

ISSN 2616-6836

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

# ХАБАРШЫСЫ

---

---

**BULLETIN**

of the L.N. Gumilyov Eurasian  
National University

**ВЕСТНИК**

Евразийского национального  
университета имени Л.Н. Гумилева

**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ** сериясы

**PHYSICS. ASTRONOMY** Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№3(124)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

*Бас редакторы*  
ф.-м.ғ. докторы  
**А.Қ. Арынгазин** (Қазақстан)

*Бас редактордың орынбасары*

**А.Т. Ақылбеков**, ф.-м.ғ.д., профессор  
(Қазақстан)

*Редакция алқасы*

<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
<b>Гиниятова Ш.Г.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Даулетбекова А.Қ.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Ержанов Қ.К.</b>	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
<b>Жұмаділов Қ.Ш.</b>	PhD (Қазақстан)
<b>Здоровец М.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Қадыржанов Қ.К.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Кутербеков Қ.А.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Лушик А.Ч.</b>	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
<b>Мырзақұлов Р.Қ.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Нұрахметов Т.Н.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Тлеукенов С.К.</b>	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Қазақстан)

*Редакцияның мекенжайы:* 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 408 б.  
Тел.: (7172) 709-500 (ішкі 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Жауапты хатшы, компьютерде беттеген:*  
А. Нұрболат

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.**  
**ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы**

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК  
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен  
тіркелген. 27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (ішкі 31-428)

*Editor-in-Chief*  
Doctor of Phys.-Math. Sciences  
**A.K. Aryngazin** (Kazakhstan)

*Deputy Editor-in-Chief*

**A.T. Akilbekov**, Doctor of Phys.-Math. Sciences,  
Prof. (Kazakhstan)

*Editorial board*

<b>Aldongarov A.A.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Balapanov M.Kh.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Bakhtizin R.Z.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
<b>Dauletbekova A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
<b>Giniyatova Sh.G.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Kadyrzhanov K.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Kainarbay A.Zh.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Kuterbekov K.A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Lushchik A.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
<b>Morzabayev A.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Myrzakulov R.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Nurakhmetov T.N.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Sautbekov S.S.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Tleukenov S.K.</b>	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
<b>Useinov A.B.</b>	PhD (Kazakhstan)
<b>Yerzhanov K.K.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
<b>Zdorovets M.</b>	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
<b>Zhumadilov K.Sh.</b>	PhD (Kazakhstan)

*Editorial address:* 2, Satpayev str., of.408, Astana, Kazakhstan, 010008  
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Responsible secretary, computer layout:*  
A.Nurbolat

**Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.**  
**PHYSICS. ASTRONOMY Series**

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University"

Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)

*Главный редактор*  
доктор ф.-м.н.  
**А.К. Арынгазин** (Казахстан)

*Зам. главного редактора*

**А.Т. Акилбеков**, доктор ф.-м.н.  
профессор (Казахстан)

*Редакционная коллегия*

<b>Алдонгаров А.А.</b>	PhD (Казахстан)
<b>Балапанов М.Х.</b>	ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Бахтизин Р.З.</b>	ф.-м.н., проф. (Россия)
<b>Гиниятова Ш.Г.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Даулетбекова А.К.</b>	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Ержанов К.К.</b>	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
<b>Жумадилов К.Ш.</b>	доктор PhD (Казахстан)
<b>Здоровец М.</b>	к.ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Кадыржанов К.К.</b>	ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Кайнарбай А.Ж.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Кутербеков К.А.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Лущик А.Ч.</b>	ф.-м.н., проф. (Эстония)
<b>Морзабаев А.К.</b>	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
<b>Мырзакулов Р.К.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Нурахметов Т.Н.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Сауытбеков С.С.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Тлеукенов С.К.</b>	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
<b>Усеинов А.Б.</b>	PhD (Казахстан)

*Адрес редакции:* 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408  
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)  
E-mail: vest\_phys@enu.kz

*Ответственный секретарь, компьютерная верстка:*  
А. Нурболат

**Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.**  
**Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 20 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1,  
тел.: (7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№3(124)/2018

МАЗМҰНЫ

---

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Вертикальды цилиндрлік арналардағы әртүрлі құрамдағы метан-бутан-дифтордихлорметан изотермиялық үштік газдық қоспадағы «диффузия-концентрациялық гравитациялық конвекция» режимдерінің ауысу шекарасы	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Ақилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бақтыбаева Д.Б.</i> Модифицирленбеген BiCuSeO және Гейслер құймалары үшін ZT төзімділігінің электрондық үлесі	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Жоғары энергетикалық ауыр иондардың әсерінен туындаған хиллоктардың өлшемін бағалау	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Г.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер аясында альфа-бөлшектердің $^{12}\text{C}$ ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> $f(R)$ гравитациясының максвеллдік мүшесі және $g$ -эссенциясы модельдің экспоненциальды шешемі	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> Екі қабатты M-ХСІХ теңдеуі мен екі компонентті Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуінің калибровті эквиваленттігі туралы	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозондық ішек-скалярлық модель	47

