

ISSN 2616-6836

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

# ХАБАРШЫСЫ

---

---

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**BULLETIN**

of the L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ** сериясы

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

**PHYSICS. ASTRONOMY** Series

№1(122)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Издается с 1995 года

Founded in 1995

Жылына 4 рет шығады

Выходит 4 раза в год

Published 4 times a year

Астана, 2018

Astana, 2018

*Бас редакторы*  
ф.-м.ғ. докторы  
**А.Қ. Арынгазин** (Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**А.Т. Ақылбеков**, ф.-м.ғ.д., профессор  
(Қазақстан)

*Редакция алқасы*

|                          |                              |
|--------------------------|------------------------------|
| <b>Алдонгаров А.А.</b>   | PhD (Қазақстан)              |
| <b>Балапанов М.Х.</b>    | ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)     |
| <b>Бахтизин Р.З.</b>     | ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)     |
| <b>Гиниятова Ш.Г.</b>    | ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)        |
| <b>Даулетбекова А.Қ.</b> | ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)        |
| <b>Ержанов Қ.К.</b>      | ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)   |
| <b>Жұмаділов Қ.Ш.</b>    | PhD (Қазақстан)              |
| <b>Здоровец М.</b>       | ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)        |
| <b>Қадыржанов Қ.К.</b>   | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Кайнарбай А.Ж.</b>    | ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)        |
| <b>Кутербеков Қ.А.</b>   | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Лущик А.Ч.</b>        | ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)   |
| <b>Морзабаев А.К.</b>    | ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)        |
| <b>Мырзақұлов Р.Қ.</b>   | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Нұрахметов Т.Н.</b>   | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Сауытбеков С.С.</b>   | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Тлеукенов С.К.</b>    | ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан) |
| <b>Усеинов А.Б.</b>      | PhD (Қазақстан)              |

*Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 408 б.  
Тел.: (7172) 709-500 (ішкі 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Жауапты хатшы, компьютерде беттеген*  
А. Нұрболат

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы**

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК  
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен тіркелген.  
27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі. Тиражы: 30 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (ішкі 31-428)

*Главный редактор*  
доктор ф.-м.н.  
**А.К. Арынгазин** (Казахстан)

*Зам. главного редактора*

**А.Т. Акылбеков**, доктор ф.-м.н.  
профессор (Казахстан)

*Редакционная коллегия*

|                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| <b>Алдонгаров А.А.</b>   | PhD (Казахстан)                   |
| <b>Балапанов М.Х.</b>    | ф.-м.н., проф. (Россия)           |
| <b>Бахтизин Р.З.</b>     | ф.-м.н., проф. (Россия)           |
| <b>Гиниятова Ш.Г.</b>    | кандидат ф.-м.н. (Казахстан)      |
| <b>Даулетбекова А.К.</b> | кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан) |
| <b>Ержанов К.К.</b>      | кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан) |
| <b>Жумадилов К.Ш.</b>    | доктор PhD (Казахстан)            |
| <b>Здоровец М.</b>       | к.ф.-м.н. (Казахстан)             |
| <b>Кадыржанов К.К.</b>   | ф.-м.н., проф. (Казахстан)        |
| <b>Кайнарбай А.Ж.</b>    | кандидат ф.-м.н. (Казахстан)      |
| <b>Кутербеков К.А.</b>   | доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан) |
| <b>Лущик А.Ч.</b>        | ф.-м.н., проф. (Эстония)          |
| <b>Морзабаев А.К.</b>    | кандидат ф.-м.н. (Казахстан)      |
| <b>Мырзакулов Р.К.</b>   | доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан) |
| <b>Нурахметов Т.Н.</b>   | доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан) |
| <b>Сауытбеков С.С.</b>   | доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан) |
| <b>Тлеукенов С.К.</b>    | доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан) |
| <b>Усеинов А.Б.</b>      | PhD (Казахстан)                   |

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408  
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Ответственный секретарь, компьютерная верстка*  
А. Нурболат

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. Серия. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 30 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1,

тел.: (7172)709-500 (вн. 31-428)

*Editor-in-Chief*  
Doctor of Phys.-Math. Sciences  
**A.K. Aryngazin** (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

**A.T. Akilbekov**, Doctor of Phys.-Math. Sciences,  
prof. (Kazakhstan)

*Editorial board*

|                          |   |
|--------------------------|---|
| <b>Aldongarov A.A.</b>   | PhD (Kazakhstan)                                    |
| <b>Balapanov M.Kh.</b>   | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Russia)      |
| <b>Bakhtizin R.Z.</b>    | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Russia)      |
| <b>Dauletbekova A.K.</b> | Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan) |
| <b>Giniyatova Sh.G.</b>  | Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)      |
| <b>Kadyrzhanov K.K.</b>  | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Kainarbay A.Zh.</b>   | Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)      |
| <b>Kuterbekov K.A.</b>   | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Lushchik A.</b>       | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Estonia)     |
| <b>Morzabayev A.K.</b>   | Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)      |
| <b>Myrzakulov R.K.</b>   | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Nurakhmetov T.N.</b>  | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Sautbekov S.S.</b>    | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Tleukenov S.K.</b>    | Doctor of Phys.-Math. Sciences, prof. (Kazakhstan)  |
| <b>Useinov A.B.</b>      | PhD (Kazakhstan)                                    |
| <b>Yerzhanov K.K.</b>    | Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)  |
| <b>Zdorovets M.</b>      | Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)      |
| <b>Zhumadilov K.Sh.</b>  | PhD (Kazakhstan)                                    |

