

## ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С НЕМИНИМАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

**Тельман Е.Е., Сагинаев Е.Е.**

Магистрант, Студент

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева

г. Нур-Султан, Казахстан

[Ergenkazakh75@gmail.com](mailto:Ergenkazakh75@gmail.com)

Скалярно-тензорные теории гравитации являются важными расширениями стандартной общей теории относительности, которые могут объяснить как начальную инфляционную эволюцию, так и более позднее ускоряющееся расширение Вселенной. В данной работе исследуем космологическое решение скалярно-тензорной теории гравитации, в которой скалярное поле  $\phi$  связано с геометрией через произвольную функцию  $F(\phi)$ . Кинетическая энергия скалярного поля, а также его потенциал самодействия  $V(\phi)$  также включены в гравитационное действие. Ранее такие работы были рассмотрены в работах [1,3]. Используя стандартную математическую процедуру, групповой подход Ли и методы теоремы Нётер, получаем несколько точных решений уравнений гравитационного поля, описывающих временные эволюции плоской Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ) в рамках скалярно-тензорной гравитации. Полученные решения могут описывать как ускоряющие, так и замедляющие фазы космологического расширения Вселенной.

Рассмотрим гравитационную модель, в которой скаляр Риччи, описывающий чистую гравитацию, нестандартным образом связан со скалярным полем. Для этой модели гравитационное действие имеет вид

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ F(\phi)R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right], \quad (1)$$

где  $g$  является детерминантом метрического тензора  $g_{\mu\nu}$ ,  $R$  является скалярной кривизной пространства,  $F(\phi)$  является некой функцией связывающие скалярное и гравитационное поля, а  $V(\phi)$  является потенциальной энергией. Знак плюс появляется в кинетическом члене действия (1), соответствующем фантомной фазе расширения Вселенной.

Рассмотрим плоскую пространственно-временную метрику ФРУ:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (2)$$

где  $a(t)$  является масштабным фактором зависящий от времени  $t$ . Для этой метрики имеем следующие выражения

$$\sqrt{-g} = a^3, \quad R = -6 \left( \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right), \quad L_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3)$$

Функцию Лагранжа для действия (1) и метрики (2) можно записать в виде

$$L = 6F(\phi)a\dot{a}^2 + 6F'(\phi)a^2\dot{a}\dot{\phi} + \frac{1}{2}a^3\dot{\phi}^2 - a^3V(\phi). \quad (4)$$

Найдем уравнение движение с помощью уравнение Эйлера-Лагранжа и условия нулевого энергии

$$\frac{\partial L}{\partial a} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = 0 \quad (6)$$

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - L = 0 \quad (7)$$

Соответствующие полевые уравнения запишем как

$$6H(FH + F'\dot{\phi}) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V = 0, \quad (8)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 + \frac{F'}{F}(\ddot{\phi} + 2H\dot{\phi}) + \frac{\dot{\phi}^2}{F} \left( F'' - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2F}V = 0, \quad (9)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V' + 6(2H^2 + \dot{H})F' = 0. \quad (10)$$

Здесь  $H = \dot{a}/a$  является параметром Хаббла, точка над буквой обозначает производную по времени  $t$  и штрих обозначает производную по  $\phi$ . Ниже рассмотрим следующие частные решения для функции связи  $F(\phi)$  и потенциальной энергии  $V(\phi)$ , как

$$F(\phi) = \lambda\phi, \quad V(\phi) = V_0\phi^n, \quad (11)$$

где  $F_0$  и  $V_0$  являются некими постоянными величинами. Тогда систему уравнений (8)-(10) можно будет переписать как

$$6\lambda\phi H^2 + 6\lambda H\dot{\phi} + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V_0\phi^n = 0, \quad (12)$$

$$2\lambda\phi\dot{H} + 3\lambda\phi H^2 + \lambda(\ddot{\phi} + 2H\dot{\phi}) - \frac{1}{4}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}V_0\phi^n = 0, \quad (13)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_0 + 12\lambda H^2 + 6\lambda\dot{H} = 0. \quad (14)$$

Предположим, что в уравнений (14)

$$12\lambda H^2 + 6\lambda\dot{H} = 0,$$

Интегрируя последнее уравнение получим частное решения для масштабного фактора  $a(t)$ , как

$$a(t) = (2C_1 t + 2C_2)^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  являются константами интегрирования. Параметр уравнения состояния определяем из выражения

$$\omega = \frac{p}{\rho}, \quad (16)$$

при  $C_1 = 1$  и  $C_2 = 1$  параметр уравнения состояния равен  $\omega = 1/3$ , которое соответствует барионной матери. На рисунке 1 представлено зависимость параметра уравнения состояния  $\omega$  от времени  $t$  при  $C_1 = 0,111$  и  $C_2 = 5$ .

