

ISSN 2616-6836

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of the L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№3(124)/2018

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Астана, 2018

Astana, 2018

Бас редакторы
ф.-м.ғ. докторы
А.Қ. Арынгазин (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

А.Т. Ақылбеков, ф.-м.ғ.д., профессор
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Алдонгаров А.А.	PhD (Қазақстан)
Балапанов М.Х.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Бахтизин Р.З.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Гиниятова Ш.Г.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Даулетбекова А.Қ.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Ержанов Қ.К.	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
Жұмаділов Қ.Ш.	PhD (Қазақстан)
Здоровец М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Қадыржанов Қ.К.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Кайнарбай А.Ж.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Кутербеков Қ.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Лушик А.Ч.	доктор ф.-м.ғ.д., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Мырзақұлов Р.Қ.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Нұрахметов Т.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Сауытбеков С.С.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Тлеукенов С.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Қазақстан)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Сатпаев к-сі, 2, 408 б.
Тел.: (7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген:
А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: ҚР БжҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігімен
тіркелген. 27.03.2018ж. №16999-ж тіркеу куәлігі.

Тиражы: 20 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Астана қ., Қажымұқан к-сі, 12/1,
тел.: (7172)709-500 (ішкі 31-428)

Editor-in-Chief
Doctor of Phys.-Math. Sciences
A.K. Aryngazin (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

A.T. Akilbekov, Doctor of Phys.-Math. Sciences,
Prof. (Kazakhstan)

Editorial board

Aldongarov A.A.	PhD (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Giniyatova Sh.G.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kadyrzhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD(Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD (Kazakhstan)

Editorial address: 2, Satpayev str., of.408, Astana, Kazakhstan, 010008
Tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Responsible secretary, computer layout:
A.Nurbolat

Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University.
PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University"

Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 20 copies

Address of printing house: 12/1 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan 010008;

tel.: (7172) 709-500 (ext. 31-428)

Главный редактор
доктор ф.-м.н.
А.К. Арынгазин (Казахстан)

Зам. главного редактора

А.Т. Акилбеков, доктор ф.-м.н.
профессор (Казахстан)

Редакционная коллегия

Алдонгаров А.А.	PhD (Казахстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.н., проф. (Россия)
Гиниятова Ш.Г.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Даулетбекова А.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Ержанов К.К.	кандидат ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	доктор PhD (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Кадыржанов К.К.	ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Кутербеков К.А.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.н., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	кандидат ф.-м.н. (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Сауытбеков С.С.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Тлеукенов С.К.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Казахстан)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Сатпаева, 2, каб. 408
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка:
А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК

Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 20 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Астана, ул. Кажимукана, 12/1,
тел.: (7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№3(124)/2018

МАЗМҰНЫ

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Вертикальды цилиндрлік арналардағы әртүрлі құрамдағы метан-бутан-дифтордихлорметан изотермиялық үштік газдық қоспадағы «диффузия-концентрациялық гравитациялық конвекция» режимдерінің ауысу шекарасы	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Ақилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бақтыбаева Д.Б.</i> Модифицирленбеген BiCuSeO және Гейслер құймалары үшін ZT төзімділігінің электрондық үлесі	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Жоғары энергетикалық ауыр иондардың әсерінен туындаған хиллоктардың өлшемін бағалау	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Г.</i> Оптикалық және фолдинг модельдер аясында альфа-бөлшектердің ^{12}C ядроларында серпімді шашырау процесстерін зерттеу	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> $f(R)$ гравитациясының максвеллдік мүшесі және g -эссенциясы модельдің экспоненциальды шешемі	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> Екі қабатты M-ХСІХ теңдеуі мен екі компонентті Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуінің калибровті эквиваленттігі туралы	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозондық ішек-скалярлық модель	47

