}^2\ddot{a}}{a^3}=24\frac{\ddot{a}}{a}\frac{\dot{a}^2}{a^2}=24\left(\dot{H}+H^2\right)H^2, \tag{27}$$

$$\rho=(24\left(\dot{H}+H^2\right)H^2)^n(n-1), \tag{28}$$

$$p=2n(n-1)(24\left(\dot{H}+H^2\right)H^2)^{n-1}, \tag{29}$$

$$H^*(t) = H(t)\big(1 + \nu_n(t)\big), \tag{30}$$

$$H = H(1 + \nu_n), \tag{31}$$

$$\dot{H} = (H + H\nu_n)_t = \dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n, \tag{32}$$

$$\rho = (24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big)H^2)^n(n-1), \tag{33}$$

$$p = 2n(n-1)(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big)H^2)^{n-1}, \tag{34}$$

Идеал сұйықтықтың энергия-материясының сақталу теңдеуі [0]:

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + 3p) = 0, \tag{35}$$

Осы жерден енді $\dot{\rho}$-ны табамыз:

$$\dot{\rho} = n(n-1)(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big)H^2)^{n-1} * \\ 24\big(\ddot{H} + \ddot{H}\nu_n + \dot{H}\dot{\nu}_n + \dot{H}\dot{\nu}_n + H\ddot{\nu}_n + 2H\dot{H}\big)H^2 + 48H\dot{H}\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big), \tag{36}$$

$$n(n-1)(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big)H^2)^{n-1}24(\ddot{H} + \ddot{H}\nu_n + \dot{H}\dot{\nu}_n + \dot{H}\dot{\nu}_n + H\ddot{\nu}_n + \\ +2H\dot{H})\ H^2 + 48H\dot{H}(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2 + 3H(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big) * \\ * H^2)^n(n-1) + 3(2n(n-1)\big(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_n + H\dot{\nu}_n + H^2\big)H^2)^{n-1}\big) = 0,$$

Бұл жерде біз n-ге мән береміз:

1) $n = 1$

$$48H\dot{H}\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_1 + H\dot{\nu}_1 + H^2\big) = 0, \tag{37}$$

2) $n = 2$

$$2(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_2 + H\dot{\nu}_2 + H^2\big)H^2 * 24\big(\ddot{H} + \ddot{H}\nu_n + \dot{H}\dot{\nu}_2 + H\ddot{\nu}_2 + 2H\dot{H}\big) * \\ * H^2 + 48H\dot{H}\big(\dot{H} + H\dot{\nu}_2 + H\dot{\nu}_2 + H^2\big) + (72H\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_2 + H\dot{\nu}_2 + H^2\big)H^2)^2 + \\ +9H\left(4\big(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_2 + H\dot{\nu}_2 + H^2\big)H^2\big)\right) = 0, \tag{38}$$

3) $n = 3$

$$6(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_3 + H\dot{\nu}_3 + H^2\big)H^2)^2 * 24\big(\ddot{H} + \ddot{H}\nu_3 + \dot{H}\dot{\nu}_3 + H\ddot{\nu}_3 + 2H\dot{H}\big) * \\ * H^2 + 48H\dot{H}\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_3 + H\dot{\nu}_3 + H^2\big) + (72H(\dot{H} + \dot{H}\nu_3 + H\dot{\nu}_3 + H^2)^3 2 + \\ +9H(12\big(24\big(\dot{H} + \dot{H}\nu_3 + H\dot{\nu}_3 + H^2\big)H^2)^2\big) = 0. \tag{39}$$

Бұл мақалада Эйнштейн-Гильберттің модификацияланған ауырлық күші шеңберіндегі біртекті және изотропты уақыт кеңістігіндегі әрекеті қарастырылды. ν бұзылыс деңгейі үшін $f(G) = G^n$ арқылы $n = 1{,}2{,}3$ жағдайы алынды.

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (№AP08052034)

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Tegmark M. et al. SDSS Collaboration // Physical Review D.–2004.–Vol.69 №159.–P.369.
2. Spergel D. et al. WMAP Collaboration// Astrophysical James Supple.–2003.–Vol. 148 №175.–P.209.
3. Copeland E., Sami M., Tsujikawa S., Dynamics of dark energy// International Journal of Modern Physics D.–2006.–Vol.15 №11. – P. 99.