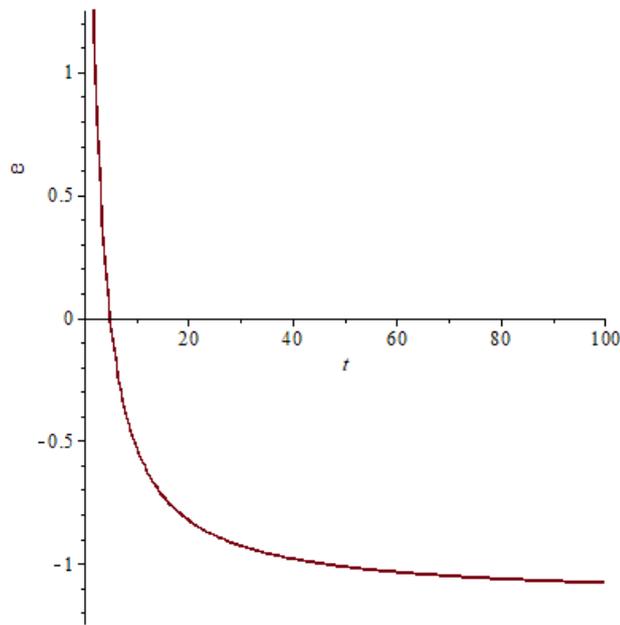


Рисунок 1. Зависимость параметра уравнения состояния  $\omega$  от времени  $t$  при  $C_1 = 0,111$  и  $C_2 = 5$ .

Уравнение (14) можно записать, как

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_0 = 0. \quad (17)$$

В ускоренно расширяющейся Вселенной скалярное поле скатывается очень медленно, следовательно

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$$

То уравнение (17) примет вид

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{V_0(2C_1t + 2C_2)^4}{6C_1^4}, \quad (18)$$

Интегрируя, получем

$$\phi(t) = \frac{8V_0}{15C_1^5} (C_1 t + C_2)^5 + \phi_0, \quad (19)$$

Таким образом полученные нами решения описывают ускоренное расширение Вселенной, которая соответствует имеющим на сегодняшний день наблюдательным данным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант AP09261147.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Мырзақулову Р. за постановку задачи.

#### Список использованных источников

1. Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S.D. Dark Energy: the equation of state description versus scalar-tensor or modified gravity // Physics Letters B., 2006. Т. 634. №2-3. С.93-100.
2. Motavali H., Capozziello S., Rowshan AlmeH Jog M. Scalar–tensor cosmology with  $R^{-1}$  curvature correction by Noether symmetry // Physics Letters B., 2008. Т. 666. №1. С. 10-15.
3. Terzis Petros A., Dimakis N., Christodoulakis T. Noether analysis of scalar-tensor cosmology // Physical review D., 2014. Т. 90. С. 12-15.
4. Paoletta M., Capozziello S. Hojman symmetry approach for scalar-tensor cosmology // Physics Letters A., 2015. Т. 379. С. 1304-1308.
5. Capozziello S., de Ritis R. Noether’s symmetries and exact solutions in flat nonminimally coupled cosmological models // Classical and Quantum Gravity., 1994. Т. 11. С. 107-1117.
6. Belinchon J.A., Harko T., Mak M.K. Exact Scalar-Tensor Cosmological Models // International Journal of Modern Physics D., 2017. Т. 26. № 7. С. 1750073

ӘОЖ 577.32

### ҚАТЕРЛІ ІСІКТЕРДІҢ ӨСУ МЕХАНИЗМІН КВАНТТЫҚ МЕХАНИКАЛЫҚ ЗЕРТТЕУ

Төлеген Нұршат Әбдімүтәліпқызы

e-mail: [nurshat011001@gmail.com](mailto:nurshat011001@gmail.com)

Ғылыми жетекші: PhD, доцент м.а. Мырзақұл Т.Р.

Жыл сайын миллиондаған адамдар әртүрлі онкологиялық аурулардан қайтыс болады және бұл әлемдегі адамдардың өлімінің басты себептерінің бірі. 2020-2021 жылдардың деректері бойынша он тоғыз миллион үш жүз мың адам онкология ауруларының құрбаны болды және олардың он миллионға жуығы қайтыс болды [1]. Жыл сайын науқастардың саны артып келеді, бірақ өлім-жітім деңгейі баяу төмендейді, өйткені онкологиялық ауруларды диагностикалау мен емдеудің есептеу модельдері мен әдістері дамып, жақсарып келеді. Осы тұрғыдан алғанда кванттық-механикалық зерттеу тәсілдері әмбебап және ең бастысы наноөлшемді жүйелерді сипаттау үшін дұрысырақ. Кванттық механикалық әдіс заттың құрылымы, энергияның дискреттілігі туралы корпускулалық-толқындық концепцияға негізделген және молекулалардың химиялық байланыстардың құрылысын, заттардың реакциялық қабілетін зерттеуде кеңінен қолданылады. Бұл жұмыста автор әртүрлі ісіктердің медициналық суреттерін өңдеді [2] фракталдық талдауарқылы [3], онда суреттердегі зақымдану аймақтары үлкен фракталдылыққа ие.

Бөлімдер саны бізге кескін ұяшықтарға қанша рет бөлінгенін көрсетеді. Бөлімдер саны неғұрлым көп болса, жасуша мөлшері соғұрлым аз болады.