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.
ASTRONOMY SERIES

№3(124)/2018

CONTENTS

<i>Kossov V.N., Fedorenko O.V.</i> The boundary of “diffusion – concentration gravitational convection” regime change in the isothermal ternary gas mixture of methane-butane-difluorodichlor-methane with various compositions in vertical cylindrical channels	8
<i>Abuova A.U., Abuova F.U., Akilbekov A.T., Junisbekova D.A., Baktybayeva D.B.</i> Electronic contribution to the quality factor of ZT for Heusler alloys and unmodified BiCuSeO	14
<i>Aralbayeva G.M.</i> Estimation of the size of hillocks caused by swift heavy ions	21
<i>Burtebayev N., Fomichev A.S., Janseitov D.M., Kerimkulov Z h.K., Zholdybayev T.K., Alimov D.K., Mukhamejanov Y., Nassurlla M., Khojayev R., Aimaganbetov A.S., Amangeldi N., Yergaliuly G.</i> Investigation of elastic scattering of alpha-particles from ^{12}C in optical and folding models	26
<i>Razina O.V., Tsyba P.Yu.</i> Development of technological desalination schememineralized water and material balance for engineering calculation of the installation	33
<i>Sagidullayeva Zh.M.</i> On the gauge equivalence of the two-layer M-XCIX equation and the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation	41
<i>Shanina Z.K., Myrzakulov Y.M.</i> Bosonic string-scalar model	47

ВЕСТНИК ЕВРАЗИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
ИМЕНИ Л.Н.ГУМИЛЕВА. Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

№2(123)/2018

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Косов В.Н., Федоренко О.В.</i> Граница смены режимов «диффузия – концентрационная гравитационная конвекция» в изотермической тройной газовой смеси метан-бутан-дифтордихлорметан при различных составах в вертикальных цилиндрических каналах	8
<i>Абуова А.У., Абуова Ф.У., Акилбеков А.Т., Джунисбекова Д.А., Бактыбаева Д.Б.</i> Электронный вклад добротность ZT для сплавов Гейслера и немодифицированного BiCuSeO	14
<i>Аралбаева Г.М.</i> Оценка размера хиллоков, вызываемых тяжелыми ионами высоких энергий	21
<i>Буртебаев Н., Фомичёв А.С., Джансейтов Д.М., Керимкулов Ж.К., Жолдыбаев Т.К., Алимов Д.К., Мухамеджанов Е., Насурлла М., Ходжаев Р., Аймаганбетов А.С., Амангелди Н., Ергалиұлы Ф.</i> Исследование процессов упругого рассеяния альфа-частиц на ядрах ^{12}C в рамках оптического и фолдинг моделей	26
<i>Разина О.В., Цыба П.Ю.</i> Экспоненциальное решение модели $f(R)$ гравитации с максвелловским членом и g -эссенцией	33
<i>Сагидуллаева Ж.М.</i> О калибровочной эквивалентности двухслойного уравнения М-ХСІХ и двухкомпонентного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха	41
<i>Шанина З.К., Мырзакулов Е.М.</i> Бозонная струнно-скалярная модель	47

Ж.М. Сагидуллаева*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
(E-mail: sagidullayeva.zh@gmail.com)***О калибровочной эквивалентности двухслойного уравнения М-ХСІХ и двухкомпонентного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха**

Аннотация: С открытием в конце 1960-х годов метода обратной задачи рассеяния, возникшего в результате исследований по физике плазмы, увеличился интерес к интегрируемым системам. М. Д. Краскал и Н. Забужский, исследуя уравнение Кортевега-де Фриза, путём численного моделирования обнаружили, что его точные решения – солитоны сталкиваются упруго, что не характерно для линейных волн. Это послужило новым толчком к развитию различных методов решения нелинейных эволюционных уравнений, а также солитонов и связанных с ними решений. В работе доказана калибровочная эквивалентность 2-х компонентного уравнения Шредингера-Максвелла-Блоха, Γ -спиновой системы и интегрируемой двухслойной спиновой системы, так называемого двухслойного уравнения Мырзакулова-ХСІХ. Рассматриваемые системы уравнений являются интегрируемыми и допускают представления Лакса. Установлены полные формы для Γ -спиновой системы с самосогласованным потенциалом и двухслойной спиновой системы с потенциалами. Уравнение Мырзакулова-ХСІХ – солитонное уравнение, описывающее нелинейные процессы намагниченности в многослойных ферромагнетиках.