*Editorial address:* 2, Satpayev str., of.408, Astana, Kazakhstan, 010008  
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Responsible secretary, computer layout:*  
A.Nurbolat

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University. PHYSICS. ASTRONOMY Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan. Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018. Circulation: 25 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;  
tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№1(122)/2018

МАЗМҰНЫ

**ФИЗИКА**

|  |    |
|--|----|
| <i>Ақылбеков А.Т., Бижанова С.Б., Баубекова Г.М., Карипбаев Ж.Т.</i> «Таза» кристалдардың импульстік катодолюминесценция спектрлері  | 8  |
| <i>Ахметова Г.А.</i> DVB-T және DVB-T2 жерсеріктік эфирлік хабар тарату желісінің қамту аймағын анықтаудың стандарттары мен әдіснамасын салыстыру  | 13 |
| <i>Алдонгаров А.А., Асылбекова А.М., Иргібаева И.С., Ермекова Ж.К.</i> Родамин бояғышы мен CdS кластерлерінің кешендерінде электрондық ауысулардың табиғатын анықтау   | 19 |
| <i>Бекова Г.Т., Уалиханова У.А., Есмаханова К.Р.</i> (2+1)-комплекті модификациялан Кортевег–де Фриз және Максвелл–Блох теңдеулерінің сақталу заңдары  | 28 |
| <i>Борзев Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Сыртқы факторлардың әсерінен металл наноқұрылымдарының құлдырауын зерттеу   | 33 |
| <i>Қадыржанов Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л., Петров А.В.</i> Zn нанотүтікшелерінің құрылымдық қасиеттеріне сәулелендіру әсерін зерттеу  | 40 |
| <i>Калиекперов М.Е., Козловский А.Л., Қадыржанов К.К.</i> Полимерлік матрицалар негізінде иондаушы сәуледен жұқа қорғаныш жабындарын синтездеу   | 46 |
| <i>Жасыбаева М.Б., Нугманова Г.Н.</i> Интегралданатын Фокас-Ленэллстың теңдеуіне эквивалентті спиндік жүйе   | 53 |
| <i>Есмаханова К.Р., Жубаева Ж.С., Тәпеева С.Қ.</i> (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің нақты шешімдері  | 58 |
| <i>Мусабаева Г.К., Ақылбеков А.Т., Мусабаев К.К.</i> Атомдардың өздігінен сәуле шығаруы туралы   | 64 |
| <i>Мурзалынов Д.О., Власукова Л.А., Пархоменко И.Н., Комаров Ф.Ф., Ақылбеков А.Т., Мудрый А.В., Рябикин Ю.А., Гиниятова Ш.Г., Даулетбекова А.К.</i> Азотпен имплантталған кремний нитридi қабықшаларының люминесценциясы | 68 |
| <i>Морзабаев А.К., Гиниятова Ш.Г., Шаханова Г.А., Алымханова К., Айданұлы Б., Махмұтов В.С.</i> Астана қаласының Жер беті маңындағы дозалық және электрлік сипаттамаларын талдау   | 75 |
| <i>Даулетбекова А., Баймұханов З., Козловский А., Гиниятова Ш., Мурзагалиев М., Журкин Е., Наурызбаева Р.</i> SiO <sub>2</sub> /Si тіректі темплэйт негізінде нанокөмізгітi материалдарды зерттеу және әзірлеу           | 82 |
| <i>Даулетбекова А., Скуратов В., Маника И., Маникс Я., Забельс Р., Кирилкин Н., Ақылбеков А., Гиниятова Ш., Байжуманов М., Сейтбаев А., Кудайбергенова С.</i> Люминесценцияның өшуінің дислокациялану механизмі          | 91 |

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА.