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.  
ASTRONOMY SERIES

№3(124)/2018

CONTENTS

---

<i>Kossov V.N., Fedorenko O.V.</i> The boundary of “diffusion – concentration gravitational convection” regime change in the isothermal ternary gas mixture of methane-butane-difluorodichlor-methane with various compositions in vertical cylindrical channels	8
<i>Abuova A.U., Abuova F.U., Akilbekov A.T., Junisbekova D.A., Baktybayeva D.B.</i> Electronic contribution to the quality factor of ZT for Heusler alloys and unmodified BiCuSeO	14
<i>Aralbayeva G.M.</i> Estimation of the size of hillocks caused by swift heavy ions	21
<i>Burtebayev N., Fomichev A.S., Janseitov D.M., Kerimkulov Z h.K., Zholdybayev T.K., Alimov D.K., Mukhamejanov Y., Nassurlla M., Khojayev R., Aimaganbetov A.S., Amangeldi N., Yergaliuly G.</i> Investigation of elastic scattering of alpha-particles from $^{12}\text{C}$ in optical and folding models	26
<i>Razina O.V., Tsyba P.Yu.</i> Development of technological desalination schememineralized water and material balance for engineering calculation of the installation	33
<i>Sagidullayeva Zh.M.</i> On the gauge equivalence of the two-layer M-XCIX equation and the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation	41
<i>Shanina Z.K., Myrzakulov Y.M.</i> Bosonic string-scalar model	47

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

№2(123)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Граница смены режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция» в изотермической тройной газовой смеси метан-бутан-дифтордихлорметан при различных составах в вертикальных цилиндрических каналах	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Акилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бактыбаева Д.Б.</i> Электронный вклад добротность ZT для сплавов Гейслера и немодифицированного BiCuSeO	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Оценка размера хиллоков, вызываемых тяжелыми ионами высоких энергий	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Ф.</i> Исследование процессов упругого рассеяния альфа-частиц на ядрах $^{12}\text{C}$ в рамках оптического и фолдинг моделей	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> Экспоненциальное решение модели $f(R)$ гравитации с максвелловским членом и $g$ -эссенцией	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> О калибровочной эквивалентности двухслойного уравнения М-ХСІХ и двухкомпонентного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозонная струнно-скалярная модель	47

O.V. Razina<sup>1</sup>, P.Yu. Tsyba<sup>2</sup>

*L.N. Gumilyov Eurasian national university, Astana, Kazakhstan*  
*(E-mail: <sup>1</sup> olvikraz@mail.ru, <sup>2</sup> pyotrtsyba@gmail.com)*

### Exponential solution of the $f(R)$ gravity with Maxwell term and $g$ -essence

**Abstract:** In this paper, we consider the  $f(R)$  model of gravity with a Maxwell term  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  and  $g$ -essence in four dimensions together with a homogeneous, isotropic and flat Friedman-Robertson-Walker universe. As a particular case,  $g$ -essence includes two important models such as  $k$ -essence and  $f$ -essence. For this model, a system of equations of motion is found, an exponential solution is constructed, scalar and fermion potentials are reconstructed, and energy conditions are obtained and investigated. These conditions impose very simple and independent of the model boundary on the behavior of the energy density and pressure, since they do not require a definite equation of state of matter. For the model under consideration, the energy conditions NEC, WEC, DEC are realized, and the SEC condition is violated. We found the parameter of the equation of state  $\omega = -1$  and the deceleration parameter  $q = -1$ , which value corresponds to the accelerated expansion of the universe.

**Keywords:**  $f(R)$  gravity, Einstein–Maxwell gravity,  $g$ -essence, energy conditions, equation of state, deceleration parameter.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2018-124-3-33-40>

**Introduction.** Every year there is more and more evidence that the universe in the modern era is experiencing a phase of accelerated expansion. The accelerated dynamics, that observed in high redshift studies of type Ia supernovae [1], [2], was independently confirmed by observations of the anisotropy power spectrum of the Cosmic Microwave Background (CMB) [3]-[5]. This is explained by the fact that in the universe some form of "dark energy" predominates, occupying up to 70% of the critical energy density, and the remaining 30% consist of clumpy baryonic and non-baryonic dark matter [4]. Today in cosmology one of the central questions is the origin of this exotic matter [6].

There are a number of different models describing the acceleration of the modern universe. However, at present it is not possible to make a choice in favor of a particular model. This is due, among other things, to the inability of direct experimental research of these models under terrestrial conditions. Today, hopes in this area are associated with further refinement of astronomical observations. In such a situation, the presence of a wide range of different models describing the accelerated expansion of the modern universe will make it possible in the future to choose in favor of the most adequate [7]. One of these models is the  $k$ -essence. Originally it was proposed as a model for inflation [8], and then as a model for dark energy [9]-[15]. After these proposals, the  $k$ -essence began to be intensively studied, but investigation of the possible cosmological behavior of the  $k$ -essence in the systematic order deserves attention. Quite recently, the so-called  $g$ -essence model, was proposed [16]-[19], which is a more general model than the  $k$ -essence. In fact, the  $g$ -essence contains, as a particular case, two important models:  $k$ -essence and  $f$ -essence. Note the fact that the  $f$ -essence is a fermion analog of the  $k$ -essence [7]. The fermion field plays a very important role in: i) isotropization of the initially anisotropic space-time; ii) the formation of a free singularity of cosmological solutions; iii) explaining the late acceleration time [7].