Ключевые слова: уравнение ШМБ, двухслойная спиновая система, эквивалентность, калибровочное преобразование, условие совместности, представление Лакса.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2018-124-3-41-46>

Введение. Солитоны представляют собой структурно устойчивые уединенные волны, распространяющиеся в нелинейной среде [2,3]. Их особенностью является то, что солитоны ведут себя подобно частицам при взаимодействии друг с другом или с некоторыми другими возмущениями, т.е. они не разрушаются, а продолжают движение, сохраняя свою структуру неизменной. Данное свойство открывает широкие возможности для использования солитонов, в том числе для передачи данных на большие расстояния без помех. Заметим, что солитоны проявляют себя в совершенно различных областях: в гидродинамике, оптике, магнетизме и ДНК человека [4]. Рассмотрим солитоны в магнетиках. Нарушения магнитной упорядоченности в ферро-, антиферро- и ферримагнетиках называют спиновыми волнами. Спины атомов в этих веществах и связанные с ними магнитные моменты в основном состоянии упорядочены. Отклонение магнитного момента от преимущественного направления не локализуется на атоме, а в виде волны распространяется в среде. Таким образом, спиновая волна – это элементарное возбуждение магнитной системы в магнитоупорядоченной среде [5]. Динамика распространения волновых пакетов в магнетиках описывается спиновыми системами. В данной работе получена интегрируемая двухслойная спиновая система, калибровочно эквивалентная $(1+1)$ -мерному двухкомпонентному уравнению Шредингера-Максвелла-Блоха (ШМБ) [6,7]. Под двухслойной спиновой системой подразумевается совокупность двух рядов атомов в ферромагнетике. С помощью калибровочного преобразования получим Γ -спин систему и двухслойную спиновую систему - так называемое двухслойное уравнение Мырзакулова-ХСІХ (М-ХСІХ) [7,10].

 $(1+1)$ -мерное двухкомпонентное уравнение Шредингера-Максвелла-Блоха.

Хорошо известное $(1+1)$ -мерное двухкомпонентное уравнение Шредингера-Максвелла-Блоха, описывающее динамику квантовой системы двух состояний, взаимодействующей с электромагнитным режимом оптического резонатора, является интегрируемыми и допускает представление Лакса и другие необходимые свойства для полной интегрируемости.

Представление Лакса [11] для данной системы уравнений запишется как

$$\begin{aligned}\Psi_x &= U\Psi, \\ \Psi_t &= (2\epsilon_1\lambda U + V)\Psi,\end{aligned}$$

где

$$U = -i\lambda\Sigma + U_0 = \begin{pmatrix} -i\lambda & q_1 & q_2 \\ -r_1 & i\lambda & 0 \\ -r_2 & 0 & i\lambda \end{pmatrix},$$

$$V = V_0 + \frac{i}{\lambda + \omega}V_{-1},$$

$$U_0 = \begin{pmatrix} 0 & q_1 & q_2 \\ -r_1 & 0 & 0 \\ -r_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_0 = \begin{pmatrix} i(q_1r_1 + q_2r_2) & iq_{1x} & iq_{2x} \\ ir_{1x} & -iq_1r_1 & -ir_1q_2 \\ ir_{2x} & -iq_1r_2 & -iq_2r_2 \end{pmatrix}, \quad V_{-1} = \begin{pmatrix} \eta_1 & -p_1 & -p_2 \\ -k_1 & \eta_2 & \eta_3 \\ -k_2 & \eta_4 & \eta_5 \end{pmatrix}.$$

Здесь $\Psi = (\Psi_1(x, t), \Psi_2(x, t), \Psi_3(x, t))^T$ (Т транспонированная матрица), λ спектральный параметр и $\Sigma = \text{diag}(1, -1, -1)$. Связность матричных операторов U и V имеет условие нулевой кривизны

$$U_t - V_x + [U, V] - 2\epsilon_1\lambda U_x = 0. \quad (1)$$

Здесь коммутатор $[U, V] = UV - VU$. Рассмотрим следующие редукции $r_1 = \delta q_1^*$, $r_2 = \delta q_2^*$, $k_1 = \delta p_1^*$, $k_2 = \delta p_2^*$, где "*" означает комплексное сопряжение, $\delta = \pm 1$ и $\epsilon_1 = 1$. Условие нулевой кривизны (1) дает уравнение ШМБ вида