№1(122)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

| ФИЗИКА  |    |
|---|----|
| <i>Акылбеков А.Т., Бижанова С.Б., Баубекова Г.М., Карипбаев Ж.Т.</i> Спектры импульсной катодолюминесценции «чистых» кристаллов   | 8  |
| <i>Ахметова Г.</i> Сравнение стандартов и методика определения зоны покрытия сети цифрового наземного вещания DVB-T и DVB-T2  | 13 |
| <i>Алдонгаров А.А., Асылбекова А.М., Иргибоева И.С., Ермекова Ж.К.</i> Определение природы электронных переходов в комплексах родаминового красителя и кластерах CdS  | 19 |
| <i>Бекова Г.Т., Уалиханова У.А., Есмаханова К.Р.</i> Законы сохранения для (2+1)-мерных уравнений комплексно модифицированного Кортевега-де Фриза и Максвелла-Блоха   | 28 |
| <i>Боржекков Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Изучение деградации металлических наноструктур под действием внешних факторов   | 33 |
| <i>Кадыржанов Д.Б., Здоровец М.В., Козловский А.Л.</i> Петров А.В, Исследование влияния облучения на структурные свойства Zn нанотрубок   | 40 |
| <i>Калиекперов М.Е., Козловский А.Л., Кадыржанов К.К.</i> Синтез тонких защитных покрытий от ионизирующего излучения на основе полимерных матриц  | 46 |
| <i>Жасыбаева М.Б., Нугманова Г.Н.</i> Спиновая система, эквивалентная интегрируемому уравнению Фокаса-Ленэллса  | 53 |
| <i>Есмаханова К.Р., Жубаева Ж.С., Татеева С.Қ.</i> Нелокальные нелинейные уравнения Шредингера и ее точные решения  | 58 |
| <i>Мусабаева Г.К., Акылбеков А.Т., Мусабаев К.К.</i> К вопросу возникновения спонтанного излучения атомов   | 64 |
| <i>Мурзалинов Д.О., Власукова Л.А., Пархоменко И.Н., Комаров Ф.Ф., Акылбеков А.Т., Мудрый А.В., Рябикин Ю.А., Даулетбекова А.К., Гиниятова Ш.Г.</i> Люминесценция пленок нитрида кремния, имплантированных азотом | 68 |
| <i>Морзабаев А.К., Гиниятова Ш.Г., Шаханова Г.А., Алимханова К., Айданұлы Б., Махмұтов В.С.</i> Анализ дозовых и электрических характеристик в приземном слое атмосферы г. Астаны                                 | 75 |
| <i>Даулетбекова А., Баймуханов З., Козловский А., Гиниятова Ш., Мурзагалиев М., Журкин Е., Наурызбаева Р.</i> Разработка и исследование нанокompозитных материалов на основе трекового темплэйта $SiO_2/Si$       | 82 |
| <i>Даулетбекова А., Скуратов В., Маника И., Маникс Я., Забельс Р., Кирилкин Н., Акылбеков А., Гиниятова Ш., Байжуманов М., Сейтбаев А., Кудайбергенова С.</i> Дислокационный механизм затухания люминесценции     | 91 |

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY.  
PHYSICS.ASTRONOMY SERIES

№1(122)/2018

CONTENTS

PHYSICS

|  |    |
|--|----|
| <i>Akylbekov A.T., Bizhanova S.B., Baubekova G.M., Karipbayev Zh.T.</i> The pulsed cathodoluminescence spectra of "pure" crystals  | 8  |
| <i>Akhmetova G.</i> Comparison of standards and methodology of determining the coverage area of the digital terrestrial broadcasting network DVB-T and DVB-T2  | 13 |
| <i>Aldongarov A.A., Assilbekova A.M., Irgibaeva I.S., Ermekova Zh.K.</i> Determination of the nature of electronic transitions in the complexes of rhodamine dye and CdS clusters  | 19 |
| <i>Bekova G.T., Ualikhanova U.A., Yesmakhanova K.R.</i> Conservation laws of the (2+1)-dimensional complex modified Korteweg-de Vries and Maxwell-Bloch equations  | 28 |
| <i>Borgekov D.B., Zdorovets M.V., Kozlovskiy A.L.</i> Study of the degradation of metallic nanostructures under the influence of external factors  | 33 |
| <i>Kadyrzhanov D.B., Zdorovets M.V., Kozlovskiy A.L., Petrov A.V.</i> Investigation of the effect of irradiation on the structural properties of Zn nanotubes  | 40 |
| <i>Kaliyekperov M.E., Kozlovskiy A.L., Kadyrzhanov K.K.</i> Synthesis of thin protective coatings from ionizing radiation based on polymer template  | 46 |
| <i>Nugmanova G.N., Zhassybayeva M.B.</i> Spin system equivalent to the integrable Fokas-Lenells equation   | 53 |
| <i>Yesmakhanova K.R., Zhubaeva Zh.S., Tapeyeva S.K.</i> Exact solutions of the (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation   | 58 |
| <i>Musabayeva G.K., Akylbekov A.T., Musabayev K.K.</i> On the origin of spontaneous emission of atoms  | 64 |
| <i>Murzalinov D.O., Vlasukova L.A., Parkhomenko I.N., Komarov F.F., Akilbekov A.T., Mudryi A.V., Ryabikin Yu.A., Giniyatova Sh.G., Dauletbekova A.K.</i> The photoluminescence of nitrogen-implanted silicon nitride films | 68 |
| <i>Morzabaev A.K., Giniyatova Sh.G., Shakhanova G.A., Alimkhanova K., Aidanuli B., Makhmutov B.S.</i> Analysis of dose and electrical characteristics in the underground layer of astana atmosphere                        | 75 |
| <i>Dauletbekova A., Baymukhanov Z., Kozlovskii A., Giniyatova Sh., Murzagaliyev M., Zhurkin E., Nauryzbaeva P.</i> Development and research for nanocomposite materials based on track templates of $SiO_2/Si$             | 82 |
| <i>Dauletbekova A., Skuratov V., Manika I., Maniks J., Zabels R., Kirilkin N., Akilbekov A., Giniyatova Sh., Baizhumanov M., Seitbayev A., Kudaibergenova S.</i> Dislocation mechanism of fading of luminescence intensity | 91 |