The equations, obtained by D. Maxwell on the basis of the experimental results accumulated by the middle of the 19th century, played a great influence on many later fundamental theories, for example, the special theory of relativity [20].

In this paper, we consider the action of  $f(R)$  gravity with the Maxwell term and  $g$ -essence. Additionally we find the equations of motion, construct the solution of the model, and determine whether such a model can describe the accelerated expansion of the universe.

$f(R)$  gravity with Maxwell term and  $g$ -essence



We consider the action of  $f(R)$  gravity with the Maxwell term and  $g$ -essence in four dimensions by

$$S_{fMg} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \{R + f(R) - F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + 2K(X, Y, \phi, \psi, \bar{\psi})\}, \quad (1)$$

where the covariant tensor of the electromagnetic field is determined by the derivative of the 4-vector potential in form

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2)$$

and  $K$  is a function of its arguments,  $\phi$  is a scalar function,  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T$  is a fermion function and  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$  is its conjugate function. Here

$$X = 0.5g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi, \quad Y = 0.5i[\bar{\psi} \Gamma^\mu D_\mu \psi - (D_\mu \bar{\psi}) \Gamma^\mu \psi] \quad (3)$$

are the canonical kinetic terms of the scalar and fermion fields, respectively.  $\nabla_\mu$  and  $D_\mu$  are covariant derivatives. We note that the fermion fields are treated here as classical commuting fields.

The ansatz solution for the Maxwell term is given by the formula  $A_\mu$  depend from  $t$ . Then

$$F_{01} = -F_{10} = \dot{A}_1, \quad F_{02} = -F_{20} = \dot{A}_2, \quad F_{03} = -F_{30} = \dot{A}_3 \quad (4)$$

where the dot means the time derivative (all other components of  $F_{\mu\nu}$  are equivalent to zero).

Consider a homogeneous, isotropic and flat Friedman-Robertson-Walker (FRW) universe filled with  $g$ -essence. In this case the metric has the form

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (5)$$

where  $a(t)$  is a scale factor of the universe. For this metric, the equation (2) takes the form

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = 2[g^{00}g^{11}(F_{01})^2 + g^{00}g^{22}(F_{02})^2 + g^{00}g^{33}(F_{03})^2] = -\frac{2}{a^2}[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]. \quad (6)$$

Then the action (1) in conjunction with (6) will be written in the form

$$S_{fMg} = \frac{1}{8\pi G} \int d^4x \{-3a\dot{a}^2 + \frac{1}{2}a^3 f + a[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2] + a^3 K\}. \quad (7)$$

In the case of the FRW metric (5), the equations of motion corresponding to the action (7) will be written as

$$3H^2 - \rho = 0, \quad (8)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 + p = 0, \quad (9)$$

$$\ddot{A}_1 + H\dot{A}_1 = 0, \quad (10)$$

$$\ddot{A}_2 + H\dot{A}_2 = 0, \quad (11)$$

$$\ddot{A}_3 + H\dot{A}_3 = 0, \quad (12)$$

$$K_X \ddot{\phi} + (\dot{K}_X + 3HK_X)\dot{\phi} - K_\phi = 0, \quad (13)$$

$$K_Y \dot{\psi} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y)\psi - i\gamma^0 K_{\bar{\psi}} = 0, \quad (14)$$

$$K_Y \dot{\bar{\psi}} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y)\bar{\psi} + iK_\psi \gamma^0 = 0, \quad (15)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (16)$$

where  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  is the Hubble parameter, the canonical kinetic terms of the scalar and fermion fields have the following form

$$X = 0.5\dot{\phi}^2, \quad Y = 0.5i(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi) \quad (17)$$

and the energy density and pressure take the form

$$\rho = -3H\dot{R}f_{RR} + 3(\dot{H} + H^2)f_R - 0.5f + 2K_X X + K_Y Y - K + \frac{[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{a^2}, \quad (18)$$

$$p = \dot{R}^2 f_{RRR} + (2H\dot{R} + \ddot{R})f_{RR} - (3H^2 + \dot{H})f_R + 0.5f + K + \frac{[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{3a^2}. \quad (19)$$

We consider the action of the g-essence of (7) with

$$K = \epsilon X + \sigma Y - V_1(\phi) - V_2(u) - \eta\phi u, \quad (20)$$

where  $\eta = \text{const}$ ,  $u = \bar{\psi}\psi$ ,  $\epsilon$  and  $\sigma$  some constants. Here we can note that  $\epsilon = 1$  ( $\epsilon = -1$ ) corresponds to the usual (phantom) case, then we can rewrite the system of equations (25)–(16)

$$3H^2 - \rho = 0, \quad (21)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + p = 0, \quad (22)$$

$$\ddot{A}_1 + H\dot{A}_1 = 0, \quad (23)$$

$$\ddot{A}_2 + H\dot{A}_2 = 0, \quad (24)$$

$$\ddot{A}_3 + H\dot{A}_3 = 0, \quad (25)$$

$$\epsilon\ddot{\phi} + 3\epsilon H\dot{\phi} + \eta u + V_{1\phi} = 0, \quad (26)$$