$$iq_{1t} + q_{1xx} + 2(|q_1|^2 + |q_2|^2)q_1 - 2ip_1 = 0, \quad (2)$$

$$iq_{2t} + q_{2xx} + 2(|q_1|^2 + |q_2|^2)q_2 - 2ip_2 = 0, \quad (3)$$

$$p_{1x} - 2i\omega p_1 + (\eta_2 - \eta_1)q_1 + \eta_4q_2 = 0, \quad (4)$$

$$p_{2x} - 2i\omega p_2 + (\eta_5 - \eta_1)q_2 + \eta_3q_1 = 0, \quad (5)$$

$$\eta_{1x} + p_1^*q_1 + p_2^*q_2 + p_1q_1^* + q_2^*p_2 = 0, \quad (6)$$

$$\eta_{2x} - (q_1^*p_1 + p_1^*q_1) = 0, \quad (7)$$

$$\eta_{3x} - (q_1^*p_2 + p_1^*q_2) = 0, \quad (8)$$

$$\eta_{4x} - (q_2^*p_1 + p_2^*q_1) = 0, \quad (9)$$

$$\eta_{5x} - (q_2^*p_2 + p_2^*q_2) = 0, \quad (10)$$

где q_j , p_j комплексные и η_j действительные функции, ω – действительная постоянная.

Калибровочная эквивалентность 2-х компонентного уравнения ШМБ, Г-спин системы и двухслойного уравнения М-ХСІХ.

Понятие калибровочной эквивалентности было введено в работе [12] и дальнейшее развитие получило в работах [13,15]. Калибровочно-эквивалентными называются две системы нелинейных уравнений, интегрируемые с помощью метода обратной задачи рассеяния, если соответствующие плоские связности U, U', V, V' определены в одном расслоении и получаются друг из друга калибровочным преобразованием, не зависящим от λ , т.е. если $U = \varphi U' \varphi^{-1} + \varphi_x \varphi^{-1}$, $V = \varphi V' \varphi^{-1} + \varphi_t \varphi^{-1}$, где $\varphi(x, t) \in GL(n, \mathbb{C})$. Тогда в соответствующих системах линейных дифференциальных уравнений $\Psi = \varphi \Phi$ [14], для получения новой интегрируемой модели используем следующее калибровочное преобразование

$$\Phi = \varphi^{-1}\Psi, \quad \varphi = \Psi|_{\lambda=\lambda_0}.$$

Тогда Φ является решением системы линейных дифференциальных уравнений

$$\Phi_x = U'\Phi, \quad (11)$$

$$\Phi_t = V'\Phi, \quad (12)$$

где

$$U' = -i\xi\Gamma, \quad V' = -2i(\xi^2 + 2\lambda_0\xi)\Gamma + \frac{1}{2}\xi[\Gamma, \Gamma_x] + \frac{i}{\xi + \lambda_0 + \omega}W - \frac{i}{\lambda_0 + \omega}W. \quad (13)$$

Здесь

$$\Gamma = \varphi^{-1}\Sigma\varphi, \quad \Gamma^2 = I, \quad W = \varphi^{-1}V_{-1}\varphi, \quad \xi = \lambda - \lambda_0. \quad (14)$$

Применив перекрестное дифференцирование $\Phi_{xt} = \Phi_{tx}$ к системе уравнений (11)-(12), получим условие нулевой кривизны для искомой системы

$$U'_t - V'_x + [U', V'] = 0. \quad (15)$$

Подставив значения (13) в (15) получим систему уравнений

$$i\Gamma_t + \frac{1}{2}[\Gamma, \Gamma_{xx}] - 4i\lambda_0\Gamma_x - \frac{1}{\lambda_0 + \omega}[W, \Gamma] = 0, \quad (16)$$

$$iW_x - (\lambda_0 + \omega)[W, \Gamma] = 0, \quad (17)$$

где

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{pmatrix}.$$

Γ -спиновая система [16] с самосогласованным потенциалом (16)-(17) является калибровочным эквивалентом двухкомпонентного уравнения ШМБ.