<sup>12</sup> Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан<sup>3</sup> эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан(E-mail: <sup>1</sup> kryesmakhanova@gmail.com, <sup>2</sup> zhuldyz.zhubaeva@mail.ru, <sup>3</sup> tapeyeva@enu.kz)**(1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің нақты шешімдері**

**Аннотация:** Бұл мақалада біз (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуін қарастырамыз. (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуі кері шашырау әдісі арқылы интегралданатыды. Осы теңдеуге Дарбу түрлендіруі пайдаланылған. Сондай-ақ, осы (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің бірреттік, екіреттік және  $n$ -реттік Дарбу түрлендірулері детерминанттық көрністері алынған. Бұл жұмыста осы теңдеудің нақты шешімдерін құрамыз. Жоғарыда көрсетілген нәтижелерді пайдалана отырып, осы теңдеудің басқа да солитондық және солитон тәрізді (солитон тәрізді: динамикалық және топологиялық солитондар, периодтық, домендік кедергілер, кинктер, ламптар, ашық және күңгірт солитондар, ашық және күңгірт қиратушы толқындар, ашық және күңгірт позитондар және т.б.) шешімдерін құруға болады.

**Түйін сөздер:** Дарбу түрлендіруі, (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуі, интегралданатын теңдеулер, нақты шешімдер.

**Кіріспе.** Нақты жүйенің бейсызықты табиғаты заманауи ғылымда іргелі болып табылатындығы жақсы белгілі. Бейсызықтылық іс жүзінде барлық ғылым салаларында көптеген қолданысқа ие. Әдетте сызықты емес құбылыстар қарапайым және/немесе дербес туындылары бар сызықты емес теңдеулер арқылы модельденеді. Осы бейсызықты дифференциалдық теңдеулердің (БДТ) көбісі интегралданатын болып табылады. Бұл дегеніміз, интегралданатын БДТ бірнеше қызықты нақты шешімдерге ие екендігін білдіреді, мысалы солитондық және солитон тәрізді шешімдер (солитон тәрізді: динамикалық және топологиялық солитондар, периодтық, домендік кедергілер, кинктер, ламптар, ашық және күңгірт солитондар, ашық және күңгірт қиратушы толқындар, ашық және күңгірт позитондар және т.б.). Олар үлкен математикалық, сондай-ақ физикалық қызығушылыққа ие, әрі солитондар мен оларға ұқсас толқындарды зерттеу заманауи ғылым мен техникада соңғы бірнеше онжылдықтардан бері аса белсенді саланың бірі бола бастады. Сонымен қатар көптеген интегралданатын БДТ табылып, зерттелген [1]-[4].

Бейсызықты Шредингер теңдеуі мен Максвелл-Блок теңдеулері үшін Дарбу түрлендіруін пайдаланып, әр түрлі "seed" шешімдерден бірсолитонды және периодтық шешімдер алынды [5]. Өздігінен фокусталған бейсызықты Шредингер теңдеуінің рационалды шешімдерін табу әдістері ұсынылды [6]. Жоғары ретті бейсызықты эффекттері бар Хирота теңдеуімен байланысқан жаңа локалданған кейбір толқындық шешімдер зерттелді [7]. Тривиалды және периодтық «seed» шешімдерде Дарбу түрлендіруін пайдалана отырып, Хирота-Максвелл-Блок жүйесінің солитондық шешімдері, брейзер шешімдері әрі қиратушы толқын шешімдері [8] жұмысында құрылды. Дарбу түрлендіруі интегралданатын теңдеулер шешімдерінің барлық түрлерін табуда кеңінен қолданылады. [9,10] жұмыстарында (2+1)-өлшемді Шредингер-Максвелл-Блок және (2+1)-өлшемді Хирота-Максвелл-Блок теңдеулері үшін Дарбу түрлендіруі құрылып, солитондық шешімдер алынды. Локалды емес бейсызықты Шредингер типтес теңдеулер [11,14] жұмыстарында қарастырылды.

Бұл мақала келесі түрде ұйымдастырылған. Әдеттегідей, кіріспеден басталып, 2-ші бөлімде (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің Лакс көрінісін көрсетеміз. (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің бірреттік Дарбу түрлендіруі 3-ші бөлімде көрсетілген. 4-ші бөлімде осы теңдеудің нақты шешімдері "seed" шешімдерінен алынады. Мұнда біз бірсолитондық шешімдерін көрсетеміз. Соңында, қорытынды келтіріледі.