$$\sigma\dot{\psi} + \frac{3}{2}\sigma H\psi + iV_2'\gamma^0\psi + i\eta\gamma^0\psi\phi = 0, \quad (27)$$

$$\sigma\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2}\sigma H\bar{\psi} - iV_2'\bar{\psi}\gamma^0 - i\eta\phi\bar{\psi}\gamma^0 = 0, \quad (28)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (29)$$

where

$$\rho = -3H\dot{R}f_{RR} + 3(\dot{H} + H^2)f_R - 0.5f + 0.5\epsilon\dot{\phi}^2 + V_1 + V_2 + \eta\phi u + \frac{[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{a^2}, \quad (30)$$

$$p = \dot{R}^2 f_{RRR} + (2H\dot{R} + \ddot{R})f_{RR} - (3H^2 + \dot{H})f_R + 0.5f + 0.5\epsilon\dot{\phi}^2 - V_1 - V_2 + V_2'u + \frac{[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{3a^2}. \quad (31)$$

Excluding  $f$  from the equations (21) and (22) we get

$$\dot{R}^2 f_{RRR} - (H\dot{R} - \ddot{R})f_{RR} + 2\dot{H}f_R + 2\dot{H} + \epsilon\dot{\phi}^2 + \eta\phi u + V_2'u + \frac{4[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{3a^2} = 0. \quad (32)$$

This equation can be rewritten in the form

$$\ddot{F} - H\dot{F} + 2\dot{H}F + 2\dot{H} + \epsilon\dot{\phi}^2 + \eta\phi u + V_2'u + \frac{4[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2]}{3a^2} = 0, \quad (33)$$

where  $F = \frac{df}{dR}$ .

From (23)–(25) we obtain the expression for the potential of the 4-vector

$$\dot{A}_n = \frac{b_n}{a}, \quad (n = 1, 2, 3), \quad (34)$$

where  $b_n = \text{const}$ .

The system (21)–(29) has a solution

$$a = a_0 e^{\lambda t}, \quad (35)$$

$$\phi = \phi_0 e^{\delta t}, \quad (36)$$

$$\psi_l = \frac{c_l}{a^{1.5}} e^{iD(t)}, \quad (l = 1, 2), \quad (37)$$

$$\psi_k = \frac{c_k}{a^{1.5}} e^{-iD(t)}, \quad (k = 3, 4), \quad (38)$$

$$u = \frac{c}{a^3} = \frac{c}{a_0^3 e^{3\lambda t}}, \quad (39)$$

where  $c_j$  obeys the following condition  $c = |c_1|^2 + |c_2|^2 - |c_3|^2 - |c_4|^2$ .

For the metric (5) and the scalar factor (35) we get

$$R = 6(\dot{H} + 2H^2) = 12\lambda^2. \quad (40)$$

From (26) the scalar field potential is

$$V_1 = -\frac{\epsilon\phi_0^2\delta}{2}(\delta + 3\lambda)e^{2\delta t} - \frac{\phi_0\delta\eta c}{a_0^3(\delta - 3\lambda)}e^{(\delta-3\lambda)t} - V_{10}, \quad (41)$$

$$V_1 = -\frac{\epsilon\phi_0^2\delta}{2}(\delta + 3\lambda)\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^2 - \frac{\phi_0\delta\eta c}{a_0^3(\delta - 3\lambda)}\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^{\frac{\delta-3\lambda}{\delta}} - V_{10}. \quad (42)$$

From (27) the potential of the fermion field is

$$V_2 = \frac{3\lambda c\eta\phi_0}{a_0^3(\delta - 3\lambda)}e^{(\delta-3\lambda)t} + \frac{3\lambda c\sigma}{a_0^3} \int \dot{D}e^{-3\lambda t} dt. \quad (43)$$

Then the equation (21) takes the form

$$3H\dot{R}f_{RR} - 3(\dot{H} + H^2)f_R + 0.5f + 3H^2 + \frac{3}{2}\epsilon\phi_0^2\delta\lambda e^{2\delta t} - \frac{3\lambda c\sigma}{a_0^3} \int \dot{D}e^{-3\lambda t} dt - \frac{b^2}{a_0^4}e^{-4\lambda t} + V_{10} = 0, \quad (44)$$

where  $b = b_1^2 + b_2^2 + b_3^2$ .

Let  $f = \beta R^l$ ,  $f_R = \beta l R^{l-1}$ ,  $f_{RR} = \beta l(l-1)R^{l-2}$

Then from (44) we get

$$D = \frac{a_0^3}{3\lambda c\sigma} \left[ \frac{3\epsilon\lambda\phi_0^2\delta^2}{3\lambda + 2\delta}e^{(3\lambda+2\delta)t} - \frac{4b^2}{a_0^4}e^{-\lambda t} \right] + D_0 \quad (45)$$

and the potential of the fermion field has the next form

$$V_2 = \frac{3}{2}\epsilon\lambda\delta\phi_0^2e^{2\delta t} - \frac{b^2}{a_0^4}e^{-4\lambda t} + \frac{3c\lambda\eta\phi_0}{a_0^3(\delta - 3\lambda)}e^{(\delta-3\lambda)t} + V_{20}, \quad (46)$$

where

$$V_{20} = -3 * 12^{l-1}\beta\lambda^{2l}(l-2) + 3\lambda^2 + V_{10}. \quad (47)$$

Density of energy and pressure are

$$\rho = 3\lambda^2, \quad (48)$$

$$p = -3\lambda^2. \quad (49)$$

There are a number of different theoretical models that describe the accelerating expansion of the modern universe. For these models, the phenomenological relations  $p = \omega\rho$  between the pressure  $p$  and the energy density  $\rho$  of each of the fluid components, where  $\omega$  is the parameter of the equation of state, or for brevity, the state parameter [7]. A component with a negative  $\omega$  corresponds to a dark energy. Modern experiments, including WMAP, indicate that at present the dark energy state parameter is close to  $-1$ . In particular, from the existing estimates obtained from the results of observations, it follows that with a probability of  $0.95$ , the value of  $\omega$  lies in the interval  $-1.45 < \omega < -0.74$ . From the theoretical point of view, the region mentioned above covers three essentially different cases [7]. Phantom matter corresponds to a region of space with the parameter  $\omega < -1$ , where the scalar field has a negative kinetic energy [11]. Although the matter of this form is currently consistent with observations, the origin of such a scalar field with unusual kinetic energy is not clear. On the other hand, recently it has been obtained that the phantom field is not necessarily scalar, it can also have vector or tensor degrees of freedom [6].

In the model under consideration, the equation of state parameter is

$$\omega = \frac{p}{\rho} = -1. \quad (50)$$

The obtained state parameter corresponds to modern observational data.

The great importance have the energy conditions [21]

$$NEC \Rightarrow \rho + p \geq 0, \quad (51)$$

$$WEC \Rightarrow \rho \geq 0, \rho + p \geq 0, \quad (52)$$

$$SEC \Rightarrow \rho + 3p \geq 0, \rho + p \geq 0, \quad (53)$$

$$DEC \Rightarrow \rho \geq 0, -\rho \leq p \leq \rho. \quad (54)$$

Here *NEC*, *WEC*, *SEC* and *DEC*, respectively, are null, weak, strong and dominant energy conditions. These conditions impose very simple and model-independent limitations on the behavior of the energy density and pressure, since they do not require a definite equation of state of matter. Thus, with the help of energy conditions it is possible to explain the evolution of the universe using general principles [21].

Since we are considering the model of a flat universe with the FRW metric, we can convert the conditions (51)–(54) into constraints on the deceleration parameter  $q$

$$NEC \Rightarrow q \geq -1, \quad (55)$$

$$SEC \Rightarrow q \geq 0, \quad (56)$$

$$DEC \Rightarrow q \leq 2. \quad (57)$$

The condition WEC is always satisfied for arbitrary real  $a(t)$ .

For  $q > 0$ , the universe expands slowly. For  $q < 0$  the universe expands at an accelerated rate. The condition NEC (55) has a fairly transparent meaning. Accelerated expansion of the universe is possible only in the presence of components with a large negative pressure  $p < -\frac{1}{3}\rho$ . The SEC energy condition excludes the existence of such components. Hence in this case  $q \geq 0$ . But the conditions of NEC and DEC are compatible with the condition  $p < -\frac{1}{3}\rho$ , so they admit regimes in which  $q < 0$  [21].

We are considering the model, where the deceleration parameter is

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -1. \quad (58)$$

For the energy density (48), the pressure (49) and the deceleration parameter (58), the energy conditions NEC, WEC, DEC are fulfilled and the SEC condition is not fulfilled. In equation (58)  $q < 0$  therefore, our model describes the accelerated expansion of the universe.

## Conclusion

Thus, we considered a model of  $f(R)$  gravity with a Maxwell term and  $g$  essence in four dimensions together with a homogeneous, isotropic and flat Friedman-Robertson-Walker Universe. For this model, we found the equations of motion, the exponential solution, reconstructed the scalar and fermion potentials, and studied the energy conditions. For this model, the energy conditions NEC, WEC, DEC are fulfilled and the SEC condition is not fulfilled. The parameter of the equation of state  $\omega = -1$  and the deceleration parameter  $q = -1$  are found which the value corresponds to the accelerated expansion of the universe.

## References

- 1 Riess A.G., et al. Supernova Search Team Collaboration // The Astronomical Journal. – 1998. – V.116, №3. – P.1009-1038. doi: 10.1086/300499.
- 2 Perlmutter S., et al. Supernova Cosmology Project Collaboration // The Astrophysical Journal. – 1999. – V. 517, №2. – P. 565-586. doi: 10.1086/307221.
- 3 Bennett C.L., et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results // The Astrophysical Journal. Supplement series. – 2003. – V.148, №1. – P.1-27. doi: 10.1086/377253.
- 4 Spergel D.N., et al. First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters // The Astrophysical Journal. Supplement series. – 2003. – V.148, №1. – P. 175-194. doi: 10.1086/377226.
- 5 Netterfield C.B., et al., A measurement by BOOMERANG of multiple peaks in the angular power spectrum of the cosmic microwave background // The Astrophysical Journal. – 2002. – V. 571. – P. 604-614. doi: 10.1086/340118.

- 6 Elizalde E., Lidsey J., Nojiri Sh., Odintsov S. Born-Infeld quantum condensate as dark energy in the universe // *Physics Letters B.* – 2003. – V. 574. – P. 1-7. doi: 10.1016/j.physletb.2003.08.074.
- 7 Razina O.V. The Exact solutions of equations of motion for some models of string and gravity theories with scalar and fermion fields // dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD). – Astana, 2012. – C. 8.
- 8 Armendariz-Picon C., Damour T., Mukhanov V.F. k-inflation // *Physical Letters B.* – 1999. – Vol. 458, №7. – P. 209-218. doi: 10.1016/S0370-2693(99)00603-6.
- 9 Armendariz-Picon C., Mukhanov V.F., Steinhardt P.J. Essentials of k-essence // *Physical Review D.* – 2010. – Vol. 63, №10. – P. 3510. doi: 10.1103/PhysRevD.63.103510.
- 10 Armendariz-Picon C., Mukhanov V.F., Steinhardt P.J. A dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic acceleration // *Physical Review Letters.* – 2000. – Vol. 85, №21. – P.4438-4441. doi: 10.1103/PhysRevLett.85.4438.
- 11 Chiba T., Okabe T., Yamaguchi M. Kinetically driven quintessence // *Physical Review D.* – 2000. – Vol. 62, №2. – P. 3511. doi: 10.1103/PhysRevD.62.023511.
- 12 Nojiri S. Odintsov S. D. Introduction to Modified Gravity and Gravitational Alternative for Dark Energy // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics.* – 2007. – Vol. 04, № 01. – pp. 115-145. doi: 10.1142/S0219887807001928.
- 13 Capozziello S., A Bird's Eye View of  $f(R)$ -Gravity // Laurentis M. De and Faraoni V. The Open Astronomy Journal. – 2010. – Vol. 3. – pp. 49-72. doi: 10.2174/1874381101003010049.
- 14 Bamba K., Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S. Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests // *Astrophysics and Space Science.* – 2012. – Vol. 342. – P. 155-228. doi:10.1007/s10509-012-1181-8.
- 15 De Putter R., Linder E.V. Kinetic k-essence and Quintessence // *Astroparticle Physics.* – 2007. – Vol. 28, №2. – P. 263-272. doi: 10.1016/j.astropartphys.2007.05.011.
- 16 Jamil M., Rashid M. A., Momeni D., Razina O., Esmakhanova K. Fractional Action Cosmology with Power Law Weight Function // *Journal of Physics: Conference Series.* – 2012. – Vol.354, №012008.
- 17 Kulnazarov I., Yerzhanov K., Razina O., Myrzakul Sh., Tsyba P., Myrzakulov R. G-essence with Yukawa Interactions // *The European Physical Journal C.* – 2011. – Vol.71, №7. – P. 1698. doi: 10.1140/epjc/s10052-011-1698-y.
- 18 Myrzakulov Y., Serikbayev N., Myrzakul S., Razina O., Nugmanova G., Myrzakulov R. G-essence cosmologies with scalar-fermion interactions // *European Physical Journal Plus.* – 2011. – Vol.126, №9. – pp. 85. doi:10.1140/epjp/i2011-11085-9.
- 19 Razina O., Kulnazarov I., Yerzhanov K., Tsyba P. Yu., Myrzakulov R. Einstein-Cartan gravity and G-essence // *Central European Journal of Physics.* – 2012. – Vol. 10, №1. – P. 47-50. doi: 10.2478/s11534-011-0102-8.
- 20 Moon T., Myung Yu.S., Son E.J.  $f(R)$  black holes // *General Relativity and Gravitation.* – 2011. – Vol.43. – P.3079. doi.org/10.1007/s10714-011-1225-3.
- 21 Bolotin Yu. L., Erohin D.A., Lemec O.A. Expanding Universe: deceleration or acceleration? // *Advances in Physical Sciences.* – 2012. – T.182, №9. – C. 941-986.

О.В. Разина, П.Ю. Цыба

*Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан*

$f(R)$  гравитациясының максвеллдік мүшесі және  $g$ -эссенциясы модельдің экспоненциальды шешемі

**Аннотация:** Берілген мақалада  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  максвелл мүшелі және  $g$ -эссенциялы  $f(R)$  гравитациялары төрт өлшемді біртекті, изотропты және жазық Фридман-Робертсон-Уокер Ғаламымен бірлесе қарастырылады.  $g$ -эссенция дербес жағдайда екі маңызды  $k$ -эссенция мен  $f$ -эссенция моделдерін құрайды. Осы модель үшін қозғалыс теңдеуі жүйелері анықталған, экспоненциальды шешімдері түзілген, скалярлы және фермионды потенциалдары қайта құрылды, энергетикалық шарттары үйренілді. Бұл шарттар энергия тығыздығы мен қысымның әрекетіне шек қоятын моделдерге тәуелді емес және өте қарапайым жағдайларды береді, себебі олар анық бір күй теңдеуін қажет етпейді. Қарастырылып отырған модель үшін NEC, WEC, DEC энергетикалық шарттары орындалып, SEC шарты орындалмайды. Сондай-ақ мәндері үдемелі ұлғаюшы ғаламға сәйкес келуші  $\omega = -1$  күй теңдеуінің параметрі мен  $q = -1$  тежелу параметрлері анықталған.

**Түйін сөздер:**  $f(R)$  гравитациясы, Эйнштейн-Максвелл гравитациясы,  $g$ -эссенция, энергетикалық шарттар, күй теңдеуінің параметрі, тежелу параметрі.

О.В. Разина, П.Ю. Цыба

*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан*

Экспоненциальное решение модели  $f(R)$  гравитации с максвелловским членом и  $g$ -эссенцией

**Аннотация:** В данной статье рассматривается модель  $f(R)$  гравитации с максвелловским членом  $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$  и  $g$ -эссенцией в четырех измерениях совместно с однородной, изотропной и плоской Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера.  $g$ -эссенция содержит, как частный случай, две важные модели:  $k$ -эссенцию и  $f$ -эссенцию. Для этой модели найдена система уравнений движения, построено экспоненциальное решение, восстановлены скалярный и фермионный потенциалы, получены и изучены энергетические условия. Эти условия накладывают очень простые и независимые от модели ограничения на поведение плотности энергии и давления, так как не требуют определенного уравнения состояния

вещества. Для рассматриваемой модели выполняются энергетические условия NEC, WEC, DEC и не выполняется условие SEC. Найдены параметр уравнения состояния  $\omega = -1$  и параметр замедления  $q = -1$ , значение которых соответствует ускоренному расширению Вселенной.

**Ключевые слова:**  $f(R)$  гравитация, гравитация Эйнштейна-Максвелла,  $g$ -эссенция, энергетические условия, уравнение состояния, параметр замедления.

## References

- 1 Riess A.G., et al. Supernova Search Team Collaboration, The Astronomical Journal. 116(3),1009-1038 (1998). doi: 10.1086/300499.
- 2 Perlmutter S., et al. Supernova Cosmology Project Collaboration, The Astrophysical Journal. 517(2),565-586(1999). doi: 10.1086/307221.
- 3 Bennett C.L. , et al. First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results, The Astrophysical Journal. Supplement series. 148(1)1-27(2003). doi: 10.1086/377253.
- 4 Spergel D.N., et al. First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters. The Astrophysical Journal. Supplement series. 148(1)175-194(2003). doi: 10.1086/377226.
- 5 Netterfield C.B., et al., A measurement by BOOMERANG of multiple peaks in the angular power spectrum of the cosmic microwave background. The Astrophysical Journal. 571, 604-614(2002). doi: 10.1086/340118.
- 6 Elizalde E., Lidsey J., Nojiri Sh., Odintsov S. Born-Infeld quantum condensate as dark energy in the universe. Physics Letters B. 574, 1-7 (2003). doi: 10.1016/j.physletb.2003.08.074.
- 7 Razina O.V. Tochnyye resheniya uravneniy dvizheniya nekotorykh modeley teorii strun i gravitatsii so skalyarnymi i fermionnymi polyami [The Exact solutions of equations of motion for some models of string and gravity theories with scalar and fermion fields], Dissertatsiya na soiskaniye uchenoy stepeni doktora filosofii PhD [dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD)]. (Astana, 2012, P.8).[in Kazakhstan]
- 8 Armendariz-Picon C., Damour T., Mukhanov V.F. k-inflation, Physical Letters B. 458(7)209-218(1999). doi: 10.1016/S0370-2693(99)00603-6.
- 9 Armendariz-Picon C., Mukhanov V.F., Steinhardt P.J. Essentials of k-essence, Physical. Review D. 63(10)3510(2010). doi: 10.1103/PhysRevD.63.103510.
- 10 Armendariz-Picon C., Mukhanov V.F., Steinhardt P.J. A dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic acceleration. Physical Review Letters. 85(21)4438-4441(2000). doi: 10.1103/PhysRevLett.85.4438.
- 11 Chiba T., Okabe T., Yamaguchi M. Kinetically driven quintessence, Physical. Review D. 62(2)3511(2000). doi: 10.1103/PhysRevD.62.023511.
- 12 Nojiri S. Odintsov S. D. Introduction to Modified Gravity and Gravitational Alternative for Dark Energy, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. 04(01)115-145(2007). doi: 10.1142/S0219887807001928.
- 13 Capozziello S., A Bird's Eye View of  $f(R)$ -Gravity, Laurentis M. De and Faraoni V. The Open Astronomy Journal. 3,49-72(2010). doi: 10.2174/1874381101003010049.
- 14 Bamba K., Capozziello S., Nojiri S., Odintsov S. Dark energy cosmology: the equivalent description via different theoretical models and cosmography tests, Astrophysics and Space Science. 342, 155-228(2012). doi:10.1007/s10509-012-1181-8.
- 15 De Putter R., Linder E.V. Kinetic k-essence and Quintessence, Astroparticle. Physics. 28(2)263-272(2007). doi: 10.1016/j.astropartphys.2007.05.011.
- 16 Jamil M., Rashid M. A., Momeni D., Razina O., Esmakhanova K. Fractional Action Cosmology with Power Law Weight Function, Journal of Physics: Conference Series. 354,012008(2012).
- 17 Kulnazarov I., Yerzhanov K., Razina O., Myrzakul Sh., Tsyba P., Myrzakulov R. G-essence with Yukawa Interactions, The European Physical Journal C. 71(7)1698(2011). doi: 10.1140/epjc/s10052-011-1698-y.
- 18 Myrzakulov Y., Serikbayev N., Myrzakul S., Razina O., Nugmanova G., Myrzakulov R. G-essence cosmologies with scalar-fermion interactions, European Physical Journal Plus. 126(9)85(2011). doi:10.1140/epjp/i2011-11085-9.
- 19 Razina O., Kulnazarov I., Yerzhanov K., Tsyba P. Yu., Myrzakulov R. Einstein-Cartan gravity and G-essence, Central European Journal of Physics. 10(1)47-50(2012). doi: 10.2478/s11534-011-0102-8.
- 20 Moon T., Myung Yu.S., Son E.J.  $f(R)$  black holes, General Relativity and Gravitation. 43,3079( 2011). doi.org/10.1007/s10714-011-1225-3.
- 21 Bolotin Yu. L., Erohin D.A., Lemec O.A. Rasshiryayushchayasya Vselennaya: zamedleniye ili uskoreniye? [Expanding Universe: deceleration or acceleration?] Uspekhi Fizicheskikh Nauk [Advances in Physical Sciences] 182(9)941-986 (2012). [in Russian]

### Сведения об авторах:

*Разина Ольга Викторовна* – PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының доценті, Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана,Қазақстан.

*Цыба Петр Юрьевич* – PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасының доценті, Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана,Қазақстан.

*Razina Olga Viktorovna* – PhD, Associate Professor of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.

*Tsyba Pyotr Yurevich* – PhD, Associate Professor of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 23.06.2018*

**Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»**

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

**1. Цель журнала.** Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

**2.** В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

**Язык публикаций:** казахский, русский, английский.

**3. Отправление статей в редакцию** означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

**4.** Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

**5. Схема построения статьи**

**ГРНТИ** <http://grnti.ru/>

**Инициалы и фамилия автора(ов)**

**Полное наименование организации, город, страна** (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

**E-mail** автора(ов)

**Название статьи**

**Аннотация** (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

**Ключевые слова** (6-8 слов/словосочетаний. Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

**Основной текст статьи** должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

**6.** Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключать упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

#### Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://sem.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

**7.** После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

**8. Работа с электронной корректурой.** Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней



необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

**Периодичность журнала:** 4 раза в год.

**9. Оплата.** Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге):

## Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева<sup>1</sup>, Н. Темиргалиев<sup>2</sup>, А.Б. Утесов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

<sup>2</sup> *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: <sup>1</sup> *axaulezh@mail.ru*, <sup>2</sup> *ntmath10@mail.ru*, <sup>3</sup> *adilzhan\_71@mail.ru*)

**Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника**

### Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

### Заголовок секции

#### 1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

**Теорема 1.** ...

**Лемма 1.** ...

**Предложение 1.** ...

**Определение 1.** ...

**Следствие 1.** ...

**Замечание 1.** ...

**Теорема 2** (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Текст доказательства.

### 2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left( \varepsilon_N; \left( l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (25)$$

где  $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left( l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$\left| \gamma_N^{(\tau)} \right| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

### 3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (25)

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14



Рисунок 1 – Название рисунка

Для руководства по  $\LaTeX$  и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете  $\LaTeX$ . Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.

### Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикинова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

**А.Ж. Жұбанышева<sup>1</sup>, Н. Теміргалиев<sup>1</sup>, А.Б. Утесов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

<sup>2</sup> Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

#### Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде функцияларды сандық дифференциалдау

**Аннотация:** Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

**Түйін сөздер:** жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

**A.Zh.Zhubanysheva<sup>1</sup>, N. Temirgaliyev<sup>1</sup>, A.B. Utesov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup> K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

#### Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

**Abstract:** The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

**Keywords:** approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

### References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenngo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]

- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], **4** (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primeneniya k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nicol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skij]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vlozhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

**Сведения об авторах:**

*Жубаньшьева А.Ж.* - Старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Темиргалиев Н.* - Директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

*Утесов А.Б.* - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актобинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актобе, Казахстан.

*Zhubanysheva A.Zh.* - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Temirgaliyev N.* - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

*Utesov A.B.* - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

*Поступила в редакцию 15.05.2017*

Редакторы: А.Қ. Арынгазин  
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.  
-2018 - 3(124) - Астана: ЕҰУ. 61-б.  
Шартты б.т. - 27,25. Таралымы - 20 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Астана қ.,  
Сәтпаев көшесі, 2.  
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті  
Тел.: (8-717-2) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды