

УДК 518.9

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР

**Жолдубаева Диана**

[diana-328@mail.ru](mailto:diana-328@mail.ru)

Студент четвертого курса кафедры математического и компьютерного моделирования механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

Научный руководитель – Сулейменов К.М.

**Аннотация:** работа посвящена прикладным вопросам применения одного из видов теории дифференциальных игр, применительно к одной практической работе.

**Ключевые слова:** дифференциальная игра, торговые отношения.

### Введение

Теория дифференциальных игр анализирует конфликтно управляемые процессы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями [1,2].

Модель задается векторной системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = f [t, x(t), u_1(t), \dots, u_n(t)],$$

описывающей изменение фазового вектора  $x(t)$  во времени  $t$  под действием стратегий [2-4].

Задана начальная позиция

$$x(t_0) = x_0.$$

В теории дифференциальных игр функции выигрыша  $i$ -го игрока обычно задаётся функционалом

$$J_i(u_1, \dots, u_N) = \Phi_i[T, x(T)] + \int_{t_0}^T F_i(t, x, u_1, \dots, u_N) dt$$

определенном на решениях системы ОДУ

$$\frac{d}{dt} \vec{x} = \dot{x} = f(t, x, u_1, u_2, \dots, u_m),$$

при выбранных игроками допустимых стратегиях. Здесь

$$\vec{x} = x = \{x_1; x_2; \dots; x_n\} \text{ и } f = \{f_1; f_2; \dots; f_n\}.$$

Функция  $\Phi_i[T, x(T)]$  называется терминальной, а  $\int_{t_0}^T F_i dt$  – интегральной функцией выигрыша.

## Модель торговли между Казахстаном и Кыргызстаном

Игровая ситуация торговли двух и более стран может быть перенесена на случай торговли, например, между Республикой Казахстан и Кыргызской Республикой. Казахстан поставляет в Кыргызстан нефть – по нефтепроводу. Кыргызстан поставляет в Казахстан текстильную продукцию.

Продолжительность торговли  $T$ , в течение которой цены на единицы продукции являются конечно-постоянными функциями управления, может быть статистически оценена (математическое ожидание и дисперсия величины  $T$ ).

Введем в рассмотрение фазовые

$$\{x_1(t); x_2(t); y_1(t); y_2(t)\}$$

и вспомогательные переменные модели торговли между Казахстаном и Кыргызстаном:

$x_1(t)$  – (добыча) запас нефти, имеющийся в наличии у Казахстана в момент времени  $t \in [t_0, T]$ ;

$x_2(t)$  – количество нефти у Кыргызстана, причем (в данной модели) своей собственной нефтью республика располагает в незначительных количествах;

$y_1(t)$  – количество текстильной продукции, импортируемого Казахстаном из Кыргызстана;

$y_2(t)$  – количество этой же продукции у Кыргызстана;

$s(t)$  – золотовалютный запас (объем валютных средств в Резервном фонде) Казахстана.

Потоки товаров описываются функциями управления:

$u_3$  – цена 1 барреля нефти;

$u_2$  и  $v_2$  – скорости потребления текстильной продукции и нефти, Казахстаном и Кыргызстаном, соответственно;

$v_1$  – скорость импорта нефти из Казахстана в Кыргызстан;

$u_1$  – скорость импорта текстильных изделий из Кыргызстана в Казахстан;

$a$  – скорость добычи нефти Казахстаном;

$b$  – скорость производства текстильных изделий Кыргызстаном;

$k_1, k_2$  – норма потребления нефти.

Запишем систему четырех ОДУ, описывающую потоки товаров в данной модели:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a - k_1 x_1 - v_1; \\ \frac{dx_2}{dt} = v_1 - k_2 x_2; \\ \frac{dy_1}{dt} = u_1 - u_2; \\ \frac{dy_2}{dt} = b - u_1 - v_2; \end{cases}$$

$$a, b, k_1, k_2 \in R;$$

Целевые функции  $J_{рк}, J_{кр}$ , игроков Республики Казахстана и Кыргызской Республикой, соответственно, могут быть взяты в следующем виде

$$J_{рк}(u, v) = \Phi(s(T)) + \int_0^T x_1(t) u_2(t) dt \rightarrow \max;$$

$$J_{\text{кр}}(u, v) = -\Phi(s(T)) + \int_0^T x_2(t)v_2(t)dt \rightarrow \max;$$

Здесь:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1(t); u_2 = u_2(t); v_1 = v_1(t); v_2 = v_2(t); \\ u_1(t) - u_2(t) &\geq 0; \\ v_1(t) - v_2(t) &\geq 0; \end{aligned}$$

### Список использованной литературы

1. Вайсборд Э.М., Жуковский В.И. Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения. М.: Советское радио, 1980.
2. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр М.: Высш. Шк., Книжный дом «Университет», 1998.
3. A. W. Merz. The game of two identical cars. *Journal of Optimization Theory & Applications*.
4. R. Isaacs. *Differential Games*. Wiley, New York, 1965.