**(1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің Лакс көрінісі.** Мұнда біз (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуін қарастырамыз:

$$iq_t(x, t) + q_{xx}(x, t) + 2q(x, t)q^*(-x, t)q(x, t) = 0, \quad (1)$$

$$iq_t^*(-x, t) + q_{xx}^*(-x, t) - 2q^*(-x, t)q(x, t)q^*(-x, t) = 0, \quad (2)$$

мұндағы  $*$  белгісі комплексті түйіндес және  $q(x, t)$  комплекс мәнді функция және  $x, t$  нақты айнымалыларға тәуелді.  $x, t$  индекстері сәйкес айнымалылар бойынша дербес туындыларды білдіреді.

(1) теңдеуінде сызықты Лакс жұбы бар және шексіз сақталу заңдарына ие, демек, бұл интегралданатын жүйе болып табылады [13]. Жіктелінетін бастапқы шарттарға сәйкес келетін кері шашырау есеп әдісі дәлелденген. Берілген бейсызықты теңдеуді сызықты теңдеулер жүйесіне келтіреді және (1), (2) теңдеулерінің нақты шешімдерін, соның ішінде солитондық шешімдерін құруға болады. Локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің кейбір маңызды қасиеттері локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің классикалық теңдеулеріне қатар қойылып, салыстырылады. Яғни, бейсызықты мүшесі  $q^*(x; t)$  –дан  $q^*(-x; t)$  –ға ауыстырылады. Шынымен де,  $x \rightarrow -x$  және  $t \rightarrow -t$  кезінде (1) теңдеуі де, классикалық сызықты емес Шредингер теңдеуі де симметрияға бөлінеді, теңдеу инвариантты болып қалады.

Жоғарыда талқыланғандай, осы бөлімде (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуіне (1)-(2) арналған сәйкес Лакс көрінісін қарастырамыз, ол мына әдебиетте келтірілген [2]. Абловиц-Кауп-Ньюэль-Сигур (АКНС) формализміне сәйкес, (1)-(2) теңдеулерінің Лакс көрінісі келесі формуламен беріледі

$$\Psi_x = A\Psi, \quad (3)$$

$$\Psi_t = B\Psi. \quad (4)$$

Сонымен қатар, Лакс көрінісіндегі векторлық  $\Psi(x, t, \lambda) = (\psi_1(\lambda), \psi_2(\lambda))^T = (\psi_1(x, t, \lambda), \psi_2(x, t, \lambda))^T$  меншікті функция,  $\lambda$  меншікті параметрге байланысты және  $A, B$   $2 \times 2$ -өлшемді матрицалары мына түрге ие

$$A = -i\lambda\sigma_3 + A_0,$$

$$B = \lambda^2 B_2 + \lambda B_1 + B_0.$$

Бұл жерде  $\sigma_3$  –стандартты  $2 \times 2$ -өлшемді Паули матрицасы және  $A_0, B_2, B_1, B_0$  –  $2 \times 2$ -өлшемді матрицалар:

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} 0 & q(x, t) \\ -q^*(-x, t) & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_2 = -2i\sigma_3 = \begin{pmatrix} -2i & 0 \\ 0 & 2i \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2q(x, t) \\ -2q^*(-x, t) & 0 \end{pmatrix},$$

$$B_0 = i \begin{pmatrix} q(x, t)q^*(-x, t) & q_x(x, t) \\ -q_x^*(-x, t) & -q(x, t)q^*(-x, t) \end{pmatrix}.$$

Сызықты (3)-(4) теңдеулерінің  $\Psi$  меншікті функциясына сәйкес  $\lambda$  меншікті мән, ал  $\lambda_i$  коэффициенттері  $B_i$  матрицасы мүшелеріне сәйкес келеді.  $B$  матрицасындағы  $q$  функциясының  $x$  туындылары арқылы көпмүшесінің болуы АКНС жүйесінен айырмашылығы болып табылады.

Келесі бөлімде біз (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің бірреттік Дарбу түрлендіруін құрамыз.

(1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуі үшін бірреттік Дарбу түрлендіруі.

АКНС [31] жүйесі үшін Дарбу түрлендіруін негізге ала отырып, біз (3) - (4) сызықты теңдеулер жүйесінің келесі түрлендіруін қарастырамыз.

$$\Psi^{[1]} = T\Psi = (\lambda I - M)\Psi. \quad (5)$$

Мұндағы  $M$  және  $I$  матрицалары мына түрге ие

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Сондықтан (5) түрлендіруді Лакс көрнісіне қойсақ, онда келесі жүйені аламыз

$$\Psi_x^{[1]} = A^{[1]}\Psi^{[1]}, \quad (6)$$

$$\Psi_t^{[1]} = B^{[1]}\Psi^{[1]} \quad (7)$$

мұндағы  $A^{[1]}$  және  $B^{[1]}$  шамалары  $q^{[1]}(x, t)$ ,  $q^{*[1]}(-x, t)$  әрі  $\lambda$ -ға тәуелді.  $q^{[1]}(x, t)$ ,  $q^{*[1]}(-x, t)$  және  $A^{[1]}$ ,  $B^{[1]}$  арасындағы байланыс  $q(x, t)$ ,  $q^*(-x, t)$  және  $A$ ,  $B$  арасындағы байланыспен бірдей. (6)-(7) теңдеулері орындалуы үшін,  $T$  Дарбу матрицасы келесі теңдеулерді қанағаттандыру қажет