Пусть φ запишется как

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 & -\varphi_2^* & -\varphi_3^* \\ \varphi_2 & \varphi_1^* & 0 \\ \varphi_3 & 0 & \varphi_1^* \end{pmatrix}.$$

Тогда, компоненты матрицы Γ с учетом (14) будут

$$\Gamma = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} |\varphi_1|^2 - |\varphi_2|^2 - |\varphi_3|^2 & -2\varphi_1^*\varphi_2^* & -2\varphi_1^*\varphi_3^* \\ -2\varphi_1\varphi_2 & |\varphi_2|^2 - |\varphi_1|^2 - |\varphi_3|^2 & 2\varphi_2\varphi_3^* \\ -2\varphi_1\varphi_3 & 2\varphi_2^*\varphi_3 & |\varphi_3|^2 - |\varphi_1|^2 - |\varphi_2|^2 \end{pmatrix},$$

где $\Delta = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 + |\varphi_3|^2$. Введем новые матричные функции A и B

$$A = g^{-1}\sigma_3g = \begin{pmatrix} A_3 & A^- \\ A^+ & -A_3 \end{pmatrix}, \quad B = h^{-1}\sigma_3h = \begin{pmatrix} B_3 & B^- \\ B^+ & -B_3 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где

$$g = \begin{pmatrix} \varphi_1 & -\varphi_2^* \\ \varphi_2 & \varphi_1^* \end{pmatrix}, \quad h = \begin{pmatrix} \varphi_1 & -\varphi_3^* \\ \varphi_3 & \varphi_1^* \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Исходя из (18)-(19) компоненты матриц A и B перепишем как

$$A^+ = -\frac{2\varphi_1\varphi_2}{\Delta_1}, \quad A^- = -\frac{2\varphi_1^*\varphi_2^*}{\Delta_1}, \quad A_3 = \frac{|\varphi_1|^2 - |\varphi_2|^2}{\Delta_1},$$

$$B^+ = -\frac{2\varphi_1\varphi_3}{\Delta_2}, \quad B^- = -\frac{2\varphi_1^*\varphi_3^*}{\Delta_2}, \quad B_3 = \frac{|\varphi_1|^2 - |\varphi_3|^2}{\Delta_2},$$

где $\Delta_1 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$ и $\Delta_2 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_3|^2$. Через компоненты A и B , спиновая матрица Γ выражается следующим образом

$$\Gamma = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_3\Delta_1 - |\varphi_3|^2 & A^-\Delta_1 & B^-\Delta_2 \\ A^+\Delta_1 & -A_3\Delta_1 - |\varphi_3|^2 & 2\varphi_2\varphi_3^* \\ B^+\Delta_2 & 2\varphi_2^*\varphi_3 & -B_3\Delta_2 - |\varphi_2|^2 \end{pmatrix},$$

также можно записать как

$$\Gamma = \frac{1}{K+2} \begin{pmatrix} 2A_3 - K & 2A^- & \frac{2B^-(1+A_3)}{1+B_3} \\ 2A^+ & -2A_3 - K & \frac{2A^+B^-}{1+B_3} \\ \frac{2B^+(1+A_3)}{1+B_3} & \frac{2A^-B^+}{1+B_3} & K-2 \end{pmatrix},$$

где

$$K = \frac{(1+A_3)(1-B_3)}{(1+B_3)}.$$

Спиновые матрицы A и B удовлетворяют следующей системе уравнений, называемой двухслойным уравнением М-ХСІХ

$$iA_t + \frac{1}{2}[A, A_{xx}] + i(u_1 - 4\lambda_0)A_x + \left(v_1 - \frac{\eta_1 + \eta_2}{2(\lambda_0 + \omega)}\right) [\sigma_3, A] - \frac{2}{(\lambda_0 + \omega)}G = 0, \quad (20)$$

$$iB_t + \frac{1}{2}[B, B_{xx}] + i(u_2 - 4\lambda_0)B_x + \left(v_2 - \frac{\eta_1 + \eta_5}{2(\lambda_0 + \omega)}\right) [\sigma_3, B] - \frac{2}{(\lambda_0 + \omega)}H = 0, \quad (21)$$

где

$$u_1 = \frac{2ia}{\Delta_1}, \quad u_2 = \frac{2ib}{\Delta_2}, \quad v_1 = -\frac{|q_2|^2 \Delta}{\Delta_1}, \quad v_2 = -\frac{|q_1|^2 \Delta}{\Delta_2}.$$

Здесь $a = q_2^* \varphi_1 \varphi_3^* - q_2 \varphi_1^* \varphi_3$, $b = q_1^* \varphi_1 \varphi_2^* - q_1 \varphi_1^* \varphi_2$, G и H являются матричными функциями.

Система уравнений (20)-(21) описывает нелинейные процессы намагничивания в двухслойных магнетиках.

Заклучение. Соответствующие спиновые системы с потенциалами относятся к общему семейству интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений с дополнительными потенциальными полями. Интегрируемость рассмотренных нами уравнений доказывается наличием для них представлений Лакса. В статье показана калибровочная эквивалентность 2-х компонентного уравнения ШМБ, Γ -спиновой системы и двухслойного уравнения М-ХСІХ. Уравнение М-ХСІХ является солитонным уравнением и описывает нелинейные процессы намагниченности в двухслойных ферромагнетиках. Важным результатом этого исследования было нахождение выражений для Γ -спиновой системы с самосогласованным потенциалом и двухслойной спиновой системы с потенциалами – двухслойного уравнения М-ХСІХ.

Список литературы

- 1 Gardner C. S., Greene J. M., Kruskal M. D., Miura R. M. Method for Solving the Korteweg-deVries Equation // Physical Review letters –1967. –V.19. –P. 1095-1097. doi: 10.1103/PhysRevLett.19.1095.
- 2 Zabusky N. J., Kruskal M. D. Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states // Physical Review letters –1965. –V.15. –P. 240-243. doi: 10.1103/PhysRevLett.15.240.
- 3 Dauxois T., Peyrard M. Physics of Solitons. Cambridge University Press, 2006. –422.
- 4 Калиникос Б.А. Спиновые волны в ферромагнетиках // Соросовский образовательный журнал –1996. –Т.5. –С. 93-100.
- 5 Maimistov A.I., Manykin E.A. Propagation of ultrashort optical pulses in resonant nonlinear light guides // Journal of Experimental and Theoretical Physics –1983. –V.58. №4. –P. 685-687.
- 6 Nakkeeran K. Optical solitons in erbium doped fibers with higher order effects // Physics Letters A –2000. –V.275. –P. 415-418. doi.org/10.1016/S0375-9601(00)00600-9.
- 7 Myrzakulov R., Mamyrbekova G., Nugmanova G., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials // Symmetry –2015. –V.7. №3. –P. 1352-1375. doi: 10.3390/sym7031352.
- 8 Yersultanova Z.S., Zhassybayeva M., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Integrable motion of curves in self-consistent potentials: Relation to spin systems and soliton equations // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics –2016. –V.13. №3. doi.org/10.1016/j.physleta.2014.05.010.
- 9 Nugmanova G., Sagidullayeva Zh., Myrzakulov R. Hirota's method for a spin model with self-consistent potential // Journal of Physics: Conference Series –2017. –V.804. –P. 012035.
- 10 Yersultanova Z., Zhassybayeva M., Yesmakhanova K., Nugmanova G., Myrzakulov R. Darboux transformation and exact solutions of the integrable Heisenberg ferromagnetic equation with self-consistent potentials // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics –2016. –V.13. P. 1550134. doi: 10.1142/S0219887815501340.
- 11 Lax P. D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves // Communications on Pure and Applied Mathematics –1968. –V.21. –P. 467-490. doi: 10.1002/cpa.3160210503.

- 12 Zakharov V.E., Mikhailov A.V. Relativistically invariant two-dimensional models of field theory which are integrable by means of the inverse scattering problem method // Journal of Experimental and Theoretical Physics –1978. –V.47(6). –P. 1017-1027.
- 13 Липовский В.Д., Широков А.В. Пример калибровочной эквивалентности многомерных интегрируемых уравнений // Функциональный анализ и его приложения –1989. –Т.23. №3. –С. 65–66.
- 14 Захаров В.Е., Тахтаджян Л.А. Эквивалентность нелинейного уравнения Шредингера и уравнения ферромагнетика Гейзенберга // Теоретическая и математическая физика –1979. –Т.38. №1. –С. 26–35.
- 15 Тахтаджян Л., Фадеев Л. Гамильтонов подход в теории солитонов. –М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. –528 с.
- 16 Myrzakul A., Myrzakulov R. Integrable motion of two interacting curves, spin systems and the Manakov system // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics –2017. –V.14. №7. doi: 10.1142/S0219887817501158.

Ж.М. Сагидуллаева

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

Екі қабатты М-ХСІХ теңдеуі мен екі компонентті Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуінің калибровті эквиваленттігі туралы

Аннотация: Интегралданатын жүйелерге деген қызығушылық 1960 жылдардың соңында плазма физикасындағы зерттеулердің нәтижесінде туындаған кері шашырау әдісінің ашылуымен артты. М.Д. Крускал және Н. Забужский Кортвег-де Фриз теңдеуін сандық модельдеу арқылы зерттеп, оның нақты солитондық шешімдерін сызықты толқындарға тән емес икемді түрде соқтығысатынын тапты. Бұл сызықты емес эволюциялық теңдеулерді шешудің түрлі әдістерін, сондай-ақ солитондар мен олармен байланысты шешімдерді дамытуға жаңа серпін берді. Осы жұмыста екі компонентті Шредингер-Максвелл-Блох теңдеуінің, Γ -спиндік жүйенің және интегралданатын екі қабатты спиндік жүйе – екі қабатты Мырзакулов-ХСІХ теңдеуінің калибровті эквиваленттілігі дәлелденді. Қарастырылып отырған теңдеулер жүйелерінің интегралдануы Лакс көрінісімен мойынданады. Өзара-келісілген потенциалы бар Γ -жүйе мен потенциалдары бар екі қабатты спиндік жүйесі үшін толық түрлері анықталды. Мырзакулов-ХСІХ теңдеуі көп қабатты ферромагнетиктердегі сызықты емес магнетизациялау процестерін сипаттайтын солитон теңдеуі болып табылады.

Түйін сөздер: ШМБ теңдеуі, екі қабатты спиндік жүйе, эквиваленттік, калибровті түрлендіру, сәйкестік шарты, Лакс көрінісі.

Zh.M. Sagidullayeva

L.N. Gumilyov Eurasian national university, Astana, Kazakhstan

On the gauge equivalence of the two-layer M-XCIX equation and the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation

Abstract: The interest in integrable systems increased with the discovery in the late 1960s of the Inverse scattering problem method, which arose as a result of investigations in plasma physics. M.D. Kruskal and N. Zabusky, investigating the Korteweg-de Vries equation, found by numerical simulation that its exact soliton solutions collide resiliently, which is not typical for linear waves. This served as a new impetus to the development of various methods for solving nonlinear evolution equations, as well as solitons and solutions associated with them. The gauge equivalence of the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation, the Γ -spin system and the integrable two-layer spin system, the so-called two-layer Myrzakulov-XCIX equation, is proved in this work. These systems of equations are integrable and admit Lax representations. Complete forms for the Γ -spin system with a self-consistent potential and the two-layer spin system with potentials are established. The Myrzakulov-XCIX equation is the soliton equation describing nonlinear magnetization processes in multilayer ferromagnets.

Keywords: SMB equation, two layer spin system, equivalence, gauge transformation, compatibility condition, Lax representation.

References

- 1 Gardner C. S., Greene J. M., Kruskal M. D., Miura R. M. Method for Solving the Korteweg-de Vries Equation, Physical Review letters, **19**, 1095-1097 (1967). doi: 10.1103/PhysRevLett.19.1095
- 2 Zabusky N. J., Kruskal M. D. Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states, Physical Review letters, **15**, 240-243 (1965). doi: 10.1103/PhysRevLett.15.240.
- 3 Dauxois T., Peyrard M. Physics of Solitons, Cambridge University Press, 2006.
- 4 Kalinikos B.A. Spinovye volny v ferromagnetikah [Spin waves in ferromagnets], Sorosovskij obrazovatel'nyj zhurnal [Soros's educational journal], **5**, 93-100 (1996). [in Russian]
- 5 Maimistov A.I., Manykin E.A. Propagation of ultrashort optical pulses in resonant nonlinear light guides, Journal of Experimental and Theoretical Physics, **58**(4), 685-687 (1983).
- 6 Nakkeeran K. Optical solitons in erbium doped fibers with higher order effects, Physics Letters A, **275**, 415-418 (2000). doi.org/10.1016/S0375-9601(00)00600-9.
- 7 Myrzakulov R., Mamyrbekova G., Nugmanova G., Lakshmanan M. Integrable (2+1)-dimensional spin models with self-consistent potentials, Symmetry, **7**(3), 1352-1375 (2015). doi: 10.3390/sym7031352.