$$T_x + TA = A^{[1]}T, \quad (8)$$

$$T_t + TB = B^{[1]}T \quad (9)$$

$q(x, t)$ ,  $q^*(-x, t)$  және  $q^{[1]}(x, t)$ ,  $q^{*[1]}(-x, t)$  арасындағы қатынас, іс жүзінде (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің Дарбу түрлендіруі болып табылатын осы теңдеулерден келтірілуі мүмкін.  $\lambda^i$  коэффициенттерін салыстыра отырып, (8) және (9) теңдеулерінен аламыз:

$$q^{[1]} = q - 2im_{12}, \quad (10)$$

$$q^{*[1]} = q^* - 2im_{21}. \quad (11)$$

(10), (11) формулалары (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуі үшін бірреттік Дарбу түрлендіруі болады.

Енді

$$M = H\Lambda H^{-1} \quad (12)$$

деп ұйғарайық, мұндағы

$$H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x) & \psi_1(\lambda_2; t, x) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x) & \psi_2(\lambda_2; t, x) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \psi_{1,1} & \psi_{1,2} \\ \psi_{2,1} & \psi_{2,2} \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (13)$$

және  $\det H \neq 0$ , мұндағы  $\lambda_1$  және  $\lambda_2$  комплексті тұрақтылар. Жоғарыда айтып келтірілгендей,  $A_0$  шектеулерін қанағаттандырады:

$$\Psi^+ = \Psi^{-1}, \quad A_0^+ = -A_0, \quad (14)$$

$$\lambda_2 = -\lambda_1^*, \quad H = \begin{pmatrix} \psi_1(\lambda_1; t, x) & -\psi_2^*(\lambda_1; t, x) \\ \psi_2(\lambda_1; t, x) & \psi_1^*(\lambda_1; t, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 & -\psi_2^* \\ \psi_2 & \psi_1^* \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \psi_1^*(\lambda_1; t, x) & \psi_2^*(\lambda_1; t, x) \\ -\psi_2(\lambda_1; t, x) & \psi_1(\lambda_1; t, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1^* & \psi_2^* \\ -\psi_2 & \psi_1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

мұндағы  $\Delta$ :

$$\Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2.$$

Ал  $H$  матрицамыз үшін келесі теңдеулер жүйесі орындалады

$$H_x = -i\sigma_3 H\Lambda + A_0 H,$$

$$H_t = -2i\sigma_3 H\Lambda^2 + B_1 H\Lambda + B_0 H.$$

(12)-(16) формулаларын пайдаланып,  $M$  матрицасын келесі түрде аламыз

$$M = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \lambda_1 |\psi_1|^2 - \lambda_1^* |\psi_2|^2 & (\lambda_1 + \lambda_1^*) \psi_1 \psi_2^* \\ (\lambda_1 + \lambda_1^*) \psi_2 \psi_1^* & \lambda_1 |\psi_2|^2 - \lambda_1^* |\psi_1|^2 \end{pmatrix}.$$

Келесі бөлімде (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің солитондық шешімдері беріледі.

**(1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің солитондық шешімдері.** Бір-солитонды шешім алу үшін "seed" шешімін  $q$ ,  $q^*$  функцияларын  $q = 0$ ,  $q^* = 0$  түрінде аламыз. Ал  $\lambda_1 = \nu_1 + i\rho_1$  болсын. Сонда сәйкес сызықты жүйе келесі түрді қабылдайды

$$\begin{aligned} \Psi_{1x} &= -i\lambda\psi_1, \\ \Psi_{2x} &= i\lambda\psi_2, \\ \Psi_{1t} &= \lambda^2\psi_1, \\ \Psi_{2t} &= -\lambda^2\psi_2. \end{aligned}$$

Бұл жүйе келесі нақты шешімдерді береді

$$\begin{aligned} \psi_1 &= e^{-i\lambda_1 x + \lambda_1^2 t + \frac{x_0 + iy_0}{2}}, \\ \psi_2 &= e^{i\lambda_1 x - \lambda_1^2 t - \frac{x_0 + iy_0}{2} + i\theta}, \end{aligned}$$

мұндағы  $x_0, y_0, \theta$  нақты тұрақтылар. Олай болса, (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің бір-солитондық шешімі мына формуламен беріледі:

$$\begin{aligned} q^{[1]} &= -\frac{4i\nu_1 e^{-2i\nu_1 + 4i\nu_1 \rho_1 t - i\theta}}{e^{2\rho_1 x + 2\nu_1^2 t - 2\rho_1^2 t + x_0} + e^{-2\rho_1 x - 2\nu_1^2 t + 2\rho_1^2 t - x_0}}, \\ q^{*[1]} &= -\frac{4i\nu_1 e^{2i\nu_1 - 4i\nu_1 \rho_1 t + i\theta}}{e^{2\rho_1 x + 2\nu_1^2 t - 2\rho_1^2 t + x_0} + e^{-2\rho_1 x - 2\nu_1^2 t + 2\rho_1^2 t - x_0}}. \end{aligned}$$

Берілген бұл жұмыста біз (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуіне арналған Дарбу түрлендіруін пайдаландық. Алынған Дарбу түрлендіруін пайдалана отырып, бір-солитондық типтес кейбір нақты шешімдері алынды. (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің бірреттік, екіреттік және  $n$ -реттік Дарбу түрлендірулерінің детерминантты қ көрнісі алынған. Жоғарыда көрсетілген нәтижелерді пайдалана отырып, осы теңдеудің басқа да солитон және солитон типтес: периодтық, драмиондық, позитондық, бризерлерлік, қиратушы толқындар, т.б. шешімдерін құруға болады. Қазіргі таңда сызықты емес теңдеулердің толқындық шешімдері бейсызықты физика мен математика салалары арасында өзектілердің бірі екендігін атап өткен жөн. Алынған шешімдер физика саласында қызықты болып табылады. Сонымен қатар, көрсетілген шешімдер эксперименттер мен талшықты-оптика байланыс желілерінде пайдаланылуы мүмкін. Бұдан басқа, алдағы уақытта (1+1)-өлшемді локалды емес бейсызықты Шредингер теңдеуінің кейбір маңызды түрлерін зерттейтін боламыз.

## Әдебиеттер тізімі

- 1 Gu C., Hu H., Zhou Z. Darboux Transformations in Integrable Systems // Math. Phys. Styd., Springer, Dordrecht. -2005. -V.26.
- 2 Matveev V.B., Salle M.A. Darboux Transformations and Solitons. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 1991. -P.120.
- 3 Calogero F., Degasperis A. Spectral Transform and Solitons. North-Holland Publishing Company. -1982. -P.515.
- 4 Myrzakulov R., Mamyrbekova G. K., Nugmanova G. N., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials // Symmetry. -2015. -V.13. -P.1352-1375.
- 5 Jing-Song He, Cheng Yi, Li Yi Shen. The Darboux Transformation for NLS-MB Equations // Communications in Theoretical Physics. -2002. -V.38. -P.493.
- 6 Akhmediev N., Ankiewicz A., Soto-Crespo J. M. Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrodinger equation // Physical Review E. -2009. -V.80. № 2. -P.026601.
- 7 Xin Wang, Yuqi Li, Yong Chen. Generalized Darboux transformation and localized waves in coupled Hirota equations // Wave Motion. -2014. -V.51. -P.1149-1160.
- 8 Chuazhong Lia, Jingsong Hea, Porseizan K. Rogue waves of the Hirota and the Maxwell-Bloch equations // arxiv: 1205.1191v3.

- 9 Shaikhova G., Yesmakhanova K., Mamyrbekova G. and Myrzakulov R. Darboux transformation and solutions of the (2+1)-Dimensional Schrodinger-Maxwell-Bloch Equation // arXiv:1402.4669 [nlin.SI].
- 10 Yesmakhanova K., Shaikhova G., Zhussupbekov K. and Myrzakulov R. The (2+1) dimensional Hirota-Maxwell-Bloch equation: Darboux transformation and soliton solutions // arXiv:1404.5613 [nlin.SI].
- 11 Li-Yuan Ma, Zuo-Nong Zhu. Nonlocal nonlinear Schrodinger equation and its discrete version: Soliton solutions and gauge equivalence// Journal of Mathematical Physics. -2016. -V.57. -P.083507.
- 12 Zhong, Y. Li, Y. Chen, W. Hong, W. Hu, Q. Gu. Chaoticons described by nonlocal nonlinear Schrodinger equation // Sci Rep. -2017. -V.7. -P. 41438.
- 13 Mark J. Ablowitz, Ziad H. Musslimani. Integrable nonlocal nonlinear Schrodinger equations// Physical Review Letters. -2013. -V.110. -P. 064105-1-5.
- 14 Mark J. Ablowitz, Ziad H. Musslimani. Integrable nonlocal nonlinear equations// Studies in Applied Mathematics. -2016. -V.139. -P.7-59.
- 15 Gadzhimuradov T. A, Agalarov A. M. Towards a Gauge-equivalent magnetic structure of the nonlocal nonlinear Schrodinger equation // Physical Review A. -2016. -V.93. -P.062124.

К.Р. Есмаханова<sup>1</sup>, Ж.С. Жубаева<sup>1</sup>, С.К. Тапеева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан,

<sup>2</sup> Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

#### Нелокальные нелинейные уравнения Шредингера и ее точные решения

**Аннотация:** В этой статье мы рассмотрим (1+1)-мерное нелокальное нелинейное уравнение Шредингера. (1+1)-мерное нелокальное нелинейное уравнение Шредингера интегрируется методом обратного рассеяния. Этому уравнению мы использовали преобразование Дарбу. Кроме того, получено детерминантное представление однократного, двукратного и n-кратного преобразования Дарбу (1+1)-мерного нелокального нелинейного уравнения Шредингера. В данной работе мы построим точные решения этого уравнения. Используя эти результаты, можно построить и другие солитонные и солитоноподобные решения (солитоноподобные: динамический и топологический солитон, периодический, доменный стени, кинк, лампы, светлые и темные солитоны, светлые и темные разрушительные волны, светлые и темные позитоны и т.д.) этого уравнения.

**Ключевые слова:** Преобразование Дарбу, (1+1)-мерное нелокальное нелинейное уравнение Шредингера, интегрируемые уравнения, точные решения.

K.R. Yesmakhanova<sup>1</sup>, Zh.S Zhubaeva<sup>1</sup>, S.K. Tapeyeva<sup>2</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan,

<sup>2</sup> Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

#### Exact solutions of the (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation

**Abstract:** In this paper we consider the (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation. The (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation is integrable by the inverse scattering method. We used the Darboux transformation to this equation. In addition, a determinant representation of a one-fold, two-fold, and n-fold Darboux transformation of the (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear Schrodinger equation is obtained. Using these results, we can construct other soliton and soliton-like solutions (soliton-like: dynamic and topological soliton, periodic, domain walls, kink, lamp, bright and dark solitons, bright and dark rogue waves, bright and dark positons, etc.) of this equation.

**Keywords:** Darboux transformation, (1+1)-dimensional nonlocal focusing nonlinear Schrodinger equation, integrable equations, exact solutions.

## References

- 1 Gu C., Hu H., Zhou Z. Darboux Transformations in Integrable Systems, Math. Phys. Stud., Springer, Dordrecht. **26**. (2005).
- 2 Matveev V.B., Salle M.A. Darboux Transformations and Solitons (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991).
- 3 Calogero F., Degasperis A. Spectral Transform and Solitons (North-Holland Publishing Company, 1982).
- 4 Myrzakulov R., Mamyrbekova G. K., Nugmanova G. N., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials, Symmetry. **13**. -P.1352-1375. (2015).
- 5 Jing-Song He, Cheng Yi, Li Yi Shen. The Darboux Transformation for NLS-MB Equations, Communications in Theoretical Physics. **38**. -P. 493.-(2002).
- 6 Akhmediev N., Ankiewicz A., Soto-Crespo J. M. Rogue waves and rational solutions of the nonlinear Schrodinger equation, Physical Review E. **80**(2). -P.026601. (2009).
- 7 Xin Wang, Yuqi Li, Yong Chen. Generalized Darboux transformation and localized waves in coupled Hirota equations, Wave Motion. **51**. -P.1149-1160. (2014).
- 8 Chuanzhong Lia, Jingsong Hea, K. Porseizan. Rogue waves of the Hirota and the Maxwell-Bloch equations, arxiv: 1205.1191v3.
- 9 Shaikhova G., Yesmakhanova K., Mamyrbekova G. and Myrzakulov R. Darboux transformation and solutions of the (2+1)-Dimensional Schrodinger-Maxwell-Bloch Equation, arXiv:1402.4669 [nlin.SI].

- 10 Yesmakhanova K., Shaikhova G., Zhussupbekov K., Myrzakulov R. The (2+1) dimensional Hirota-Maxwell-Bloch equation: Darboux transformation and soliton solutions, arXiv:1404.5613 [nlin.SI].
- 11 Li-Yuan Ma, Zuo-Nong Zhu. Nonlocal nonlinear Schrodinger equation and its discrete version: Soliton solutions and gauge equivalence, Journal of Mathematical Physics. **57**. -P.083507. (2016).
- 12 Zhong L., Li Y., Chen Y., Hong W., Hu W., Gu Q. Chaoticons described by nonlocal nonlinear Schrodinger equation, Sci Rep. **7**. -P.41438. (2017).
- 13 Mark J. Ablowitz, Ziad H. Musslimani. Integrable nonlocal nonlinear Schrodinger equations, Physical Review Letters. **110**. -P.064105-1 -5. (2013).
- 14 Mark J. Ablowitz, Ziad H. Musslimani. Integrable nonlocal nonlinear equations, Studies in Applied Mathematics. **139**. -P.7-59.(2016).
- 15 Gadzhimuradov T. A, Agalarov A. M. Towards a Gauge-equivalent magnetic structure of the nonlocal nonlinear Schrodinger equation, Physical Review A. **93**. -P.062124. (2016).

**Сведения об авторах:**

*Есмаханова К.Р.* - Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Мунайтпасова 13, Астана, Казахстан.

*Жубаева Ж.С.* - Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Мунайтпасова 13, Астана, Казахстан.

*Тареева С.К.* - Казахский национальный университет им. аль-Фараби, пр.аль-Фараби 71, Алматы, Казахстан.

*Yesmakhanova K.R.* - L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Munaitpasov str., Astana, Kazakhstan.

*Zhubaeva Zh.S.* - L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Munaitpasov str., Astana, Kazakhstan. Phone: +7 7078522410. E-mail: zhuldyz.zhubaeva@mail.ru

*Tareeva S.K.* - Al-Farabi Kazakh National University, 71 al-Farabi ave., Almaty, Kazakhstan.

*Редакцияға 23.01.2018 қабылданды*