- 8 Yersultanova Z.S., Zhassybayeva M., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Integrable motion of curves in self-consistent potentials: Relation to spin systems and soliton equations, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, **13**(1), (2016). doi.org/10.1016/j.physleta.2014.05.010.
- 9 Nugmanova G., Sagidullayeva Zh., Myrzakulov R. Hirota's method for a spin model with self-consistent potential, *Journal of Physics: Conference Series*, **804**, 012035 (2017).
- 10 Yersultanova Z., Zhassybayeva M., Yesmakhanova K., Nugmanova G., Myrzakulov R. Darboux transformation and exact solutions of the integrable Heisenberg ferromagnetic equation with self-consistent potentials, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, **13**, 1550134 (2016). doi: 10.1142/S0219887815501340.
- 11 Lax P. D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **21**, 467-490 (1968). doi: 10.1002/cpa.3160210503.
- 12 Zakharov V.E., Mikhailov A.V. Relativistically invariant two-dimensional models of field theory which are integrable by means of the inverse scattering problem method, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, **47**(6) 1017-1027 (1978).
- 13 Lipovskij V.D., Shirokov A.V. Primer kalibrovocnoj jekvivalentnosti mnogomernyh integriruemyh uravnenij [An example of gauge equivalence of multidimensional integrable equations], *Funkcional'nyj analiz i ego prilozhenija* [Functional analysis and its applications], **23**(3), 65–66 (1989).
- 14 Zakharov V.E., Takhtajan L.A. Equivalence of nonlinear Schrödinger equation and Heisenberg ferromagnet, *Theoretical and Mathematical Physics*, **38**(1), 17–23 (1979).
- 15 Takhtajan L., Fadeev L. Gamil'tonov podhod v teorii solitonov [The Hamiltonian approach in the theory of solitons]. (Nauka, Moscow, 1986). [in Russian]
- 16 Myrzakul A., Myrzakulov R. Integrable motion of two interacting curves, spin systems and the Manakov system, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, **14**(7) (2017). doi: 10.1142/S0219887817501158.

Сведения об авторах:

Сагидуллаева Ж.М. – Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қажымұқан көш. 13, Астана, Қазақстан.
Сәгидұллайева Ж.М. – L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Astana, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 23.06.2018

Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Цель журнала. Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилевой файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

Язык публикаций: казахский, русский, английский.

3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

4. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

5. Схема построения статьи

ГРНТИ <http://grnti.ru/>

Инициалы и фамилия автора(ов)

Полное наименование организации, город, страна (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

E-mail автора(ов)

Название статьи

Аннотация (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

Ключевые слова (6-8 слов/словосочетаний. Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

Основной текст статьи должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "..., см. [3; § 7, лемма 6]"; "..., см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://sem.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Работа с электронной корректурой. Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней

необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

Периодичность журнала: 4 раза в год.

9. Оплата. Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге):

Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев², А.Б. Утесов³

¹ *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

² *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: ¹ *axaulezh@mail.ru*, ² *ntmath10@mail.ru*, ³ *adilzhan_71@mail.ru*)

Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника

Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

Заголовок секции

1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

Теорема 2 (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Текст доказательства.

2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (25)$$

где $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$\left| \gamma_N^{(\tau)} \right| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (25)

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14



Рисунок 1 – Название рисунка

Для руководства по \LaTeX и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете \LaTeX . Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.

Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикинова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гипополидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жұбанышева¹, Н. Теміргалиев¹, А.Б. Утесов²

¹ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

² Қ.Жұбанов атындағы. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде функцияларды сандық дифференциалдау

Аннотация: Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

Түйін сөздер: жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva¹, N. Temirgaliyev¹, A.B. Utesov²

¹ Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

² K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

Abstract: The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

Keywords: approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenngo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]

- 2 Temirgaliyev N. Komp'yuternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], **4** (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primeneniya k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skij]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vlozhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

Сведения об авторах:

Жубаньшьева А.Ж. - Старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Темиргалиев Н. - Директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Утесов А.Б. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актобинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актобе, Казахстан.

Zhubanysheva A.Zh. - Senior researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Utesov A.B. - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

Редакторы: А.Қ. Арынгазин
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.
-2018 - 3(124) - Астана: ЕҰУ. 61-б.
Шартты б.т. - 27,25. Таралымы - 20 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді

Редакция мекен-жайы: 010008, Астана қ.,
Сәтпаев көшесі, 2.
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: (8-717-2) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды